

UACM

Universidad Autónoma
de la Ciudad de México

Nada humano me es ajeno

COLEGIO DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
LICENCIATURA EN INGENIERÍA EN SISTEMAS ELECTRÓNICOS INDUSTRIALES

**Identificación paramétrica y control
de un sistema de calentamiento rápido**

TRABAJO RECEPCIONAL
PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADA EN
INGENIERÍA EN SISTEMAS ELECTRÓNICOS INDUSTRIALES

PRESENTA
LAURA ANGÉLICA ALARCÓN LÓPEZ

Director del trabajo recepcional
Dr. Juan Mauricio Ángeles Cervantes

Codirector del trabajo recepcional
Dr. Marcos Ángel González Olvera

México, D.F. diciembre de 2015.

SISTEMA BIBLIOTECARIO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE LA CIUDAD DE MÉXICO COORDINACIÓN ACADÉMICA

RESTRICCIONES DE USO PARA LAS TESIS DIGITALES

DERECHOS RESERVADOS ©

La presente obra y cada uno de sus elementos está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor; por la Ley de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, así como lo dispuesto por el Estatuto General Orgánico de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México; del mismo modo por lo establecido en el Acuerdo por el cual se aprueba la Norma mediante la que se Modifican, Adicionan y Derogan Diversas Disposiciones del Estatuto Orgánico de la Universidad de la Ciudad de México, aprobado por el Consejo de Gobierno el 29 de enero de 2002, con el objeto de definir las atribuciones de las diferentes unidades que forman la estructura de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México como organismo público autónomo y lo establecido en el Reglamento de Titulación de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México.

Por lo que el uso de su contenido, así como cada una de las partes que lo integran y que están bajo la tutela de la Ley Federal de Derecho de Autor, obliga a quien haga uso de la presente obra a considerar que solo lo realizará si es para fines educativos, académicos, de investigación o informativos y se compromete a citar esta fuente, así como a su autor ó autores. Por lo tanto, queda prohibida su reproducción total o parcial y cualquier uso diferente a los ya mencionados, los cuales serán reclamados por el titular de los derechos y sancionados conforme a la legislación aplicable.

Dedicatoria.

A mis padres, la gran bendición de mi vida, significado de amor, apoyo, esfuerzo, sacrificio y entrega. Muchas gracias por ser el mejor ejemplo a seguir, los amo y admiro.

Con todo mi amor para ustedes.

Agradecimientos

A Dios por llenar mi vida de grandes bendiciones, mi familia, y por permitirme llegar hasta este punto.

A la Universidad Autónoma de la Ciudad de México por brindarme los medios necesarios para mi formación humana y profesional.

A la SECITI (proyectos PIUTE10-141 y PIUTE10-188) y a la UACM (proyectos UACM/OAG/ADI/015/2011 y UACM/OAG/ADI/017/2011) por los apoyos brindados para la realización de este trabajo de tesis.

A mi asesor de tesis el Dr. Juan Mauricio Angeles Cervantes por su apoyo y tiempo dedicados a este trabajo de tesis.

A mi codirector el Dr. Marcos Angel González Olvera por su tiempo y dedicación para la realización de esta tesis. Muchas gracias por sus invaluable observaciones y consejos.

A los integrantes de mi comité revisor, el M.I. Fermi Vázquez Villanueva, Ing. Manuel Alberto Soriano Ávila, Dr. Cuauhtémoc Guerrero Tejada e Ing. Agustín Ortiz Castro por sus observaciones y comentarios acertados que contribuyeron a enriquecer este trabajo de tesis.

A todos y cada uno de mis profesores que sin duda alguna formaron parte de mi formación, gracias por brindarme su tiempo, dedicación, respeto y lo mejor de

ustedes, su conocimiento invaluable.

A mis compañeros y amigos de la carrera, con quienes compartí grandes momentos de trabajo y diversión. Muchas gracias por sus consejos y su gran amistad.

Gracias a mis padres Juana López Molina y Juan Alarcón Lozada por apoyarme incondicionalmente, por nunca dejar de creer en mi, pero sobre todo, por su gran amor y paciencia, los amo.

Gracias a mis hermanos Monserrat y Juan Carlos por su apoyo, por los grandes e invaluable momentos vividos y por ser un motivo más para seguir superándome.

Gracias a mi abuelita Rosenda Molina Villagrán por su amor y apoyo incondicional, donde quiera que esté la llevo en mi mente y corazón.

Gracias a mi mejor amiga Carina Amado Zendejas por su apoyo incondicional, por todos los consejos, locuras y momentos hermosos que hemos vivido juntas.

Resumen

En el presente trabajo se desea controlar un sistema de calentamiento rápido (horno eléctrico) en el menor tiempo posible, de temperatura ambiente T_a hasta 350 °C máximo. Debido a que la mayoría de las técnicas de diseño de controladores se basan en modelos que aproximan la dinámica real del sistema, fue necesario aplicar el método de identificación por mínimos cuadrados. Se demostrará en los siguientes capítulos que el desempeño del control depende de la precisión con que el modelo matemático representa el comportamiento dinámico del sistema.

Se analizaron y diseñaron tres tipos de control: el primero es el control clásico PID, el segundo el control en el espacio de estados y por último el control adaptable no lineal estimador de parámetros en línea. Los algoritmos de identificación paramétrica y la simulación del desempeño del sistema de control del horno eléctrico se desarrolló en MATLAB.

El incremento de temperatura en el sistema es proporcionado por lámparas de halógeno controladas por ángulo de fase mediante un regulador digital programado en el microcontrolador PIC16F887. La temperatura es medida por el termopar tipo K y su respuesta es acondicionada de tal forma que pueda ser adquirida por la tarjeta de adquisición de datos DAQ USB-6009 de *National Instruments*. El control digital y la interfaz entre el usuario-sistema físico, se programó en *LabVIEW*.

Índice general

Dedicatoria.	2
Agradecimientos	3
Resumen	5
1. Introducción.	11
1.1. Antecedentes.	12
1.2. Descripción del problema.	13
1.3. Objetivo.	13
1.4. Justificación.	14
1.5. Metodología.	14
2. Modelo matemático.	16
2.1. Concepto y clasificación de sistemas.	16
2.2. Clasificación de los modelos	17
2.3. Desarrollo del modelo del sistema de calentamiento rápido.	18
2.3.1. Tipos de transferencia de calor.	18
2.3.2. Desarrollo matemático.	20
3. Identificación paramétrica.	26
3.1. Métodos de identificación paramétrica.	26
3.2. Proceso de identificación.	27
3.3. Representación de sistemas en tiempo discreto.	30
3.3.1. Ecuaciones en diferencias.	30

3.3.2.	Transformada z de una señal $x[kT]$	31
3.3.3.	Función de transferencia pulso.	31
3.4.	Función de transferencia pulso para el sistema térmico.	33
3.5.	Objetivo de la estimación de parámetros.	34
3.6.	Método de mínimos cuadrados (<i>Least Squares Method</i>).	36
3.7.	Minimización de la función de error por el método de mínimos cuadrados.	37
3.8.	Método de mínimos cuadrados recursivos (<i>Recursive Least Squares</i>).	38
4.	Implementación electrónica	41
4.1.	Control por ángulo de fase	41
4.2.	Tiristor	42
4.3.	Microcontrolador	43
4.3.1.	Interrupciones	44
4.4.	Etapa de potencia utilizando un microcontrolador PIC16F887	45
4.5.	Adquisición de datos.	51
4.5.1.	Proceso de adquisición de datos para el sistema térmico (horno).	52
4.6.	Relación ángulo de fase potencia entregada a la carga.	65
5.	Sistemas de control	68
5.1.	Estabilidad absoluta, estabilidad relativa y error en estado estacionario de los sistemas de control.	68
5.2.	Sistemas de control realimentados.	69
5.3.	Sistemas de control en lazo abierto.	69
5.4.	Sistemas de control en lazo cerrado.	70
5.5.	Acciones de control PID.	71
5.5.1.	Acción de control proporcional.	71
5.5.2.	Acción de control integral.	72
5.5.3.	Acción de control derivativa.	72
5.6.	Controlador PID.	73
5.7.	Sintonización de controladores PID por el método de Ziegler-Nichols.	74
5.8.	Sintonización del control para el horno, primer método de Ziegler-Nichols.	76
5.8.1.	Elección del control a implementar.	77

5.9. Control en el espacio de estados.	82
5.9.1. Representación en el espacio de estados de sistemas en tiempo discreto.	84
5.10. Diseño del control por ubicación de polos y observador de estados. . .	86
5.11. Función de transferencia pulso del sistema de calentamiento rápido. . .	88
5.12. Control adaptable.	91
5.12.1. Controlador adaptable con modelo de referencia (MRAC). . .	91
5.12.2. Control adaptable, sistemas de primer orden.	93
5.12.3. Control adaptable con modelo de referencia para el horno, sis- tema de primer orden.	95
6. Conclusiones	100
6.1. Trabajo futuro.	101
Bibliografía	102

Índice de figuras

2.1. Sistema térmico	21
3.1. Proceso de Identificación.	29
3.2. Sistema $G(s)$ con excitación muestreada mediante impulsos.	32
3.3. Identificación paramétrica	36
4.1. Variación del ángulo de fase	42
4.2. TRIAC.	42
4.3. Regulador o <i>dimmer</i> digital	46
4.4. Programa principal.	47
4.5. Interrupciones por TMR0, TMR2 y pin R_{B0}	48
4.6. Subrutinas de interrupción.	49
4.7. Sistema de adquisición de datos	52
4.8. Termopar tipo K.	53
4.9. Inserción de un metal en la región isotérmica.	54
4.10. Amplificador de Instrumentación.	55
4.11. Conexión de un termopar con un AD620.	57
4.12. Filtro pasa bajas Butterworth.	58
4.13. Sensor de temperatura LM35	61
4.14. Diagrama termopar	61
4.15. Diagrama de bloques la Ec. (4.11)	64
4.16. Diagrama de bloques la Ec. (4.12)	64
4.17. Implementación física y tarjeta USB-6009 de <i>National Instruments</i>	65
4.18. Horno con poco flujo de calor (ángulo de disparo grande).	66
4.19. Horno con máximo flujo de calor (ángulo de disparo pequeño).	67

4.20. Potencia entregada a la carga en función del ángulo de disparo.	67
5.1. Control en lazo cerrado.	70
5.2. Respuesta de la planta ante una entrada escalón.	75
5.3. Sintonización primer método Ziegler-Nichols, basada en la respuesta escalón de la planta [9].	75
5.4. Respuesta de la planta con oscilaciones sostenidas.	76
5.5. Sintonización del control,segundo método Ziegler-Nichols [9].	76
5.6. Respuesta de la planta $c(t)$ ante una entrada escalón $u(t)$	77
5.7. Simulación de la planta en simulink de MATLAB.	77
5.8. Respuesta del sistema con control PID.	78
5.9. Respuesta del sistema con control PI.	79
5.10. Respuesta del sistema con control PI.	80
5.11. Respuesta controlada con saturador de 0 a 200W, temperaturas de T_a a 100°C.	81
5.12. Respuesta controlada con saturador de 0 a 600W, temperaturas de 100 a 200°C.	81
5.13. Respuesta controlada con saturador de 0 a 1000W, temperaturas de 200 a 350°C.	82
5.14. Respuesta del sistema real con Control PI.	83
5.15. Respuesta del sistema ante diferentes entradas de potencial.	89
5.16. Intervalos de tiempo a los que se aplicó diferentes entradas de potencial al sistema.	89
5.17. Respuestas del sistema real y los modelos de primer orden.	90
5.18. Respuestas del sistema real y el modelo de segundo orden.	90
5.19. Esquema básico del control adaptable.	92
5.20. Control adaptable discreto para el horno.	97
5.21. Respuesta del sistema, señal de error y señal de control.	98
5.22. Respuesta del sistema, señal de error y señal de control.	99
5.23. Respuesta del sistema real con Control adaptable.	99

Capítulo 1

Introducción.

El control automático se ha convertido en parte vital de los procesos modernos industriales y de manufactura al aportar los medios para el desempeño óptimo de los sistemas dinámicos, mejorando la calidad y productividad en éstos. Los beneficios se ven reflejados al evitar operaciones manuales tardadas, peligrosas y rutinarias para el ser humano, de ahí la importancia de su estudio y aplicación.

En control, un punto importante es la obtención del modelo matemático que represente la dinámica del sistema debido a la gran cantidad de técnicas de diseño de controladores basados en modelos. Es importante recalcar que no existe un solo modelo para un sistema, pues depende de las consideraciones que tome el diseñador y de la complejidad y grado de exactitud requerido por el problema.

La identificación de sistemas es una herramienta que puede ser implementada para la estimación de modelos de sistemas con dinámicas desconocidas o poco conocidas en función de la entrada aplicada y la respuesta de éste. Por lo tanto, el objetivo es definir una estructura del modelo que tenga un comportamiento similar al del sistema de interés.

En el presente trabajo de tesis se realiza la identificación paramétrica de un sistema de calentamiento rápido (horno eléctrico) con el fin de controlar su temperatura, de temperatura ambiente T_a a $350^{\circ}C$, además de aplicar diferentes técnicas de control como: el control clásico PI, el control en espacio de estados y el control adaptable no lineal, para verificar su eficiencia y en el caso del control adaptable compensar las no linealidades o las dinámicas no modeladas del sistema.

Para obtener la temperatura deseada se utilizaron dos lámparas de halógeno de $120Vac$, $500W$ y $4,2A$. El microcontrolador PIC16F887 es el encargado de proporcionar los disparos de compuerta de los TRIACS, mediante optoacopladores, con el fin de variar y controlar el flujo de calor q cedido por aquellas. Por su parte, la temperatura es medida con un termopar tipo K y la implantación de los algoritmos de control e interfaz con el usuario se programaron en LabVIEW.

1.1. Antecedentes.

El primer trabajo significativo en control automático fue el regulador de velocidad centrífugo de James Watt para el control de la velocidad de una máquina de vapor, en el siglo *XVIII*. Durante la década de los años 40 del siglo XX, la teoría de control clásica con los métodos de respuesta en frecuencia y el lugar geométrico de las raíces conducen a sistemas estables que satisfacen un conjunto más o menos arbitrario de requerimientos de desempeño [9].

Alrededor de 1960 debido a la gran disponibilidad de las computadoras digitales se hizo posible el análisis en el dominio del tiempo de sistemas complejos. La teoría de control moderna, basada en el análisis en el dominio del tiempo y la síntesis a partir de variables de estado, se han desarrollado para enfrentar la creciente complejidad de las plantas modernas y los requerimientos limitativos respecto a la precisión, desempeño y costo; en aplicaciones que van desde el hogar hasta la industria [9].

A principios de 1950 comenzó la investigación del control adaptable en relación con el diseño de los pilotos automáticos para aeronaves de alto rendimiento que funcionaban a grandes altitudes y velocidades, experimentando gran variación en sus parámetros. Sin embargo, no es hasta la década pasada que se desarrolló una teoría coherente utilizando varias herramientas de la teoría de control no lineal. Los avances de la teoría en conjunto con la disposición de computadoras de bajo costo han dado lugar a aplicaciones prácticas, en áreas como control de robots, aeronaves, procesos químicos, dirección de barcos y proceso de bioingeniería [11].

El horno es un dispositivo que genera calor y que lo mantiene dentro de un compartimento cerrado. La energía calorífica utilizada para alimentar un horno puede ser suplida directamente por combustión (leña, gas), radiación (luz solar), o indirectamente por un fluido caliente que circula a través de un intercambiador de calor.

tamente por medio de electricidad (horno eléctrico).

Los hornos eléctricos son equipos que operan a temperatura superior a la ambiental y que calientan piezas en su interior por acción directa o indirecta del flujo eléctrico. Este tipo de hornos es más implementado en la industria de la fundición de metales. En los años 50s cuando la industria se da cuenta de las ventajas económicas de los sistemas eléctricos frente a la producción con otras clases de hornos. A mediados de los 70s, se convierten en la mejor opción para fundir materiales ferrosos y no ferrosos y en los 80s surgen unidades de alta potencia y frecuencia que demuestran mayor eficiencia y productividad.

1.2. Descripción del problema.

Se desea controlar un sistema de calentamiento rápido, para alcanzar temperaturas de temperatura ambiente T_a hasta un rango máximo de $350^{\circ}C$, además de implementar una interfaz amigable con el usuario (PC) de tal modo que éste obtenga la temperatura deseada T_r fácilmente.

La fuente de calor la proporcionará lámparas de halógeno con características de $120Vac$, $500W$ y $4,2A$ por lo que se debe diseñar una etapa de potencia que varíe el voltaje entregado a aquéllas. Para medir la temperatura es necesario emplear un transductor (termopar tipo K) que proporcione una señal en función de la variable de interés, la cual, a su vez, debe ser acondicionada para su procesamiento digital.

1.3. Objetivo.

Controlar un sistema de calentamiento rápido (horno eléctrico), de temperatura ambiente a $350^{\circ}C$, en el menor tiempo posible, empleando controladores que compensen las no linealidades o dinámicas no modeladas del sistema utilizando el método de identificación paramétrica.

1.4. Justificación.

La mayor parte de las técnicas de diseño de controladores están basadas en modelos matemáticos que simulan el comportamiento dinámico del sistema.

La mayoría de los sistemas dinámicos a controlar tienen parámetros desconocidos constantes o variables. Por ejemplo, los robots de carga al ser controlados correctamente pueden llevar grandes objetos con parámetros de inercia desconocida. Uno de los métodos para obtener dichos modelos está basado en la identificación de los parámetros del sistema.

En este caso se desea controlar la temperatura del horno eléctrico mediante técnicas que requieren de un modelo matemático. Además, es importante argumentar la importancia del control de dicha variable debido a su gran y variada aplicación en la industria, algunos ejemplos son:

- Alcanzar la temperatura necesaria para producir reacciones químicas para obtener un determinado producto.
- En la farmacéutica, hornos de esterilizado de productos.
- Cambios de estado como la fusión de metales y vaporización de compuestos.
- Recubrimiento de piezas con otros elementos como el vitrificado de los productos cerámicos.
- Ablandar algún tipo de material para una operación de conformado posterior.

Actualmente los sistemas de control deben enfrentar las perturbaciones, que se puedan presentar en cualquier momento, y no linealidades en lazo cerrado, de ahí la necesidad de algoritmos de identificación de sistemas que trabajen en lazo cerrado.

1.5. Metodología.

En el presente trabajo, el modelo del sistema de calentamiento rápido se obtuvo mediante leyes físicas e identificación paramétrica, implementando el método de mínimos cuadrados. Además, de utilizar la herramienta de MATLAB *ident* para

generar varios modelos del sistema y compararlos con el modelo obtenido anteriormente, verificando las no linealidades del sistema en cuestión.

Durante el desarrollo del trabajo de tesis, se diseñaron las siguientes técnicas de control para el horno eléctrico:

- Control clásico PI.
- Control por realimentación de estados.
- Control adaptable con modelo de referencia (sistema de primer orden).

Debido a que la simulación es una invaluable herramienta para el análisis y diseño de sistemas de control, se utilizó el software de MATLAB para verificar el desempeño de cada control.

Para lograr la implementación física fue necesario

1. Programación del PIC16f887 en MPLAB con el fin de proporcionar los disparos de compuerta de los TRIACS, mediante optoacopladores, controlando el flujo de calor q cedido por las lámparas.
2. Diseño del control digital y la interfaz del usuario en LabVIEW.
3. Diseño de la tarjeta de circuito impreso en el programa PROTEUS (etapa de potencia y acondicionamiento de la señal del termopar tipo K).

Capítulo 2

Modelo matemático.

El análisis y diseño de sistemas de control, ya sea en tiempo continuo o en discreto, requiere de un modelo matemático que sea capaz de representar con suficiente precisión el comportamiento dinámico del sistema, ya que de esto depende un buen o mal desempeño del controlador. Es importante tomar en cuenta que no existe un solo modelo para un sistema, esto depende de las consideraciones que tome el diseñador, además de la correcta aplicación de las leyes físicas que gobiernan el comportamiento de dicho sistema.

2.1. Concepto y clasificación de sistemas.

Un sistema es un proceso en el que interactúan diferentes tipos de señales y producen una transformación de las mismas. Las señales transformadas son las salidas del sistema, mientras que las señales manipulables son las entradas y aquellas señales que afectan la salida del sistema y no pueden ser manipuladas son llamadas perturbaciones.

Dependiendo del tipo del sistema tenemos [9]:

- Sistemas lineales o no lineales: un sistema es lineal si satisface el principio de superposición (propiedades de homogeneidad y aditividad), de lo contrario es considerado un sistema no lineal.
- Dinámicos o estáticos: un sistema es estático cuando la salida sólo depende de

la entrada en tiempo presente. En un sistema dinámico las salidas dependen de la entrada aplicada en tiempo presente y además, del tiempo pasado.

- **Determinísticos o estocásticos:** es determinístico cuando la relación entre entradas y salidas se pueden expresar mediante una ecuación que no involucre funciones probabilísticas. De lo contrario es estocástico si posee un cierto grado de incertidumbre (quedan definidos por conceptos probabilísticos o estadísticos).
- **Invariantes o variantes con el tiempo:** Un sistema es invariante con el tiempo si sus parámetros no cambian a través del tiempo y que por tanto, una misma entrada dará el mismo resultado en cualquier momento. De lo contrario es variante si sus parámetros cambian con respecto al tiempo.

Con base en lo anterior es importante analizar el tipo de sistema con el que se está trabajando, pues de esto depende qué tipo de modelo pueda ser aplicable.

2.2. Clasificación de los modelos

Modelos no paramétricos: este tipo de modelos generalmente requieren un número no finito de parámetros para describir el comportamiento dinámico del sistema. Por ejemplo, la respuesta al impulso, escalón o en frecuencia de un sistema [4].

Modelos paramétricos: pueden describir el comportamiento de un sistema mediante un número finito de parámetros. Por ejemplo un modelo que describa la relaciones entre las variables del sistema mediante ecuaciones diferenciales (en tiempo continuo) o ecuaciones en diferencias (en tiempo discreto) [4].

Debido a que la mayoría de los sistemas necesitan muchas ecuaciones para describir su comportamiento, es necesario tomar en cuenta el equilibrio entre simplicidad y precisión en este tipo de modelos. En un modelo matemático razonablemente simplificado es necesario ignorar ciertas propiedades inherentes al sistema.

Las representaciones más comunes para obtener el modelo matemático de un sistema son: función de transferencia y espacio de estado. El primero es aplicable sólo

a sistemas lineales invariantes con el tiempo, mientras que el segundo es aplicable a sistemas lineales o no lineales, variantes o invariantes con el tiempo.

2.3. Desarrollo del modelo del sistema de calentamiento rápido.

Los sistemas térmicos son de gran interés en ingeniería, pues se encuentran en grandes procesos de la industria permitiendo optimizar todo tipo de proceso relacionado con este fenómeno físico. La transferencia de calor se debe a una diferencia de temperatura entre los cuerpos que es producida por conducción, convección y radiación.

2.3.1. Tipos de transferencia de calor.

- Conducción [7]: cuando existe un gradiente de temperatura $\frac{\partial T}{\partial x}$ en un cuerpo, hay transferencia de energía q de la región de alta temperatura a la de baja temperatura. Entonces, la energía q es transferida por conducción y la rapidez de transferencia de energía por unidad de área A es proporcional al gradiente normal de temperatura $\frac{\partial T}{\partial x}$:

$$\frac{q}{A} \sim \frac{\partial T}{\partial x}.$$

Al insertar la constante de proporcionalidad,

$$q = -kA \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (2.1)$$

La Ec. (2.1) es conocida como la ley de conducción de Fourier, en donde q , cuyas unidades son W/s , es la rapidez de transferencia de calor y $\frac{\partial T}{\partial x}$ es el gradiente de temperatura en la dirección del flujo de calor. La constante positiva k representa la conductividad térmica del material. El signo negativo es para satisfacer la segunda ley de la termodinámica. Para fines de análisis, se considera el sistema unidimensional y que la razón de cambio de la temperatura se encuentra cercana a su estado estacionario, es decir, $\frac{\partial T}{\partial x} \cong 0$. Por lo que sólo se

necesita integrar la Ec.(2.1). Si el material tiene un área A y espesor L :

$$\int_0^L q dx = -kA \int_{T_1}^{T_2} dT.$$

Entonces,

$$q = \frac{kA}{L}(T_2 - T_1), \quad (2.2)$$

en donde la resistencia térmica se puede definir como $R = \frac{L}{kA}$.

Considerando el caso general, donde la temperatura puede estar cambiando con el tiempo t y el flujo de calor se presenta en tres direcciones x , y y z , tenemos:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t},$$

donde $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$ es la difusividad térmica del material, k la conductividad del material, ρ la densidad del material y c_p la capacidad térmica específica.

- Convección [7]: este fenómeno es producido en fluidos en los que por movimiento natural (diferencia de densidades) o circulación forzada (con la ayuda de ventiladores, bombas, etc.) las partículas se desplazan transportando el calor sin interrumpir la continuidad física del cuerpo.

Si se tiene un fluido a temperatura T_∞ y la temperatura de una placa T_w , la relación con el flujo de calor entre ambos materiales está dada por la ley de enfriamiento de Newton:

$$q = hA(T_w - T_\infty) = RT_{w\infty},$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, A es el área de la superficie donde ocurre dicha transferencia de calor y R es la resistencia térmica.

- Radiación [7]: la transmisión de calor se da sin que exista contacto ni conexión

entre los cuerpos mediante la emisión de ondas electromagnéticas que emana todo cuerpo que esté a mayor temperatura que el cero absoluto.

Un radiador ideal o cuerpo negro, emitirá energía a un rapidez proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta del cuerpo, entonces a partir de la ley de radiación térmica de Stefan-Boltzmann, tenemos:

$$q = \sigma A(T_1^4 - T_2^4),$$

donde $\sigma = 5,669 \times 10^{-8} [\frac{W}{m^2}]$ es la constante de proporcionalidad.

Otro tipo de superficies, de naturaleza gris siguen la proporcionalidad de T^4 (como una superficie brillante o una placa de metal pulida), entonces la ecuación anterior se convierte en:

$$q = F_\epsilon F_G \sigma A(T_1^4 - T_2^4),$$

donde F_ϵ es la función de emisividad y F_G es la función geométrica de factor de vista y A es el área de transferencia de calor.

En el presente trabajo sólo se considera la conducción, debido a que la convección se presenta en fluidos y la transferencia de calor por radiación sólo se presenta en el vacío perfecto en forma de radiación electromagnética.

2.3.2. Desarrollo matemático.

Además de lo anterior, es importante tomar en cuenta que la energía en forma de flujo de calor puede ser almacenada en diferentes tipos de materiales, propiedad conocida como calor específico. Entonces, dada una masa m con una densidad constante ρ que se encuentra a una temperatura T_1 , la cantidad de calor almacenado o disipado q_c depende de la tasa de cambio de la temperatura del cuerpo con respecto a una referencia determinada T_0 (por lo general es la temperatura ambiente) y de su capacidad térmica específica c_p [7], expresado como:

$$q_c = mc_p \dot{T}_{10} = C \dot{T}_{10}, \quad (2.3)$$

donde C es la capacitancia térmica.

El sistema térmico a modelar se muestra en la Figura 2.1. La alimentación del sistema es proporcionada por la fuente de calor externa q .

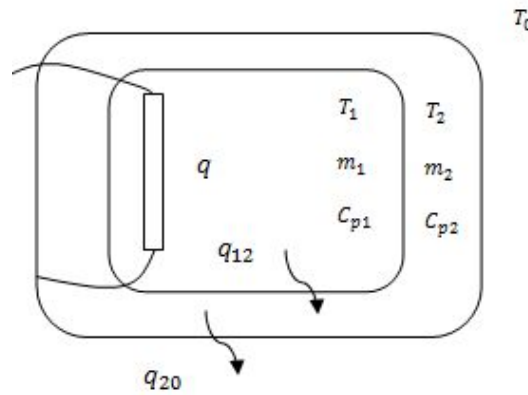


Figura 2.1: Sistema térmico

donde

T_1 : temperatura dentro del contenedor (temperatura deseada a controlar),

T_2 : temperatura del contenedor,

T_0 : temperatura ambiente o de referencia,

m_1 : masa del aire dentro del contenedor,

m_2 : masa del contenedor,

c_{p1} : capacidad térmica específica del aire dentro del contenedor,

c_{p2} : capacidad térmica específica del material del contenedor,

q : flujo de calor cedido por las lámparas,

q_{12} : transferencia de flujo de calor del aire hacia el contenedor,

q_{20} : transferencia de flujo de calor del contenedor hacia el medio ambiente.

El sistema está conformado por dos lámparas colocadas de tal forma que el flujo de calor q sea lo más uniforme dentro del contenedor, por lo que se representa con una sola fuente de calor. El aire dentro del contenedor posee una masa m_1 , una capacitancia térmica c_{p1} a una temperatura T_1 , mientras que el contenedor posee una masa m_2 , una capacitancia térmica c_{p2} a una temperatura T_2 . La temperatura ambiente es T_0 y se considera constante.

Para obtener un modelo simplificado del sistema se tomaron algunas consideraciones, pues como parte del control se busca encontrar una función de transferencia para analizar, diseñar y por lo tanto obtener una respuesta deseada de aquél. Las consideraciones son:

- El flujo de calor dentro del contenedor es uniforme, por lo que se considera un sistema unidimensional.
- El sistema, es considerado de parámetros concentrados (capacitancia y resistencia térmica) e invariante con el tiempo.
- La sustancia introducida posee una masa muy pequeña por lo que puede ser despreciada.
- En el interior no se generan reacciones exotérmicas o endotérmicas.

Con estas suposiciones, se trató de no alterar en gran medida al sistema térmico y así obtener un modelo simple que cumpla con las expectativas de diseño del modelado.

De la Ec.(2.2) y la Ec.(2.3) se toman las resistencias y capacitancias térmicas respectivamente, por lo que para nuestro sistema tenemos:

$$\begin{aligned} T_{12} &= R_1 q_{12} \text{ con } T_{12} = T_1 - T_2, \\ T_{20} &= R_2 q_{20} \text{ con } T_{20} = T_2 - T_0, \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} q_{C1} &= C_1 \dot{T}_1 \text{ con } C_1 = m_1 c_{p1}, \\ q_{C2} &= C_2 \dot{T}_2 \text{ con } C_2 = m_2 c_{p2}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

donde

R_1 : resistencia térmica del aire dentro del contenedor,

R_2 : resistencia térmica del material del contenedor,

C_1 : capacitancia térmica del aire,

C_2 : capacitancia térmica del contenedor.

Por ley de conservación de la energía tenemos que *el flujo del calor almacenado debe ser igual al flujo de calor de entrada menos el flujo de calor de salida*, por lo que:

$$\begin{aligned} q_{c1} &= q - q_{12}, \\ q_{c2} &= q_{12} - q_{20}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

De las Ec.(2.4), Ec.(2.5) y Ec.(2.6) se obtiene un modelo en espacio de estados

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \mathbf{A}x + \mathbf{B}u, \\ y &= \mathbf{C}x + \mathbf{D}u, \end{aligned}$$

donde:

A , B , C y D son las matrices que contienen los parámetros del sistema

x es el vector de estados

u la entrada del sistema o flujo de calor q a controlar

y la salida del sistema a controlar o temperatura T_1

Por lo que el vector de variables de estados se define como:

$$x = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Al considerar T_0 como la temperatura ambiente constante, es decir, que la variación con respecto al tiempo es casi cero, tenemos que $\dot{T}_{20} = \dot{T}_2$. Obteniendo las ecuaciones de estado:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = \dot{T}_1 &= \frac{1}{C_1}q_{c1} = \frac{1}{C_1}(q - q_{12}) = \frac{1}{C_1}\left(q - \frac{1}{R_1}(T_1 - T_2)\right), \\ \dot{x}_1 &= \frac{1}{C_1}q - \frac{1}{R_1C_1}T_1 + \frac{1}{c_1R_1}T_2. \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\dot{x}_2 = \dot{T}_2 = \frac{1}{C_2}q_{c2} = \frac{1}{C_2}(q_{12} - q_{20}) = \frac{1}{C_2}\left(\frac{1}{R_1}(T_1 - T_2) - \frac{1}{R_2}T_2\right),$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{C_2 R_1} T_1 - \frac{1}{C_2} \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} T_2. \quad (2.9)$$

Las Ec.(2.8) y la Ec.(2.9) son ecuaciones diferenciales de primer orden en función de la variables de estado x y la entrada u , lineales e invariantes en el tiempo.

El modelo en variables de estado formado por la Ec.(2.8) y la Ec.(2.9) es:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1 c_1} & \frac{1}{R_1 c_1} \\ \frac{1}{c_2 R_1} & -\frac{1}{c_2} \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right) \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{c_1} \\ 0 \end{bmatrix} u,$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x.$$

Para convertir de variables de estado a la función de transferencia, tenemos que:

$$H = C(sI - A)^{-1}B - D.$$

Finalmente, la función de transferencia de segundo orden que mejor modela al sistema, de acuerdo a las consideraciones mencionadas:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{C_2 R_1 R_2 s + (R_1 + R_2)}{C_1 C_2 R_1 R_2 s^2 + (C_1 R_1 + C_1 R_2 + C_2 R_2) s + 1}. \quad (2.10)$$

Una vez obtenido el modelo, se analiza el comportamiento dinámico del sistema. Si normalizamos el denominador de la Ec.(2.10)

$$H(s) = \frac{\frac{1}{C_1} s + \frac{R_1 + R_2}{C_1 C_2 R_1 R_2}}{s^2 + \frac{C_1 R_1 + C_1 R_2 + C_2 R_2}{C_1 C_2 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}. \quad (2.11)$$

Si se reescribe el denominador como $s^2 + \frac{a}{b}s + \frac{1}{b}$ donde

$$a = C_1 R_1 + C_1 R_2 + C_2 R_2,$$

$$b = C_1 C_2 R_1 R_2.$$

Tomando la ecuación característica de la Ec.(2.11) e igualarla a cero

$$s^2 + \frac{a}{b}s + \frac{1}{b} = 0. \quad (2.12)$$

Para encontrar las raíces de la variable s de la Ec.(2.12)

$$\beta_{1,2} = \frac{-\frac{a}{b} \pm \sqrt{(\frac{a}{b})^2 - 4(1)(\frac{1}{b})}}{2(1)},$$

$$\beta_{1,2} = \frac{-\frac{a}{b} \pm \sqrt{\frac{a^2 - 4b}{b^2}}}{2}. \quad (2.13)$$

Debido a que a y b , de la Ec.(2.13), están en función de los parámetros del sistema C_1 , C_2 , R_1 y R_2 , los valores de β_1 y β_2 son siempre reales, se tiene que

$$\beta_{1,2} = -\frac{1}{2b}(a \mp \sqrt{a^2 - 4b}), \quad (2.14)$$

Finalmente

$$s^2 + \frac{a}{b}s + \frac{1}{b} = (s + \beta_1)(s + \beta_2).$$

Los valores anteriores son las raíces de la ecuación característica y nos proporcionan información acerca de la estabilidad del sistema cuando éste se analice en lazo cerrado. Entonces, aquéllos son conocidos como los polos del sistema y si se encuentran del lado izquierdo del plano complejo, se puede asegurar la estabilidad del sistema, de lo contrario, si se localizan en el semiplano derecho, el sistema es inestable.

Capítulo 3

Identificación paramétrica.

En la mayoría de los sistemas dinámicos, una vez que se ha encontrado la estructura del modelo a partir del conocimiento de las leyes que gobiernan su comportamiento físico, éste queda definido por parámetros desconocidos que tienen o no una interpretación física sobre el mismo y sólo se pueden conocer experimentando con el sistema real; uno de los métodos que proporcionan dichos parámetros es conocido como identificación paramétrica.

La teoría de identificación paramétrica de sistemas dinámicos consiste en la obtención de modelos matemáticos a partir de mediciones realizadas en el proceso, es decir, de forma experimental. La base de esta teoría se sustenta en parte por la teoría de sistemas dinámicos (modelos paramétricos) y por señales de naturaleza estocástica, al requerir estimar los parámetros.

Este tipo de teoría ha tomado gran importancia debido al gran avance tecnológico y a la automatización de procesos, que hace cada vez más competitiva a la industria. Por lo anterior se busca obtener un modelo del sistema físico que con gran precisión nos ayude a entender el comportamiento del mismo, a partir del análisis, predicción, simulación, diseño y control.

3.1. Métodos de identificación paramétrica.

Como se mencionó en el capítulo 2, se pueden obtener dos tipos de modelos y dependiendo de éstos, se aplican diferentes tipos de métodos de identificación.

Algunos métodos de identificación para los modelos no paramétricos son [5]:

- En el dominio del tiempo: análisis de respuesta transitoria, análisis de respuesta al impulso y análisis de correlación.
- En el dominio de la frecuencia: análisis de respuesta en frecuencia, análisis de Fourier y análisis espectral.

Algunos métodos de identificación para los modelos paramétricos son [4]:

- En el dominio del tiempo: mínimos cuadrados, optimización no lineal y mínimos cuadrados repetidos.
- En el dominio de la frecuencia: mínimos cuadrados y optimización no lineal.

También, dependiendo de la aplicación:

- Métodos de identificación fuera de línea: en este caso se considera que no se requiere un ajuste continuo del modelo, por lo que la identificación del sistema sólo se realiza una sola vez.
- Métodos de identificación en línea (identificación recursiva): en este caso el modelo cambia constantemente, debido a los nuevos datos de entrada-salida del proceso, es decir, durante la evolución del proceso.

3.2. Proceso de identificación.

El proceso de identificación consta de cinco pasos [5]:

1. Obtención de datos.- Se capturan muestras de las señales de entrada-salida del sistema durante un intervalo de tiempo. Por lo general, la señal de entrada es conocida y está condicionada para favorecer el proceso de identificación.
2. Tratamiento de datos.- Antes de empezar la identificación es necesario verificar los datos registrados con anterioridad, pues pueden estar acompañados de ruido u otro tipo de señales no deseadas que deben ser eliminadas o atenuadas mediante filtrado.

3. Propuesta del modelo a aplicar.- Dependiendo del tipo de modelo a aplicar y del comportamiento físico del mismo, podemos distinguir [4]:
 - a) Caja negra (*Black-box*): un modelo basado en leyes fundamentales es muy complicado o se desconoce, por lo que es muy difícil encontrar una interpretación física de los parámetros del sistema.
 - b) Caja gris (*Gray-box*): algunas partes del sistema pueden ser modeladas basándose en principios fundamentales y otras como caja negra. Algunos de los parámetros pueden tener una interpretación física.
 - c) Caja blanca (*White-box*): la estructura del modelo se obtiene a partir de leyes fundamentales y los parámetros cuentan con una interpretación física.
4. Aplicación del algoritmo para la estimación de parámetros.- Existen diferentes metodologías como las nombradas en la sección 3.1. Por ejemplo, para métodos paramétricos, el objetivo es encontrar el vector de parámetros que introducidos en el modelo produzcan una respuesta estimada muy cercana a la del sistema real.
5. Validación del modelo.- El último paso consiste en verificar si el modelo obtenido satisface el grado de exactitud requerido. Si el modelo no satisface las especificaciones, es decir, si no presenta un comportamiento dinámico similar al del sistema real ante la misma entrada aplicada, se puede deber a las siguientes causas:
 - a) El conjunto de datos de entrada-salida no proporcionan suficiente información sobre la dinámica del sistema.
 - b) La estructura elegida no proporciona una buena descripción del modelo.
 - c) La aplicación de estimación de parámetros no es el más adecuado.

El proceso de identificación es un proceso iterativo, por lo que si el modelo no satisface las especificaciones, es posible regresar a verificar cada punto del proceso, como se muestra en la Figura 3.1.

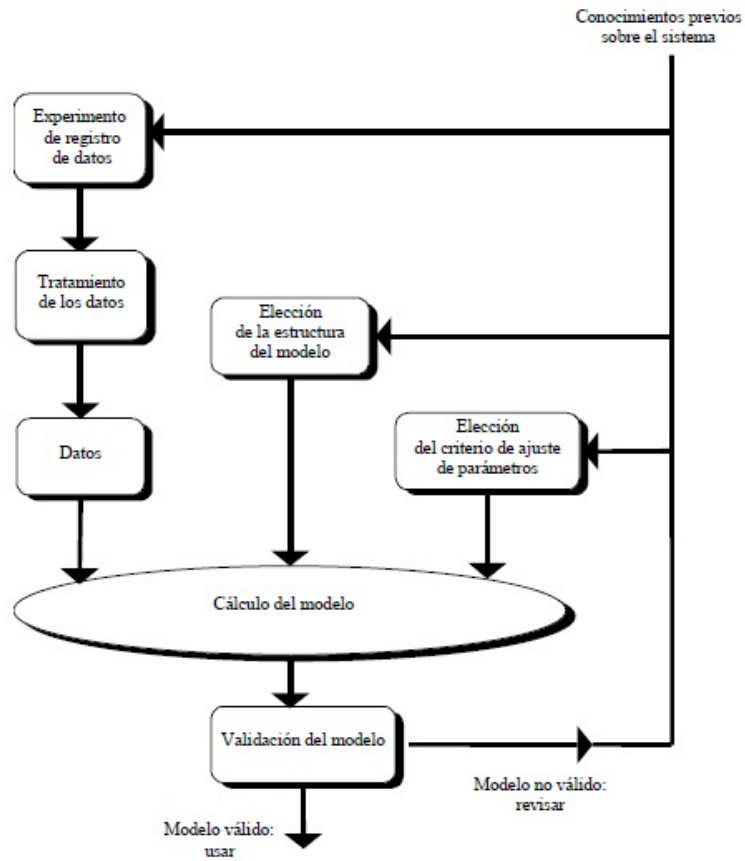


Figura 3.1: Proceso de Identificación.

En el caso del sistema de calentamiento rápido, se planteó un modelo matemático lineal del proceso por lo que es posible obtener una función de transferencia (a partir de leyes fundamentales) con parámetros que claramente tienen una interpretación física con respecto al sistema (resistencias y capacitancias térmicas), por lo que se tratará como caja blanca, entonces se usarán métodos y algoritmos matemáticos para la correcta estimación de los parámetros involucrados en el sistema.

3.3. Representación de sistemas en tiempo discreto.

En los sistemas de control las especificaciones de desempeño (precisión, estabilidad relativa y velocidad de respuesta) y las señales de interés (señal de control, error, salidas de los actuadores, etc.) están dadas usualmente en tiempo continuo, por lo que el modelo también. Una forma de representación es la función de transferencia en términos de variable compleja s .

Para realizar la identificación paramétrica es necesario obtener un modelo en el dominio discreto, dado que los datos de entrada-salida que sirven para la identificación son muestras.

3.3.1. Ecuaciones en diferencias.

Las ecuaciones en diferencias son una forma matemática de describir el comportamiento dinámico de un sistema en tiempo discreto, pues son la base del control digital. Entonces de forma general tenemos para un sistema entrada-salida:

$$\sum_{p=0}^n a_p y(k-p) = \sum_{r=0}^m b_r x(k-r), \quad (3.1)$$

donde

y : representa la salida del sistema,

x : representa la entrada del sistema,

p y r : representan el orden de la ecuación en diferencias,

a_p y b_r : son los coeficientes de la ecuación en diferencias,

k : es la k -ésima iteración.

Si en la Ec.(3.1) se normaliza $a_0 = 1$:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \dots + a_n y(k-n) = b_0 x(k) + b_1 x(k-1) + b_2 x(k-2) + \dots + b_m x(k-m), \quad (3.2)$$

como se observa de la Ec.(3.2), se evalúa el estado presente y los estados anteriores del sistema dinámico.

3.3.2. Transformada z de una señal $x[kT]$.

Para cambiar de un modelo continuo a uno discreto existe una correspondencia entre el plano s y el plano z , esta correspondencia es conocida como transformación bilineal. La transformada z de la función del tiempo $x(t)$, donde $-\infty < t < \infty$ y k toma valores enteros ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) define la transformada z bilineal [10]:

$$X(z) = Z[x(t)] = Z[x(kT)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT)z^{-k}. \quad (3.3)$$

Si el sistema es *causal o no anticipativo* sólo se toman en cuenta los valores muestreados positivos de $x(t)$, es decir, $x(0), x(T), x(2T), \dots$, conocida como transformada z unilateral

$$X(z) = Z[x(t)] = Z[x(kT)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)z^{-k}, \quad (3.4)$$

donde T es el período de muestreo.

Al aplicar el método de la transformada z se busca trabajar con sistemas en tiempo discreto, que para fines de control es aplicar los diseños convencionales del tiempo continuo a sistemas en tiempo discreto. Además, ayuda a simplificar las ecuaciones en diferencias a ecuaciones algebraicas en z .

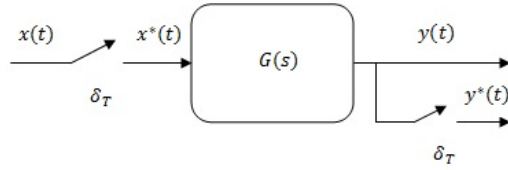
3.3.3. Función de transferencia pulso.

La Ec.(3.5) representa la salida del sistema $y^*(t)$ con una entrada de excitación $x^*(t)$ y la secuencia de ponderación $g(kT)$ de la Figura 3.2. El término $y^*(t)$ y $x^*(t)$ representan las señales muestreadas; se considera que los muestreadores están sincronizados (mismo periodo de muestreo)[10].

$$y(kT) = \sum_{h=0}^{\infty} g(kT - hT)x(hT), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.5)$$

Si $y(t) = 0$ para $t < 0$ la transformada z de $y(t)$ es:

$$Z[y(t)] = Y(z) = \sum_{k=0}^{\infty} y(kT)z^{-k}. \quad (3.6)$$


 Figura 3.2: Sistema $G(s)$ con excitación muestreada mediante impulsos.

Substituyendo la Ec.(3.5) en la Ec.(3.6) se tiene

$$\begin{aligned}
 Y(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} y(kT)z^{-k}, \\
 Y(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} g(kT - hT)x(hT)z^{-k}, \\
 Y(z) &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} g(mT)x(hT)z^{-(m+h)}, \\
 Y(z) &= \sum_{m=0}^{\infty} g(mT)z^{-m} \sum_{h=0}^{\infty} x(hT)z^{-h}, \\
 Y(z) &= G(z)X(z).
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

La Ec.(3.7) relaciona la salida pulso $Y(z)$ del sistema y la entrada pulso $X(z)$, al dividir ambos miembros de la ecuación entre $X(z)$ tenemos

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}. \tag{3.8}$$

La Ec.(3.8) es conocida como *la función de transferencia pulso* del sistema y relaciona las transformadas z de la salida $Y(z)$ y la entrada $X(z)$. Entonces $G(z)$ es la transformada z de la secuencia de ponderación o $g(t)$.

La equivalencia entre la variable z y las señales muestreadas, de acuerdo a [10],

es

$$\begin{aligned}x(k+1) &= z^{+1}X(z), \\x(k) &= z^0X(z), \\x(k-1) &= z^{-1}X(z).\end{aligned}\tag{3.9}$$

Reescribiendo la Ec.(3.2) en términos de la Ec.(3.9)

$$\begin{aligned}Y(z) + a_1z^{-1}Y(z) + a_2z^{-2}Y(z) + \dots + a_nz^{-n}Y(z) = \\b_0X(z) + b_1z^{-1}X(z) + b_2z^{-2}X(z) + \dots + b_mz^{-m}X(z).\end{aligned}\tag{3.10}$$

Factorizando y despejando la Ec.(3.10) se tiene la *función de transferencia pulso* para un sistema entrada-salida

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_mz^{-m}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n}}.\tag{3.11}$$

3.4. Función de transferencia pulso para el sistema térmico.

La Ec.(2.11) representa la dinámica del sistema térmico en el dominio del tiempo, por lo que para realizar la identificación de parámetros de este, es importante obtener la función en tiempo discreto. Al aplicar la transformada z unilateral (sistema causal) se tiene:

$$H(z) = Z[Ae^{-\beta_1 t} + Be^{-\beta_2 t}],\tag{3.12}$$

obteniendo

$$H(z) = \frac{A}{1 - e^{-\beta_1}z^{-1}} + \frac{B}{1 - e^{-\beta_2}z^{-1}}.\tag{3.13}$$

Desarrollando la Ec.(3.13) tenemos

$$H(z) = \frac{(A+B) - (Ae^{-\beta_2} + Be^{-\beta_1})z^{-1}}{1 - (e^{-\beta_1} + e^{-\beta_2})z^{-1} + e^{-(\beta_1+\beta_2)}z^{-2}},\tag{3.14}$$

si

$$\begin{aligned}
b_0 &= (A + B) \\
b_1 &= Ae^{-\beta_2} + Be^{-\beta_1} \\
a_1 &= e^{-\beta_1} + e^{-\beta_2} \\
a_2 &= e^{-(\beta_1+\beta_2)}.
\end{aligned}$$

Entonces, la *función de transferencia pulso* de nuestro sistema es

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 - b_1 z^{-1}}{1 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}. \quad (3.15)$$

Los términos b_0 , b_1 , a_1 y a_2 están relacionados con los parámetros del sistema y son los que se busca encontrar con algún método de identificación; entonces se puede observar que no es tan fácil reconocer el valor de las resistencias y capacitancias térmicas planteadas en el modelo. Los métodos para la identificación de estos parámetros implementados en esta tesis se describen en las siguientes secciones.

3.5. Objetivo de la estimación de parámetros.

El objetivo de la estimación de parámetros consiste en encontrar los coeficientes de la función de transferencia discreta, entonces si se tiene un sistema como el de la Ec.(3.2) y se despeja $y(k)$, puede ser expresada como:

$$y(k) = [y(k-1) \ y(k-2) \dots y(k-n) \ x(k) \ x(k-1) \dots x(k-m)] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \\ b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

de forma general se puede reescribir:

$$y(k) = [\phi_1(k) \ \phi_2(k) \ \dots \ \phi_{n+m+1}(k)] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_{n+m+1} \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

A partir de la Ec.(3.17) se puede escribir la siguiente matriz para una serie de datos muestreados

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ y(k+2) \\ \vdots \\ y(k+r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1(k) & \varphi_2(k) & \varphi_3(k) & \dots & \varphi_{n+m+1}(k) \\ \varphi_1(k+1) & \varphi_2(k+1) & \varphi_3(k+1) & \dots & \varphi_{n+m+1}(k+1) \\ \varphi_1(k+2) & \varphi_2(k+2) & \varphi_3(k+2) & \dots & \varphi_{n+m+1}(k+2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_1(k+r) & \varphi_2(k+r) & \varphi_3(k+r) & \dots & \varphi_{n+m+1}(k+r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \theta_{n+m+1} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

si

$$Y = \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ y(k+2) \\ \vdots \\ y(k+r) \end{bmatrix} \quad y \ \phi_n = \begin{bmatrix} \varphi_n(k) \\ \varphi_n(k+1) \\ \varphi_n(k+2) \\ \vdots \\ \varphi_n(k+r) \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Reescribiendo la Ec.(3.18) en términos de la Ec.(3.19)

$$Y = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \dots & \phi_{n+m+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \theta_{n+m+1} \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Abreviando la Ec.(3.20) tenemos

$$Y = \Phi\theta, \quad (3.21)$$

donde:

Φ es una matriz que contiene señales conocidas, las cuales pueden ser de tipo lineal o no lineal, a esta matriz se le conoce como matriz de regresión.

θ son los parámetros desconocidos del modelo.

Entonces, los coeficientes de la función de transferencia o parámetros del sistema se encuentran en la matriz θ de la Ec.(3.21), por lo que mediante métodos de identificación trataremos de conocer los valores de esta matriz. Aunque existe una infinidad de vectores θ para cada punto de operación del sistema, nos interesa el que mejor ajuste para que la diferencia de error ε entre la salida real del sistema y y la salida estimada \hat{y} sea mínima.

$$\varepsilon = y - \hat{y}. \quad (3.22)$$

3.6. Método de mínimos cuadrados (*Least Squares Method*).

El método de mínimos cuadrados fue desarrollado por Gauss en 1795. Es la solución más aplicada para optimización lineal. Se asumirá que se han medido $i = 1, \dots, N$ muestras de datos $\{u(i), y(i)\}$ se determina un número de parámetros $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$. La salida del sistema es perturbado por el ruido blanco n , como se muestra en la Figura 3.3. El objetivo es encontrar la salida del modelo \hat{y} que mejor aproxime la salida

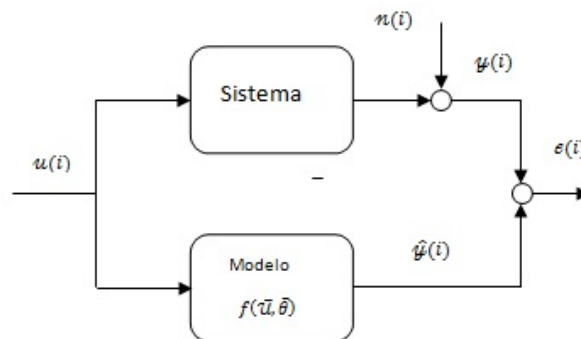


Figura 3.3: Identificación paramétrica

del sistema y en el sentido de mínimos cuadrados, es decir, que el error cuadrático $\varepsilon^2 = (y - \hat{y})^2$ sea mínimo, con $\hat{y} = \phi \hat{\theta}$ [8].

3.7. Minimización de la función de error por el método de mínimos cuadrados.

Para reducir la función de error al mínimo por el método de mínimos cuadrados tenemos

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^N [\varepsilon(k)]^2. \quad (3.23)$$

La Ec.(3.23) puede ser expresada como

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^N [\varepsilon(k)]^2 = \begin{bmatrix} \varepsilon(1) & \varepsilon(2) & \dots & \varepsilon(N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon(1) \\ \varepsilon(2) \\ \vdots \\ \varepsilon(N) \end{bmatrix} = E^T E, \quad (3.24)$$

si

$$E = Y - \Phi\hat{\theta}, \quad (3.25)$$

donde Y es la salida medida del sistema y $\Phi\hat{\theta}$ es la salida estimada del modelo. Reescribiendo la Ec.(3.24) en términos de la Ec.(3.25)

$$J = [Y - \Phi\hat{\theta}]^T [Y - \Phi\hat{\theta}], \quad (3.26)$$

desarrollando la Ec.(3.26)

$$\begin{aligned} J &= Y^T [Y - \Phi\hat{\theta}] - [\Phi\hat{\theta}]^T [Y - \Phi\hat{\theta}], \\ J &= Y^T Y - Y^T \Phi\hat{\theta} - [\Phi\hat{\theta}]^T Y + [\Phi\hat{\theta}]^T \Phi\hat{\theta}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Considerando que el $E = 0$, entonces

$$Y = \Phi\hat{\theta}; Y^T = [\Phi\hat{\theta}]^T. \quad (3.28)$$

Reescribiendo la Ec.(3.27) en términos de la Ec.(3.28)

$$J = Y^T Y - 2[\Phi\hat{\theta}]^T Y + [\Phi\hat{\theta}]^T \Phi\hat{\theta}. \quad (3.29)$$

Dado que $\hat{\theta}$ es un vector columna, la Ec.(3.29) se puede reescribir como:

$$J = Y^T Y - 2[\Phi \hat{\theta}]^T Y + \Phi^T \Phi \hat{\theta}^2. \quad (3.30)$$

Para el procedimiento de optimización de la Ec.(3.30) se deriva la función J respecto $\hat{\theta}$ obteniendo

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{\theta}} = -2\Phi^T Y + 2\Phi^T \Phi \hat{\theta}. \quad (3.31)$$

Si el error es mínimo cuando:

$$\frac{\partial J(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} = 0, \quad (3.32)$$

por lo que

$$-2\Phi^T Y + 2\Phi^T \Phi \hat{\theta} = 0. \quad (3.33)$$

Despejando $\hat{\theta}$ de la Ec.(3.33) y con la condición de que $[\Phi^T \Phi]$ sea una matriz no singular, se tiene:

$$\hat{\theta} = [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T Y \quad (3.34)$$

La Ec.(3.34) es la solución para la identificación de parámetros por mínimos cuadrados (*Least Squares*), es decir, $\hat{\theta}$ es el vector de parámetros estimados que produce la mínima diferencia entre el valor medido a la salida del sistema y el valor de salida estimado del modelo.

3.8. Método de mínimos cuadrados recursivos (*Recursive Least Squares*).

El método anterior se lleva a cabo cuando se tiene N muestras de datos. Sin embargo, en algunas aplicaciones los datos se van acumulando conforme pasa el tiempo ahora se tienen $N + 1$ datos, es decir, se requiere que el método de mínimos cuadrados se ejecute en línea, por lo que este método es llamado Mínimos Cuadrados Recursivos (MCR).

Cada vez que entran datos nuevos, se calcula el vector de parámetros $\hat{\theta}$ con un tiempo constante, por lo que ahora se tiene el siguiente algoritmo para MCR [3].

Inicio de la recursión, paso $N + 1$

Paso 1. Formar $\phi(N + 1)$ con nuevos datos

Paso 2. Calcular el error de predicción

$$\varepsilon(N + 1) = y(n + 1) - \phi(N + 1)\hat{\theta}(N)$$

Paso 3. Calcular $P(N + 1)$

$$P(N + 1) = P(N) \left[I - \frac{\phi^T(N+1)\phi(N+1)P(N)}{1 + \phi(N+1)P(N)\phi^T(N+1)} \right]$$

Paso 4. Actualizar el estimador $\hat{\theta}(N + 1)$

$$\hat{\theta}(N + 1) = \hat{\theta}(N) + P(N + 1)\phi^T(N + 1)\varepsilon(N + 1)$$

Fin de la recursión, paso $N + 1$

Normalmente el vector de parámetros inicial $\hat{\theta}(0)$ es una mala suposición, por lo que se tiene que llevar a cabo una gran corrección de los parámetros. Entonces el algoritmo converge a los valores de los parámetros óptimos. El vector inicial de $P(N)$ es usualmente elegida como $P(0) = \alpha I$ con valores grandes para α (100 a 1000), ya que esto conduce a un vector de corrección grande y por lo tanto a una convergencia rápida.

Si se tiene un sistema que presenta variaciones en el tiempo o los parámetros del sistema varían lentamente entonces un algoritmo llamado mínimos cuadrados con factor de olvido λ es adecuado para reconstruir a $\hat{\theta}$. Típicamente el factor de olvido λ toma valores entre 0,9 y 1 [3]. El algoritmo se muestra en el siguiente cuadro.

Inicio de la recursión, paso $N + 1$

Paso 1. Formar $\phi(N + 1)$ con nuevos datos

Paso 2. Calcular el error de predicción

$$\varepsilon(N + 1) = y(n + 1) - \phi(N + 1)\hat{\theta}(N)$$

Paso 3. Calcular $P(N + 1)$

$$P(N + 1) = \lambda^{-1}P(N) \left[I - \frac{\phi^T(N+1)\phi(N+1)P(N)}{\lambda + \phi(N+1)P(N)\phi^T(N+1)} \right]$$

Paso 4. Actualizar el estimador $\hat{\theta}(N + 1)$

$$\hat{\theta}(N + 1) = \hat{\theta}(N) + P(N + 1)\phi^T(N + 1)\varepsilon(N + 1)$$

Fin de la recursión, paso $N + 1$

Capítulo 4

Implementación electrónica

Como se mencionó anteriormente, se desea una temperatura controlada en el interior del horno con un máximo de hasta $350^{\circ}C$. En este capítulo se describirán con detalle cada una de las etapas de la implementación electrónica que permitió cumplir con el objetivo.

4.1. Control por ángulo de fase

Para obtener la temperatura deseada dentro del sistema se colocaron lámparas de halógeno con características de $120Vac$, $500W$ y $4,16A$, que al presentar un cambio en su intensidad proporcionan una variación de temperatura, por lo que es necesario controlarlas.

Una forma de modificar la intensidad o flujo de calor q es mediante control por ángulo fase, éste consiste en variar el tiempo en que se suministra el voltaje, corriente o potencia entregada a la carga en cada semiciclo de la onda de corriente alterna, usualmente esta función de conmutación la realiza un TRIAC.

La Figura 4.1 muestra la señal sinusoidal que se tiene de la red eléctrica. En el primer semiciclo, de 0 a π (o de 0° a 180°), el ángulo de fase o retardo α es el encargado de regular la potencia entregada a la carga; mientras más grande sea este ángulo α menor potencia se aplicará a aquélla. Por lo tanto, el ángulo de conducción está dado por $180^{\circ} - \alpha$.

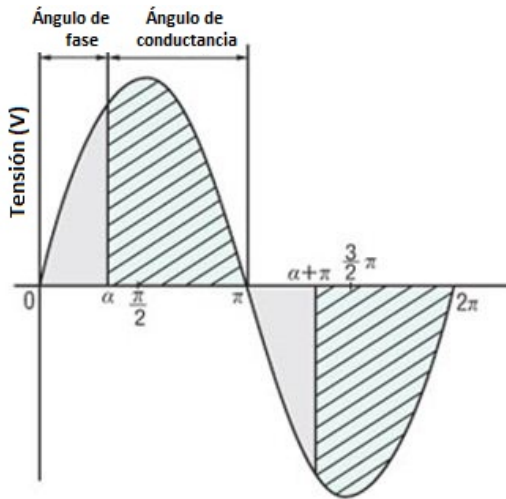


Figura 4.1: Variación del ángulo de fase

4.2. Tiristor

Para generar el control proporcional de voltaje entregado a la carga, es necesario generar el disparo para la compuerta del TRIAC por ángulo de fase. El TRIAC, Figura 4.2 es un tiristor de tres terminales que funciona como un interruptor bidireccional, con una corriente relativamente pequeña en la terminal G (gate), pasa de un estado de alta impedancia a un estado de conducción, permitiendo que la corriente fluya hacia la carga.

Los TRIAC MAC12MG de semiconductor con características de $600V/12A$ son los encargados de regular la potencia suministrada a la carga; su elección se debe a la demanda de $4,16A/500W$ por lámpara, por lo que el valor a considerar debe ser mínimo el doble, evitando rebasar los valores máximos de los componentes y dañarlos.

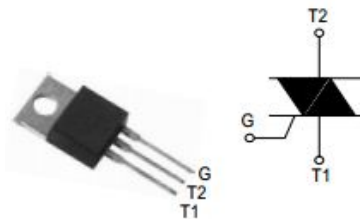


Figura 4.2: TRIAC.

4.3. Microcontrolador

La importancia del microcontrolador PIC16F887 en el presente trabajo, se debe a que regula la potencia que entrega el controlador a las lámparas, con el fin de obtener la temperatura deseada en el sistema.

Un microcontrolador es un circuito integrado programable que contiene los componentes de un computador al poseer puertos de E/S para la comunicación con periféricos, canales de comunicación, temporizadores para controlar tiempos, sistemas de interrupciones capaces de detectar sucesos especiales, etc.[12], por lo anterior es que se decidió utilizar un PIC16F887.

El PIC16F887 es un microcontrolador de *Microchip* que posee las siguientes características (HDF):

- a) Arquitectura RISC (*reduced instruction set computer*) al contar con sólo 35 instrucciones diferentes. Todas las instrucciones se realizan en un ciclo, a excepción de las de ramificación.
- b) Alimentación de voltaje entre 2,0 y 5,5V, frecuencia de operación de hasta 20MHz (con un ciclo de instrucción de 200ns).
- c) Oscilador interno de alta precisión (calibrado de fábrica de $\pm 1\%$) con un intervalo de frecuencia de entre 8MHz a 31MHz que se selecciona por software.
- d) Memoria ROM de 8kB con tecnología FLASH (se puede reprogramar hasta 100 000 veces), 368 bytes de memoria RAM y 256 bytes de memoria EEPROM (los datos se pueden grabar más de 1 000 000 de veces).
- e) Cuenta con 35 pines de entrada/salida, que pueden utilizarse para las siguientes funciones:
 - Convertidor analógico/digital con una resolución de 10 bits (11/14 canales)
 - Tres contadores/temporizadores independientes
 - Temporizador perro guardián
 - Módulo PWM (Modulación por Ancho de Pulso)

- Módulo USART mejorado, para comunicaciones seriales RS-485, RS-232 y LIN2.0
- Puerto serie síncrono maestro (MSSP) que soporta los modos SPI (Interfaz periférica serial) e I2C (Circuito inter-integrado)

4.3.1. Interrupciones

Las interrupciones en un microcontrolador son utilizadas para atender sucesos internos o externos, que no se tiene que estar consultado continuamente, evitando retardos o paradas en la ejecución del programa principal. Cuando se produce una interrupción el PIC ejecuta un salto a la rutina de atención a aquélla, previamente definida por el programador, se ejecuta la porción de programa correspondiente y cuando se termina la ejecución con la instrucción RETFIE, el PIC retorna a la misma posición de memoria del programa principal donde se produjo la interrupción [1].

Los temporizadores o TIMER pueden ser configurados para la ejecución de interrupciones, éstos se utilizan como contadores internos o externos; cuando la cuenta es interna se habla de temporización y cuando es externa se habla de contador.

El PIC16F887 posee un único vector de atención a la interrupción ubicado en la dirección 0004h del programa, por lo que es importante el uso del registro de control INTCON para la habilitación de las interrupciones y el uso de banderas, estas últimas ayudan al programa a determinar qué suceso ha producido la interrupción.

Temporizador TMR0, TMR2 e interrupción externa por RB0

- El TMR0 es un contador (registro) de 8 bits, la cuenta máxima es de 255, se puede incrementar por hardware o software. Como contador cuenta los eventos externos a través del pin RA4/TOCK1 y como temporizador cuentan los pulsos internos del reloj.

La frecuencia de conteo es una cuarta parte de la frecuencia de reloj ($\frac{F_{osc}}{4}$), con el uso de una preescala se puede dividir la frecuencia. El divisor de frecuencia programable para el TMR0 es de 1 : 2 a 1 : 256.

El tiempo de desbordamiento del TIMER0 se calcula como:

$$T = T_{CM} * Prescaler * (256 - cargaTMR0), \quad (4.1)$$

donde $T_{CM} = \frac{4}{F_{osc}}$, es el ciclo de máquina.

- El TIMER2 es un módulo temporizador con dos registros, TMR2 es para la temporización y PR2 es el registro de periodo, ambos de 8 bits se pueden leer y escribir. La entrada de reloj ($\frac{F_{osc}}{4}$) tiene una preescala de 1 : 1, 1 : 4 o 1 : 16, la salida de la preescala se utiliza para incrementar el registro TMR2. Los valores de ambos registros se comparan constantemente por lo que el registro TMR2 se incrementa desde 00h hasta alcanzar el valor del registro PR2, al igualarse TMR2 se reinicia a 00h automáticamente. La postescala (de 1 : 1 a 1 : 16) del temporizador TIMER2 se incrementa y su salida se utiliza para generar la interrupción, si la bandera TMR2IF está habilitada.

La temporización por interrupción del TIMER2 se calcula como:

$$T = T_{CM} * Prescaler * (TMR2 + 1) * Postscaler, \quad (4.2)$$

donde $T_{CM} = \frac{4}{F_{osc}}$, es el ciclo de máquina.

- La interrupción exterior por pin R_{B0} se da tras el cambio de la entrada de nivel alto a bajo o viceversa.

4.4. Etapa de potencia utilizando un microcontrolador PIC16F887

La etapa de potencia es capaz de variar el flujo de calor q de las lámparas de forma práctica y segura. Este punto es de gran importancia pues se deben tomar las consideraciones necesarias de aislamiento entre los componentes de potencia y los circuitos digitales, debido a que sin un buen aislamiento se podrían generar sobrecargas que dañen a los circuitos o incluso al usuario.

El regulador o *dimmer* digital es utilizado para variar la intensidad luminosa de las lámparas incandescentes, por lo que se decidió implementarlo con la ayuda

del microcontrolador PIC16f887, los dispositivos de aislamiento y los elementos de potencia necesarios para controlar la carga de 500W. La Figura 4.3 muestra la forma en la que se implementó el sistema físicamente, simulada en el programa PROTEUS.

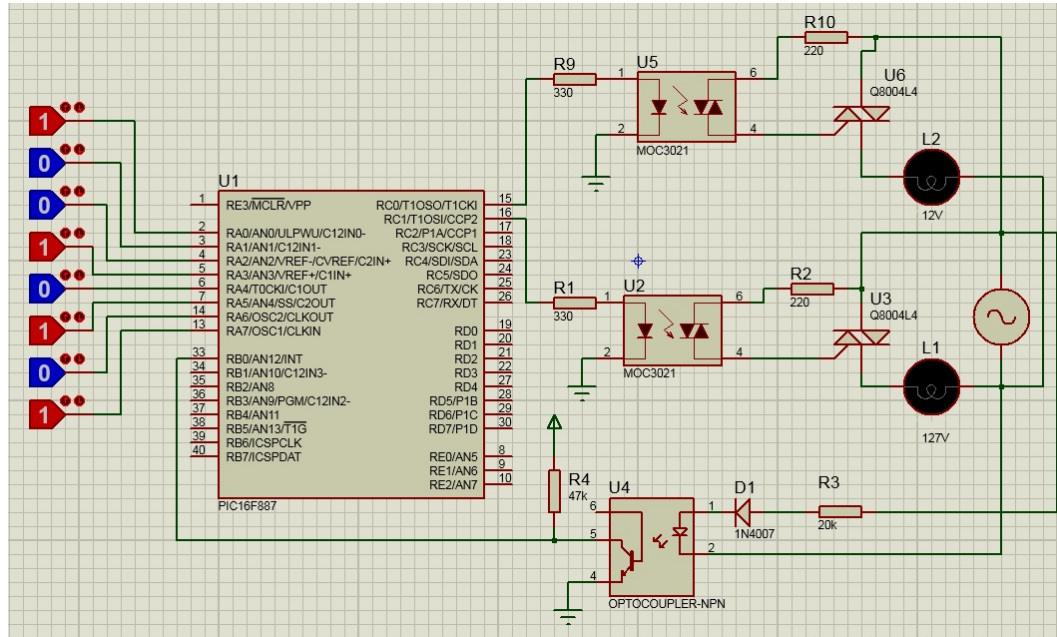


Figura 4.3: Regulador o *dimmer* digital

El código que permite realizar la función anterior se desarrolló en lenguaje ensamblador en el programa MPLAB, el código se encuentra en el apéndice B. Los diagramas de flujo de las Figuras 4.4, 4.5 y 4.6 muestran los puntos importantes que se consideraron para generar el código y programar al microcontrolador.

Como parte de la inicialización, se eligió la frecuencia de oscilación interna programable F_{osc} de 4MHz. El PIC16F887 necesita 4 pulsos de reloj para ejecutar una instrucción, por lo que la frecuencia de ciclo de instrucción F_{cy} está dada por

$$F_{cy} = \frac{F_{osc}}{4} = \frac{4MHz}{4} = 1MHz. \quad (4.3)$$

Los pines asignados como entradas son:

- Puerto A (RA0 al RA7): los 8 bits reciben la señal de control proporcional a la temperatura deseada.

- Pin R_{B0} : es configurado para detectar una interrupción exterior.

Los pines asignados como salidas son:

- Pin RC0 y RC1: proporcionan la señal de mando, mediante un optoacoplador, a la terminal *gate* de los TRIACS.

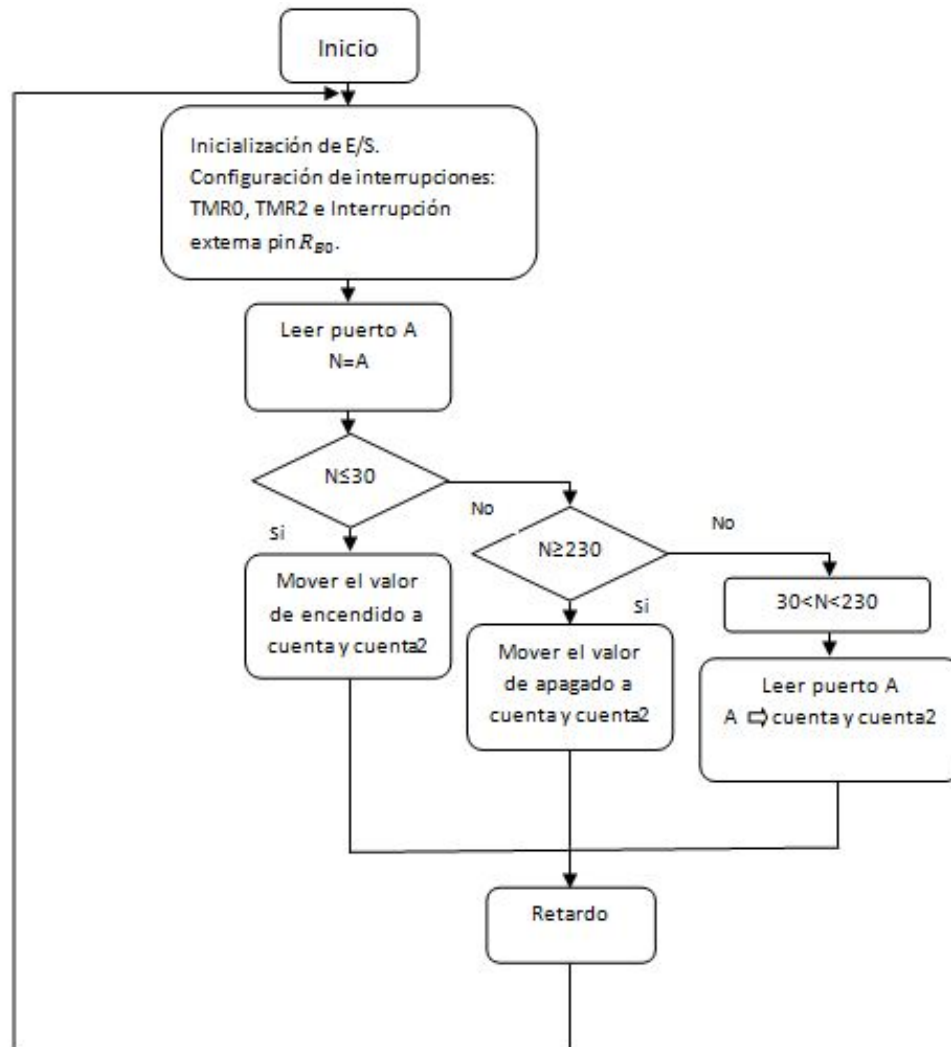


Figura 4.4: Programa principal.

Para el TMR0 se utilizó una preescala 1 : 32 y para el TMR2 una preescala 1 : 16

con una postescala 1 : 2, logrando una temporización de $8,192ms$. Este tiempo se debe al periodo de la señal de línea, que es

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60} = 16,6ms. \quad (4.4)$$

Se considera sólo la mitad del periodo, pues es lo que dura cada medio ciclo de la onda de AC logrando controlar el ángulo de fase.

Si el programa detecta una interrupción por TMR0, TMR2 o por pin R_{B0} el programa realiza lo que se muestra en el diagrama de flujo de la Figura 4.5, en donde:

- I.E. es la interrupción externa por pin R_{B0}
- TOIE y TOIF son las banderas de interrupción del TMR0
- TMR2IF es la bandera de interrupción por TMR2

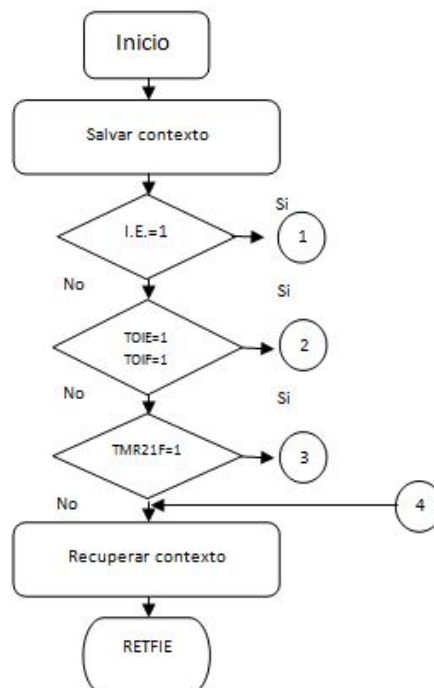


Figura 4.5: Interrupciones por TMR0, TMR2 y pin R_{B0} .

Los puntos de unión 1, 2 y 3 mandan a subrutinas generadas por alguna de las tres interrupciones. El diagrama de flujo correspondiente se muestra en la Figura 4.6.

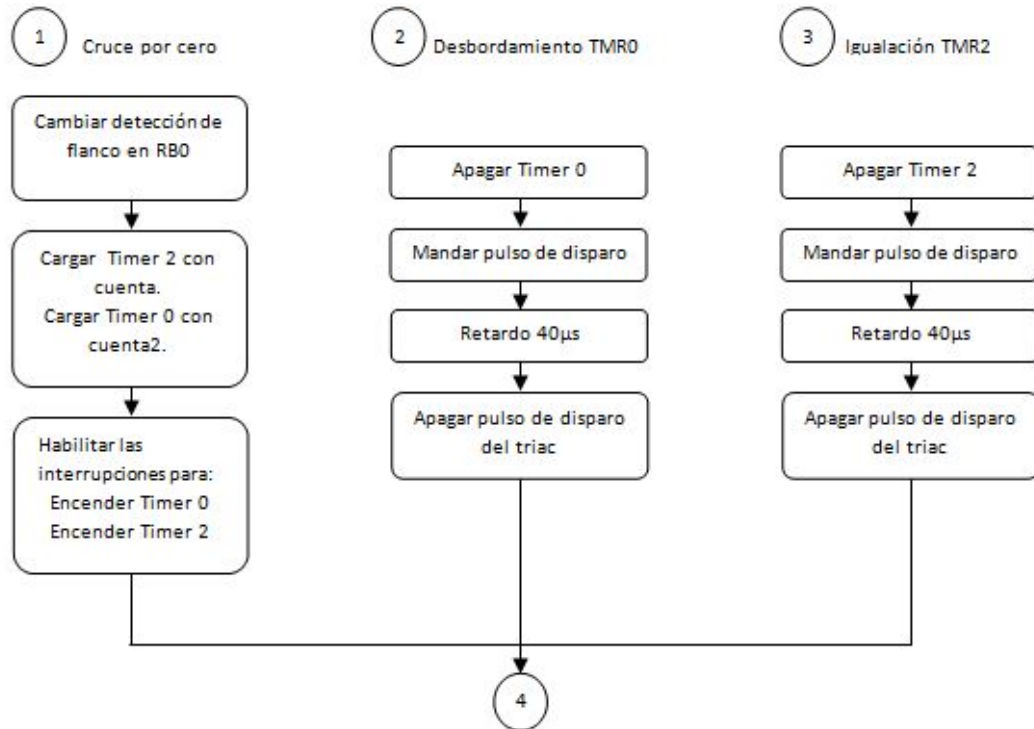


Figura 4.6: Subrutinas de interrupción.

Debido a que el PIC es el encargado de variar los disparos de compuerta de los tiristores y con estos últimos la potencia entregada a cada lámpara, debe realizar las siguientes funciones:

1. Detectar el valor asignado por el controlador para variar el ángulo de fase, obteniendo la temperatura deseada.

La transmisión de datos entre el controlador y la etapa de potencia se realizó mediante la tarjeta de adquisición de datos de *National Instruments* DAQ USB-6009 por puerto paralelo, la cual consiste en enviar datos en forma simultánea por varios canales (hilos), en este caso, se envían al puerto A los 8 bits de datos de control.

2. Mandar las señales de salida que gobiernan a los TRIACS para que éstos se activen durante el ángulo de conducción correspondiente.

Debido a que los TRIACS funcionan como interruptores permitiendo o no el paso de la corriente hacia la carga durante un intervalo de tiempo determinado por el microcontrolador, es necesario el aislamiento entre éste y aquéllos. Uno de los circuitos integrados que realiza la función de aislar a los componentes de potencia de los digitales es el optoacoplador.

El MOC3011 es un optoacoplador que internamente posee un LED que controla a un fototriac. Cuando el pin R_{C0} o R_{C1} del microcontrolador aplica un valor de un uno lógico ($5V$) al LED del MOC3011 hace circular sobre él una corriente de aproximadamente $15mA$, al emitir el haz de luz sobre el fototriac, éste entra en conducción y drena la corriente sobre la compuerta G del TRIAC para que éste permita la circulación de corriente sobre la carga. El tiempo que permanece activo el TRIAC lo determina el microcontrolador y depende de la temperatura deseada, una vez que se desea apagar el TRIAC, sólo se le deja de enviar la corriente necesaria a su compuerta G .

De la Figura 4.3 la resistencia R_1 de 330Ω asegura que la corriente que pasa por el led del MOC3011 sea la recomendada por el fabricante y la resistencia de 220Ω limita la corriente que pasa por el fototriac para evitar que supere su valor máximo de $100mA$.

Las ventajas de utilizar este circuito integrado (CI) se deben a su tensión de aislamiento de $7500Vac$ pico que garantiza un perfecto aislamiento entre la red de AC y el microcontrolador, su bajo costo y pequeño encapsulado.

3. Detectar el cruce por cero de la señal de AC.

Cuando el TRIAC hace la conmutación y no coincide con un cruce por cero de la tensión de la red, este cambio repentino produce ruido eléctrico de alta frecuencia creando interferencias, por lo que es importante saber cuando la señal de AC cruza por cero.

Debido a que el microcontrolador detectará el cruce por cero, es decir, cada vez que la señal de AC pasa por $0V$, es necesaria una señal de entrada por el pin R_{B0} que proporcione dicha información. Como se sabe está tensión no se

puede aplicar directamente al pin, por lo que es necesario aislar eléctricamente al circuito mediante un optoacoplador.

El 4N35 es un optoacoplador que posee internamente un diodo LED y un fototransistor que cuando se le aplica una tensión V_{in} , circula una corriente por el LED emitiendo un haz de luz que incide sobre el transistor y lo satura. En la Figura 4.3 se observa la conexión de este CI; cuando el transistor es saturado a la entrada del microcontrolador se aplica un nivel bajo y por el contrario cuando el led está apagado, el transistor está bloqueado y en la entrada del microcontrolador se aplica un nivel alto, así es como se detecta el cruce por cero de la señal de AC.

En esta aplicación de corriente alterna, se colocó un diodo que sólo entra en conducción en los semiciclos positivos, mientras que en los negativos se comporta idealmente como circuito abierto. Por otra parte, sirve de protección para el diodo LED del 4N35. La tensión directa sobre los extremos del LED en conducción es de $1,5V$ y la corriente necesaria que debe circular sobre él es de $6mA$, por lo que la resistencia R_3 en serie, Figura 4.3, se calcula como:

$$R_3 = \frac{120V - 1,5V}{6mA} = 19750\Omega, \quad (4.5)$$

por lo que el valor de la resistencia que se colocó fue de $20k\Omega$.

4.5. Adquisición de datos.

En el sistema de adquisición de datos, Figura 4.7, la entrada al sistema es una variable física (posición, velocidad, aceleración, temperatura o presión) que se transforma primero a una señal eléctrica (señal de voltaje o corriente) mediante un transductor; una vez que la variable física se ha convertido a una señal de voltaje o corriente, el acondicionamiento de la señal se realiza por medios electrónicos [10].

El acondicionamiento de las señales es el proceso para manipular la señal de salida del transductor, de manera que pueda ser aceptada por el sistema de adquisición de datos en un formato digital. El proceso fundamental para el acondicionamiento de las señales es: amplificación, filtrado, linealización y aislamiento.

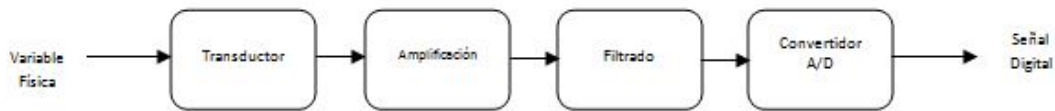


Figura 4.7: Sistema de adquisición de datos

4.5.1. Proceso de adquisición de datos para el sistema térmico (horno).

El proceso de adquisición de datos que se realizó es:

1. Utilización de un sensor/transductor adecuado para medir la temperatura (variable física) y convertirla en una señal analógica de voltaje.
2. Amplificación utilizando una configuración del amplificador operacional de instrumentación. En esta etapa se resuelven problemas como el ruido y amplitud del voltaje de salida del transductor.
3. Filtrado por medio de un filtro paso-bajas atenuando las señales de ruido de alta frecuencia de la señal.
4. Conversión de la señal eléctrica a una forma digital, a este proceso se le conoce como convertidor Analógico/Digital (A/D).
5. Linealización de la señal.

Descripción y desarrollo del proceso de adquisición de datos para el sistema térmico.

1. El transductor utilizado para medir la temperatura del horno es un termopar tipo K (Cromel/Alumel). Su intervalo de medición es de $-270^{\circ}C$ a $1372^{\circ}C$, con sensibilidad de $41\mu V/^{\circ}C$, aproximadamente. Este tipo de sensor es relativamente económico, brinda exactitud y además posee buena resistencia a la oxidación.

Cuando dos alambres compuestos por distintos materiales se unen, el punto de contacto produce un pequeño voltaje en el circuito abierto en función de la

temperatura. Este voltaje termoeléctrico se conoce como voltaje de Seebeck, en honor Thomas Seebeck, quien lo descubrió en el año de 1821. El voltaje es no lineal con respecto a la temperatura. Los termopares se designan mediante letras mayúsculas (B, E, J, K, N, R, S y T) que indican la composición de los materiales de acuerdo a las convenciones del *American National Standards Institute (ANSI)*.

Marco teórico.

Para medir el voltaje de Seebeck en un termopar no puede ser directamente a través de un voltímetro u otro sistema de medición, ya que cualquier conexión de los cables del termopar con el sistema de medición crea circuitos eléctricos adicionales. Considerando la Figura 4.8 del termopar tipo K

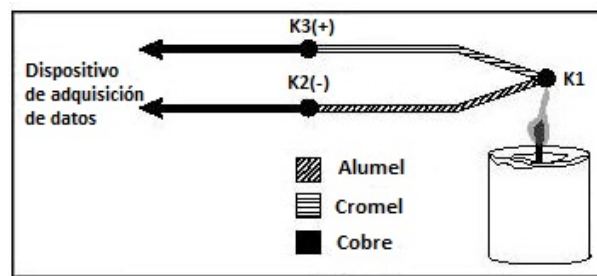


Figura 4.8: Termopar tipo K.

los cables del termopar están conectados a los cables de cobre que pertenecen al dispositivo de adquisición de datos, por lo que se generan tres uniones K1, K2 y K3. La unión K1 genera un voltaje Seebeck proporcional a la temperatura de interés, pero las uniones parásitas K2 y K3 tienen individualmente su propio voltaje termoeléctrico proporcional a la temperatura de los terminales del dispositivo de adquisición, entonces para determinar el voltaje de interés proporcionado por la unión K1, es necesario conocer las relaciones de voltaje a temperatura de las uniones K2 y K3 y así sustraer las contribuciones de las uniones parásitas.

Para compensar las uniones parásitas no deseadas, los termopares requieren de una temperatura de referencia en las uniones K2 y K3 denominada compensación de unión en frío. El nombre se debe a que la unión de referencia

se logra con hielo a 0°C , este método es muy preciso pero no práctico. Una manera práctica consiste en medir la temperatura de la unión de referencia directamente con un sensor de temperatura de lectura directa y sustraer las contribuciones de voltaje de las uniones parásitas. Se puede simplificar el cálculo de la compensación de unión en frío aprovechando algunas características de los termopares.

De acuerdo con la Ley de los Metales Intermedios, al insertar cualquier tipo de metal dentro del circuito de un termopar no se tiene efecto a la salida siempre y cuando ambos terminales del metal se encuentren a la misma temperatura o región isotérmica. En la Figura 4.9 un pedazo de alumel se ha insertado justo antes de la unión K3 generando una unión más: k4.

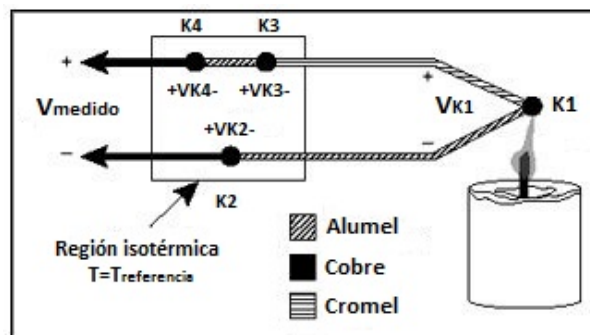


Figura 4.9: Inserción de un metal en la región isotérmica.

En el circuito de la Figura 4.9 las uniones K2 y K4 son del mismo tipo (cobre/alumel), ya que ambas se encuentran en la misma región isotérmica y debido a la dirección de la corriente, el voltaje generado por las uniones K2 y K4 son iguales y de signo contrario por lo que se cancelan. Las uniones K1 y K3 son del mismo tipo, pero la unión K3 se encuentra a la temperatura de referencia y K1 a la temperatura que se está midiendo, por lo que el voltaje de Seebeck es de magnitudes diferentes. De lo anterior se tiene que el voltaje medido por el sistema de adquisición de datos será igual al voltaje de la temperatura medida menos el voltaje de la temperatura de referencia o lo que es igual, el voltaje de la temperatura medida es igual al voltaje medido por el sistema de adquisición más el voltaje de la temperatura de referencia.

$$V = V_{means} + V_{ref}, \quad (4.6)$$

donde

V : es el voltaje de la temperatura medida,

V_{means} : es el voltaje medido por el sistema de adquisición,

V_{ref} : es el voltaje de la temperatura de referencia.

Entonces, midiendo V_{means} y T_{ref} (temperatura de referencia) y conociendo la relación voltaje-temperatura que proporcionan los polinomios del *National Institute of Standards and Technology* (NIST) se puede conocer la temperatura en la unión caliente del termopar.

- Debido a que la señal generada por el termopar es de forma diferencial y muy pequeña (en el orden de microvoltios), fue necesario amplificarla.

El amplificador de instrumentación (IA) es uno de los circuitos más útiles, precisos y versátiles, pues amplifican señales diferenciales de bajo nivel evitando componentes grandes en modo común. Está diseñado internamente con tres amplificadores operacionales y siete resistencias de precisión como se muestra en la Figura 4.10, que hacen del AI un circuito extremadamente estable.

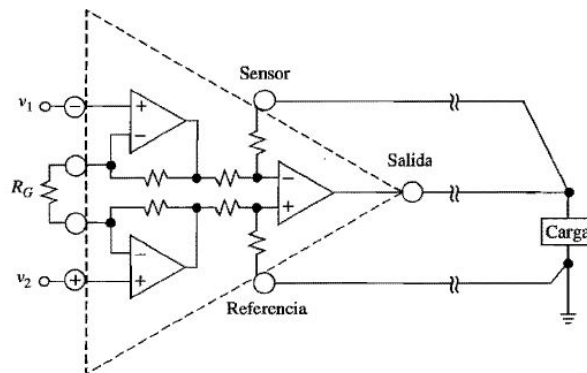


Figura 4.10: Amplificador de Instrumentación.

Algunas ventajas que tienen los IA sobre los amplificadores operacionales (AO) normales son:

- a) Impedancias de entrada de modo diferencial y común altas.
- b) Impedancia de salida muy baja.
- c) Razón de rechazo al modo común (CMRR) superior a 100 dB. Esta es la capacidad de un amplificador de rechazar (atenuar) señales idénticas simultáneamente en sus entradas (señal en modo común), por lo que V_o no depende del voltaje común a V_1 y V_2 sólo en su diferencia.
- d) Ganancia en el intervalo de 1 V/V a 10^3 V/V.

La simplicidad y versatilidad de este CI se debe a que la ganancia de voltaje se establece con una sola resistencia R_G .

Entonces, para amplificar la señal entregada por el termopar se utilizó un IA AD620 de *Analog Devices*, algunas de sus características importantes que se tomaron en consideración son:

- a) Rango de ganancia de 1 a 1000
- b) CMRR de 100 dB, mínimo
- c) Bajo ruido de $9nV/\sqrt{Hz}$

Por lo que se logró amplificar 100 veces la señal generada por el termopar tipo K y eliminar en gran medida las señales en modo común (ruido no deseado). Además, con la amplificación se aseguró que el sistema de adquisición de datos pudiera reconocer la respuesta de cambio de $V/^\circ C$ del termopar K. La hojas de especificaciones del AD620 muestran la forma de conexión del termopar con el IA, como se ve en la Figura 4.11.

Como se mencionó anteriormente, sólo se necesita de una resistencia externa R_G para obtener la ganancia deseada, por lo que de la hoja de datos del fabricante tenemos:

$$R_G = \frac{49,4k\Omega}{G - 1}, \quad (4.7)$$

con $G=100$, se obtiene

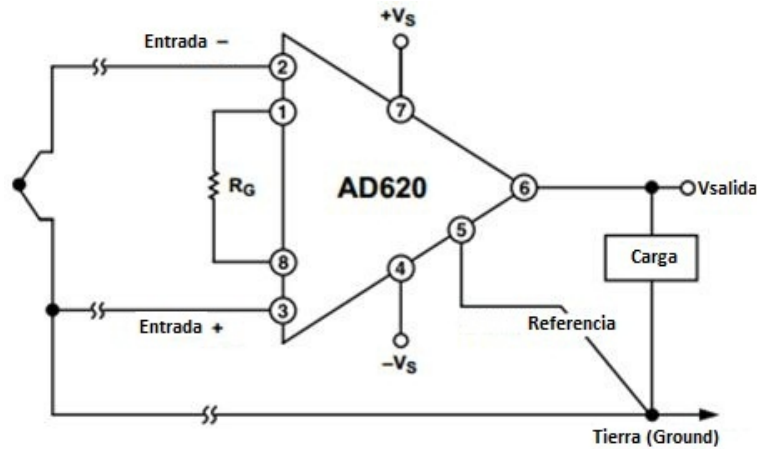


Figura 4.11: Conexión de un termopar con un AD620.

$$R_G = \frac{49,4k\Omega}{100 - 1} = 498,98\Omega. \quad (4.8)$$

La terminal de referencia (patilla 5 del CI) se utiliza cuando se necesita un voltaje de referencia diferente de $0V$, conocido como *offset*, esto se debe a que la carga no comparte la misma tierra con el resto del circuito. En nuestro caso esto no ocurre por lo que la terminal de referencia es mandada a tierra o $0V$.

3. El filtro es un circuito diseñado para dejar pasar señales en una banda de frecuencias deseada y atenuar todas aquellas fuera de esta banda [2]. Por lo anterior, el filtrado es una parte importante en el sistema de adquisición de datos, pues si bien se lograron eliminar grandes componentes de ruido en modo común con el amplificador de instrumentación por su característica de CMRR, existen otros tipos de ruidos que afectan la señal del termopar como lo son las componentes de alta frecuencia.

Las componentes de ruido de alta frecuencia que afectan a nuestro sistema son los de la línea de $60Hz$, por lo que el filtro paso bajas es de gran ayuda para remover este tipo de ruido.

La respuesta de un filtro paso bajas se caracteriza por una frecuencia de corte

ω_c , tal que

$$|H| = 1 \text{ para } \omega < \omega_c,$$

$$|H| = 0 \text{ para } \omega > \omega_c,$$

donde $|H|$ es la magnitud de la señal.

Entonces, las señales con frecuencias menores a ω_c pasarán a través del filtro sin cambiar su amplitud, mientras que las señales con frecuencias mayores a ω_c serán atenuadas.

Se diseñó un filtro activo Butterworth de $-40dB/década$, como el de la Figura 4.12, debido a que este tipo de aproximaciones presentan una ganancia en lazo cerrado cercana a uno dentro de la banda de paso, por lo que también son conocidos como filtros de máximo plano o filtro plano-plano.

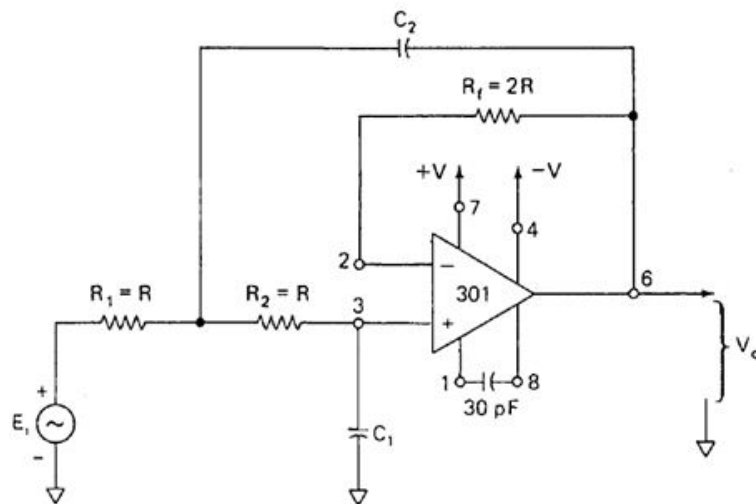


Figura 4.12: Filtro pasa bajas Butterworth.

Los valores de las resistencias y capacitores se obtuvieron de la siguiente manera [2]:

- Se seleccionó la frecuencia de corte $f_c = 60Hz$
- Se eligió un capacitor $C = C_1 = 0,1\mu F$ y $C_2 = 2C_1$

- Se calculó $R = \frac{0,707}{\omega_c C} = 18,75K\Omega$ y $R_f = 2R = 37,5K\Omega$
4. Un convertidor A/D, también conocido como codificador es la interfaz entre un componente analógico y uno digital. El convertidor utilizado para este proyecto es de *National Instruments* y es la DAQ USB-6009 que tiene las siguientes características:
- 8 entradas analógicas (14 bits, 48 kS/s)
 - 2 salidas analógicas (12 bits a 150 S/s), 12 E/S digitales; contador de 32 bits
 - Energizado por bus para una mayor movilidad, conectividad de señal integrada
 - Compatible con *LabVIEW*, *LabWindowsTM/CVI* y *Measurement Studio* para *Visual Studio.NET*
 - Intervalo mínimo de voltaje de $+/- 1V$

Para procesar de forma digital la señal del termopar, acondicionada con anterioridad, fue importante tomar en cuenta que el convertidor A/D de la tarjeta sólo reconoce cambios de voltaje de $122\mu V$, debido a su resolución.

$$Resolucion = \frac{V_{refHmin} - V_{refLmin}}{2^n - 1}, \quad (4.9)$$

donde

$V_{refHmin}$: es el voltaje de referencia mínimo en alto,

$V_{refLmin}$: es el voltaje de referencia mínimo en bajo,

n : es el número de bits del convertidor A/D.

Por lo que

$$Resolucion = \frac{1 - (-1)}{2^{14} - 1} = 122,07\mu V. \quad (4.10)$$

Con esa resolución la tarjeta USB-6009 no detecta el cambio de $41\mu V/^\circ C$ que genera el termopar, por lo que se amplificó el voltaje 100 veces.

5. Como se mencionó en el punto 1, la respuesta del termopar es no lineal con respecto a la temperatura. Además, para linealizar su respuesta es necesario hacer una compensación llamada unión en frío. La razón por la cual debe hacerse dicha compensación es debido a que todas las tablas y polinomios de los termopares están basados en la unión de referencia o compensación de unión en frío.

Para compensar la unión en frío se utilizó el sensor de temperatura LM35 de TEXAS INSTRUMENTS, este CI proporciona:

- Un voltaje linealmente proporcional con respecto a la temperatura en grados centígrados ($10mV/^\circ C$).
- Posee un intervalo de medición de $-55^\circ C$ a $150^\circ C$.
- Bajo costo y fácil implementación.

Por lo anterior, se decidió implementar para la compensación de unión en frío del termopar. Es importante recalcar que el sensor debe colocarse en la misma región isotérmica en la que se encuentran la unión de referencia. La Figura 4.13, proporcionada por el fabricante en las hojas de datos del sensor, muestra la conexión para su correcto funcionamiento.

Para linealizar la respuesta del termopar, se utilizaron dos polinomios proporcionados por el NIST. El primero proporciona voltaje en función de la temperatura, el segundo temperatura en función del voltaje y ambos deben ser implementados para la conversión de la temperatura. Estos polinomios pueden producir una precisión de conversión de temperatura con un error típicamente menor del $0,06^\circ C$ para el termopar tipo K.

Entonces, tomando en consideración la Figura 4.14 y conociendo la temperatura de referencia T_{ref} , se puede utilizar el siguiente algoritmo para conocer la temperatura deseada:

- a) Obtener la temperatura de referencia T_{ref} para compensar la unión en frío. Esta temperatura es proporcionada por el LM35.

$$V_{ref} = c_0 + c_1 T_{ref} + c_2 T_{ref}^2 + c_3 T_{ref}^3 + c_4 T_{ref}^4 + c_5 T_{ref}^5 + c_6 T_{ref}^6 + c_7 T_{ref}^7 + c_8 T_{ref}^8 + c_9 T_{ref}^9. \quad (4.11)$$

La Ec. (4.11) es para un rango de temperatura de 0 a 1372 °C, en donde los coeficientes son:

$$\begin{aligned} c_0 &= -1,7600413686 * 10^{-2} \\ c_1 &= 3,8921204975 * 10^{-2} \\ c_2 &= 1,8558770032 * 10^{-5} \\ c_3 &= -9,9457592874 * 10^{-8} \\ c_4 &= 3,1840945719 * 10^{-10} \\ c_5 &= -5,6072844889 * 10^{-13} \\ c_6 &= 5,6075059059 * 10^{-16} \\ c_7 &= -3,2020720003 * 10^{-19} \\ c_8 &= 9,7151147152 * 10^{-23} \\ c_9 &= -1,2104721275 * 10^{-26} \end{aligned}$$

- d) Calcular el voltaje compensado como: $V = V_{meas} + V_{ref}$.
- e) Convertir el voltaje compensado V a la temperatura T real. La Ec. (4.12) es para convertir el voltaje (en milivoltios) a temperatura (°C).

$$T = c_0 + c_1 V + c_2 V^2 + c_3 V^3 + c_4 V^4 + c_5 V^5 + c_6 V^6 + c_7 V^7 + c_8 V^8 + c_9 V^9. \quad (4.12)$$

Los coeficientes del polinomio de la Ec. (4.12) dependen de la temperatura. Para un intervalo de temperatura de 0 a 500°C y un intervalo de voltaje de 0mV a 20,644mV:

$$\begin{aligned} c_0 &= 0 \\ c_1 &= 2,508355 * 10^1 \\ c_2 &= 7,860106 * 10^{-2} \\ c_3 &= -2,503131 * 10^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_4 &= 8,315270 * 10^{-2} \\
c_5 &= -1,228034 * 10^{-2} \\
c_6 &= 9,804036 * 10^{-4} \\
c_7 &= -4,413030 * 10^{-5} \\
c_8 &= 1,057734 * 10^{-6} \\
c_9 &= -1,052755 * 10^{-8}
\end{aligned}$$

Y para el rango de temperatura de 500 a 1372°C y un rango de voltaje de 20,644mV a 54,886mV:

$$\begin{aligned}
c_0 &= -1,318058 * 10^2 \\
c_1 &= 4,830222 * 10^1 \\
c_2 &= -1,646031 \\
c_3 &= 5,464731 * 10^{-2} \\
c_4 &= -9,650715 * 10^{-4} \\
c_5 &= 8,802193 * 10^{-6} \\
c_6 &= -3,110810 * 10^{-8} \\
c_7 &= 0 \\
c_8 &= 0 \\
c_9 &= 0
\end{aligned}$$

El algoritmo anterior se programó en *LabVIEW*, este software de desarrollo es compatible con la tarjeta de adquisición de datos USB-6009 de *National Instruments*. Asimismo, ofrece un entorno gráfico que ayuda a la fácil comprensión para el programador y el usuario.

La Figura 4.15 muestra el diagrama de bloques del polinomio de la Ec. (4.11) y los coeficientes correspondientes para pasar de temperatura T_{ref} a voltaje V_{ref} .

En la Figura 4.16 se muestra el diagrama de bloques correspondiente al polinomio de la Ec. (4.12) y los coeficientes correspondientes para obtener la temperatura T compensada, es decir, la temperatura real del horno.

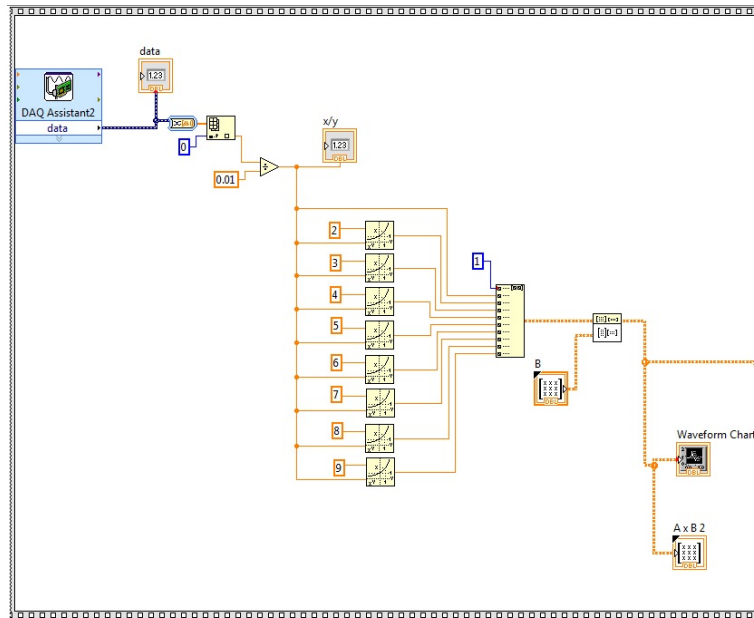


Figura 4.15: Diagrama de bloques la Ec. (4.11)

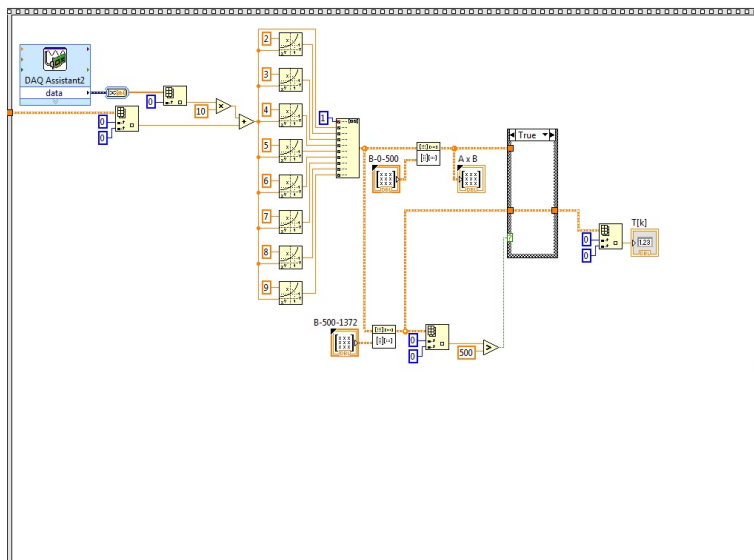


Figura 4.16: Diagrama de bloques la Ec. (4.12)

Finalmente, en la Figura 4.17, se puede observar la implementación física del regulador o *dimmer* digital, el acondicionamiento y adquisición de datos de la señal

de interés, mediante la tarjeta USB-6009 de *National Instruments*.



Figura 4.17: Implementación física y tarjeta USB-6009 de *National Instruments*.

4.6. Relación ángulo de fase potencia entregada a la carga.

Como se mencionó en la sección 4,1 de este capítulo, se desea controlar por ángulo de fase la potencia entregada a la carga de alterna (lámparas). La carga es resistiva por lo que la tensión eficaz aplicada, de acuerdo a [6], es

$$V_{L,rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}}. \quad (4.13)$$

Con la Ec.(4.13) y el valor de la resistencia R , se calcula la potencia entregada a la carga como

$$P(\alpha) = \frac{V_m^2}{2R} \left(1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}\right). \quad (4.14)$$

La Figura 4.20 representa la potencia entregada a la carga en función del ángulo de fase α . Se observa que si $\alpha = 0$ la tensión aplicada a la carga es máxima, mientras α tome valores más grandes, hasta 180° máximo, el valor disminuirá hasta $0W$. Lo anterior se comprobó y se puede observar en la Figura 4.18 y 4.19.

Para controlar la temperatura del sistema, el ángulo de fase α debe estar en función de la potencia. Sin embargo, la Ec.(4.14) es no lineal por lo que es imposible invertirla. Para resolver el problema fue necesario la implementación del método numérico de interpolación de Lagrange, este método proporcionó el polinomio de la Ec.(4.15) que es el despeje de α en función de la potencia de la Ec.(4.14).

$$\alpha = -2,5735e^{-12}p^5 + 6,3264e^{-9}p^4 - 5,8098e^{-6}p^3 + 0,0025p^2 - 0,5737p + 170,8497. \quad (4.15)$$



Figura 4.18: Horno con poco flujo de calor (ángulo de disparo grande).



Figura 4.19: Horno con máximo flujo de calor (ángulo de disparo pequeño).

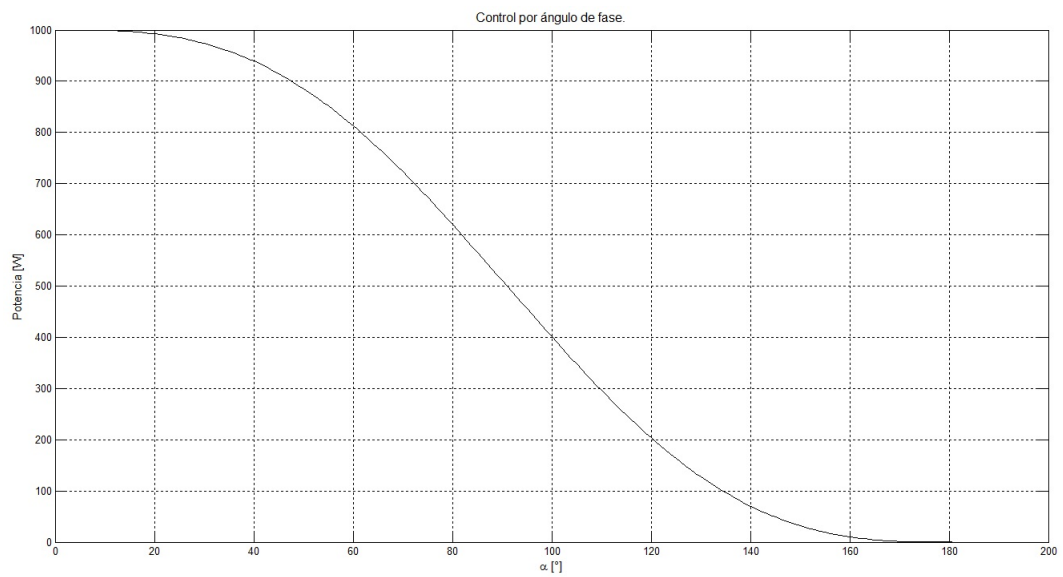


Figura 4.20: Potencia entregada a la carga en función del ángulo de disparo.

Capítulo 5

Sistemas de control

Controlar un sistema es sinónimo de cumplir objetivos con condiciones y especificaciones bien definidas. El primer paso para analizar y diseñar un sistema de control es obtener un modelo matemático del mismo, después, existen varios métodos para el análisis de su desempeño.

En este capítulo se abordan los métodos de control lineal y no lineal que se implementaron para obtener la temperatura deseada del horno. En la sección 5.3 se expone el control clásico PID mediante la sintonización por Ziegler-Nichols, en la sección 5.7 el control en espacio de estados y por último en la sección 5.10 el control adaptable no lineal.

5.1. Estabilidad absoluta, estabilidad relativa y error en estado estacionario de los sistemas de control.

La característica más importante del comportamiento dinámico de un sistema de control es la estabilidad absoluta, es decir, si el sistema es estable o inestable. Se dice que un sistema de control está en equilibrio si en ausencia de cualquier perturbación o entrada, la salida permanece en el mismo estado. Si un sistema de control lineal e invariante con el tiempo está sujeto a una condición inicial, se dice que es:

- Estable si la respuesta en la salida termina por regresar a su estado de equili-

brio.

- Críticamente estable si las oscilaciones de la salida continúan indefinidamente.
- Inestable si la salida diverge sin límite a partir de su estado inicial.

La estabilidad relativa está en función de la respuesta transitoria del sistema de control, que exhibe oscilaciones amortiguadas antes de alcanzar el estado estacionario. Si la salida de un sistema en estado estacionario no coincide exactamente con la señal de referencia, se dice que el sistema tiene un error en estado estacionario; este error indica la precisión de la respuesta del sistema. Al analizar un sistema de control, es importante hacerlo respecto al comportamiento de la respuesta transitoria y el comportamiento en estado estacionario.

5.2. Sistemas de control realimentados.

En los sistemas de control realimentados la señal de entrada de referencia es comparada constantemente con la señal de salida del sistema. Por ejemplo, al regular la temperatura de una habitación se mide la temperatura real y ésta es comparada con la temperatura de referencia (o temperatura deseada), la diferencia de ambas temperaturas es manipulada por el control que activa o desactiva el equipo de calefacción o de enfriamiento asegurando que la habitación permanezca en un nivel cómodo de temperatura.

5.3. Sistemas de control en lazo abierto.

En los sistemas de control en lazo abierto la salida del sistema no contribuye en la acción de control, es decir, la señal de salida del sistema no es medida y no es comparada con la entrada de referencia; por lo tanto, a cada entrada de referencia le corresponde una condición operativa fija, en este tipo de sistemas la precisión depende de la calibración.

En la práctica, el control en lazo abierto sólo se usa si es bien conocida la relación entre la entrada y la salida y no hay perturbaciones externas ni internas; pues en este caso, este tipo de control no podría realizar la tarea deseada. Es importante

observar que cualquier sistema de control que opere con una base de tiempo es en lazo abierto; ejemplo de esto es la lavadora, pues el lavado, enjuague y secado es por base de tiempo y nunca depende de la salida del sistema que sería la limpieza de la ropa.

5.4. Sistemas de control en lazo cerrado.

El sistema de control realimentado se denomina también sistema de control en lazo cerrado. En un sistema de control en lazo cerrado se alimenta al controlador la señal de error de actuación, que es la diferencia entre la señal de entrada y la señal de realimentación, implicando el uso de una acción de control realimentado para reducir el error del sistema a cero o a un valor pequeño y llevar su salida al valor adecuado.

En la mayoría de los sistemas dinámicos se presentan perturbaciones indeseables y variaciones impredecibles en los componentes del sistema; la función principal de los sistemas de control en lazo cerrado es la estabilidad, logrando corregir en exceso errores que producen respuestas no deseadas del sistema. En la Figura 5.1 se ilustra el diagrama clásico de este tipo de sistema.

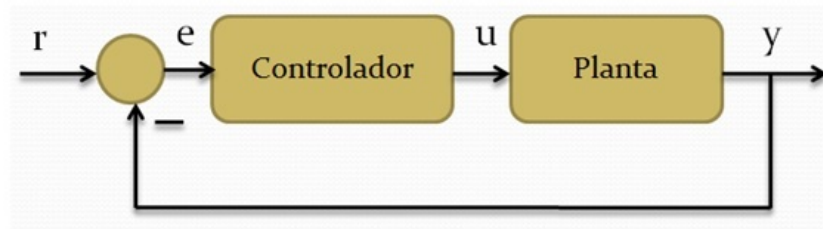


Figura 5.1: Control en lazo cerrado.

Los términos básicos de los sistemas de control en lazo cerrado son:

1. Planta: es el objeto físico a controlar y tiene como objetivo realizar una acción u operación particular (tal como un dispositivo electromecánico, un horno eléctrico, etc.).
2. Variable controlada (y) y variable manipulada (u): la variable controlada es la salida del sistema que se mide y controla; la variable manipulada es la cantidad que el controlador modifica para cambiar el valor de la variable controlada.

3. Punto de referencia (r): es el valor deseado de la variable controlada, conocido también como *set point*.
4. Controlador: es el dispositivo que recibe la señal de error de la variable controlada y transmite una señal en función al error que genera una acción de cambio en el dispositivo a controlar.
5. Error (e): se define como error a la diferencia entre la señal de referencia y la señal de realimentación.

5.5. Acciones de control PID.

Existen tres acciones de control básicas: proporcional, integral, derivativa y combinaciones de ellas.

5.5.1. Acción de control proporcional.

En este tipo de acción la relación entre la salida del controlador $u(t)$ y la señal de error $e(t)$ es:

$$u(t) = K_p e(t), \quad (5.1)$$

donde K_p es la ganancia proporcional, con función de transferencia

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p. \quad (5.2)$$

El controlador proporcional, en esencia, es un amplificador con ganancia ajustable, por lo que no considera la variación del tiempo originando un error en estado estacionario; para reducir dicho error es necesario incluir la acción de control integral.

El aumento de la ganancia proporcional conlleva a empeorar la respuesta transitoria en lazo cerrado del sistema aumentando el sobre impulso.

5.5.2. Acción de control integral.

En este tipo de control el valor de la salida del controlador $u(t)$ cambia a una razón proporcional a la integral de señal de error $e(t)$, es decir:

$$\frac{du(t)}{dt} = K_i e(t), \quad u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt, \quad (5.3)$$

donde K_i es la constante ajustable, en ocasiones se denomina control de reajuste. La función de transferencia del controlador integral es

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}. \quad (5.4)$$

De la Ec.(5.3) se puede observar que la señal de control es en todo momento el área bajo la curva de la señal de error hasta tal momento, por lo que es función de la historia de la señal de error.

La acción de control integral tiene como propósito disminuir o eliminar (en el mejor de los casos) el error en estado estacionario provocado por el control proporcional. Sin embargo, puede conducir a una respuesta oscilatoria de amplitud decreciente lenta o en el peor de los casos de amplitud creciente, ambos casos por lo general son indeseables.

5.5.3. Acción de control derivativa.

La acción de control derivativa genera una señal de control proporcional a la derivada de la señal de error, es decir:

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (5.5)$$

donde K_d es la constante derivativa.

La función de transferencia del controlador derivativo es

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_d s. \quad (5.6)$$

La acción de control derivativa responde a la velocidad del cambio del error

y produce una corrección significativa antes que la magnitud del error se vuelva demasiado grande, por consiguiente, el control derivativo prevé el error, inicia una acción correctiva oportuna y tiende a aumentar la estabilidad del sistema.

El control derivativo no afecta directamente al error en estado estacionario, añade amortiguamiento al sistema y, por tanto, permite valores más elevados de la ganancia proporcional provocando una mejora en la precisión en estado estacionario.

Debido a que el control derivativo opera sobre la velocidad del cambio del error, y no sobre el error mismo, este modo nunca se utiliza solo, siempre se emplea junto a otro tipo de acción.

5.6. Controlador PID.

La mayoría de los controladores industriales utilizados hoy en día tienen el esquema de control PID o modificaciones, tales como el control I-PD y el control PID con dos grados de libertad; lo anterior se debe a que en casi todos los casos no se conocen con exactitud el modelo que describe la dinámica del sistema evitando utilizar los métodos de diseño analíticos; implementar este tipo de control tiene como ventaja su ajuste en el sitio, es decir, permite llevar a cabo una sintonización delicada y fina, y en algunos casos una sintonización automática en línea.

El acrónimo PID se debe a las acciones de control proporcional, integral, derivativa y su función de transferencia está dada por:

$$G_c = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right), \quad (5.7)$$

donde:

K_p es la ganancia proporcional

T_i es el tiempo integral

T_d es el tiempo derivativo.

5.7. Sintonización de controladores PID por el método de Ziegler-Nichols.

Si se obtiene un modelo matemático de la planta, es posible encontrar los parámetros del controlador que cumpla con las especificaciones del transitorio y de estado estacionario del sistema en lazo cerrado. Sin embargo, si el sistema es tan complejo que no permite encontrar un modelo matemático que lo caracterice, entonces será imposible encontrar los parámetros del controlador. En este caso, es necesaria la sintonización del controlador de forma experimental.

Ziegler-Nichols dieron a conocer reglas de sintonización para controladores PID que permiten establecer los parámetros K_p , T_i y T_d con base a las características de la respuesta transitoria de la planta, tal respuesta se puede obtener de forma experimental o a través de simulación de la dinámica de la planta, debido a que este método permite su aplicación a sistemas con modelos conocidos o desconocidos. Los dos métodos de sintonización propuestos por Ziegler-Nichols son:

- Primer método:** consiste en obtener la respuesta $c(t)$ de la planta de forma experimental ante una entrada escalón unitario $u(t)$, si la planta no contiene integradores ni polos dominantes complejos conjugados, la respuesta ante tal entrada puede tener forma de S (de lo contrario no es recomendado la aplicación de este método), como se muestra en la Figura 5.2.

La gráfica de la Figura 5.2 se caracteriza por dos parámetros: el tiempo de retardo L y la constante de tiempo T . Para determinar ambos parámetros, se dibuja una recta tangente en el punto de inflexión de la curva S hasta que intercepte el eje del tiempo y la línea $c(t) = K$, en donde K es el valor de la respuesta de la planta en estado estacionario. La función de transferencia de la Ec.(5.8) aproxima un sistema de primer orden con retardo, representando perfectamente este caso.

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (5.8)$$

La tabla de la Figura 5.3 establece los valores de K_p , T_i y T_d , mediante el primer método de Ziegler-Nichols, para los tipos de control P, PI y PID.

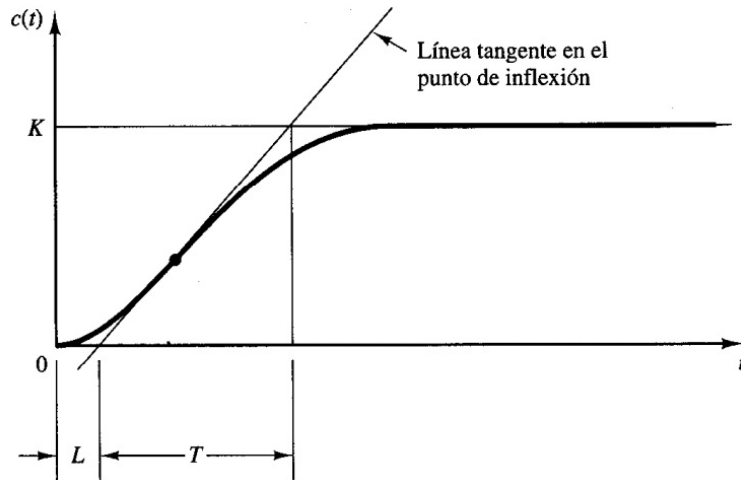


Figura 5.2: Respuesta de la planta ante una estrada escalón.

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

Figura 5.3: Sintonización primer método Ziegler-Nichols, basada en la respuesta escalón de la planta [9].

- Segundo método.** Consiste en hacer que la salida del sistema presente oscilaciones sostenidas; si no se presentan dichas oscilaciones, este método no es funcional. Para lograr las oscilaciones de la Figura 5.4; primero, se eliminan los efectos de la parte integral y derivativa ($T_i = 0$ y $T_d = 0$); segundo, obtener el valor de ganancia crítica K_{cr} correspondiente a un periodo crítico T_{cr} variando el valor de K_p de 0 hasta dicho valor; por lo tanto, los valores K_{cr} y T_{cr} se obtiene de forma experimental.

Ziegler-Nichols propusieron establecer valores para los parámetros K_p , T_i y T_d del controlador de acuerdo con la tabla de la Figura 5.5.

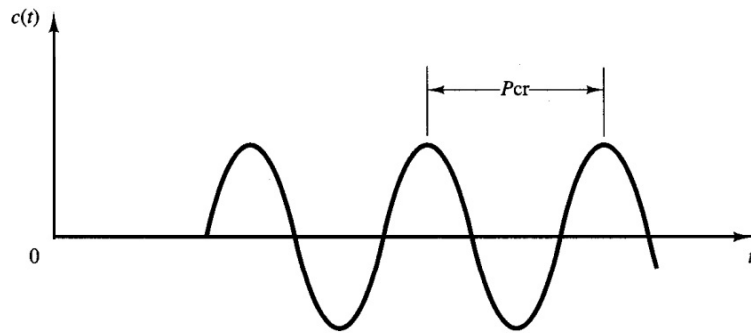


Figura 5.4: Respuesta de la planta con oscilaciones sostenidas.

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2}P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

Figura 5.5: Sintonización del control,segundo método Ziegler-Nichols [9].

5.8. Sintonización del control para el horno, primer método de Ziegler-Nichols.

Para sintonizar el control PI, se obtuvo la respuesta en lazo abierto $c(t)$ del horno (planta) ante una entrada escalón $u(t)$ como se muestra en la Figura 5.6. La respuesta $c(t)$ representa la temperatura alcanzada dentro del horno ante una entrada $u(t) = 96,34W$.

Se observa en la Figura 5.6 que el sistema no presenta sobrepaso, lo anterior se debe a que los sistemas térmicos tienen una respuesta muy lenta en comparación a cualquier otro sistema (hidráulico, mecánico o eléctrico), por lo que se representa perfectamente con un sistema de primer orden con retardo. Implementando el primer método de Ziegler-Nichols, se tiene la Ec.(5.9):

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{1,755e^{-13,3s}}{347,947s + 1}. \tag{5.9}$$

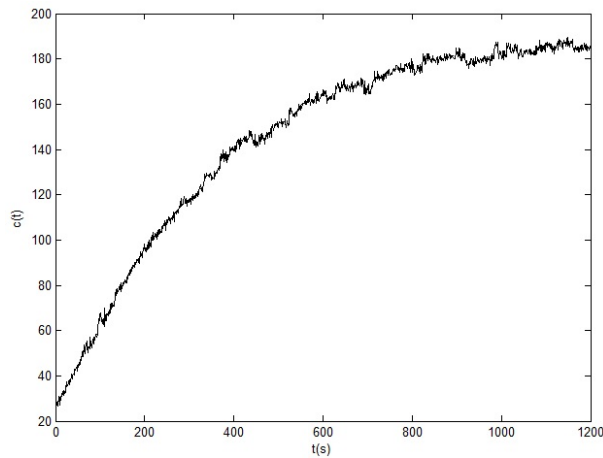


Figura 5.6: Respuesta de la planta $c(t)$ ante una entrada escalón $u(t)$.

5.8.1. Elección del control a implementar.

La elección del control a implementar P, PI, PD o PID se debe a la respuesta de la planta en simulación, pues esta permite experimentar sobre el modelo de la Ec.(5.9) ante una entrada escalón, produciendo una respuesta aproximada del sistema real. La simulación se realizó en simulink de MATLAB, como se observa en la Figura 5.7.

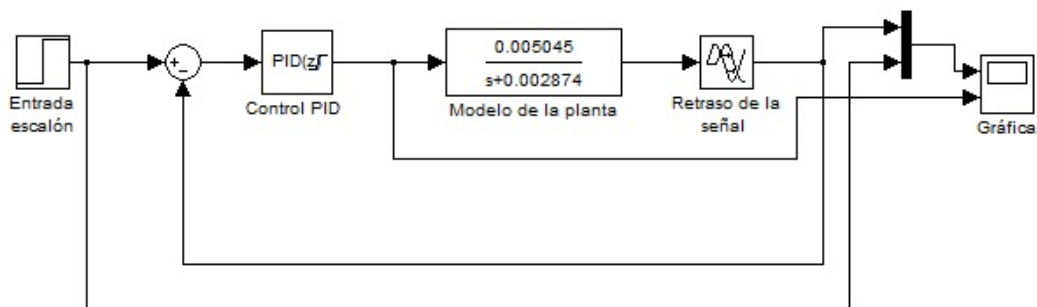


Figura 5.7: Simulación de la planta en simulink de MATLAB.

- Al simular el control PID con valores sintonizados mediante Ziegler-Nichols de K_p , K_d y K_i de 8,94, 0,11 y 19,82 respectivamente, la respuesta del modelo se observa en la Figura 5.8. En ella se aprecia la respuesta con sobrepaso de aproximadamente 120°C , la señal de control es oscilante y mucho más grande

que la potencia real que entregan las lámparas, por lo que podrían llegar a dañar al actuador. En conclusión, el control PID no cumple con las expectativas y características de diseño.

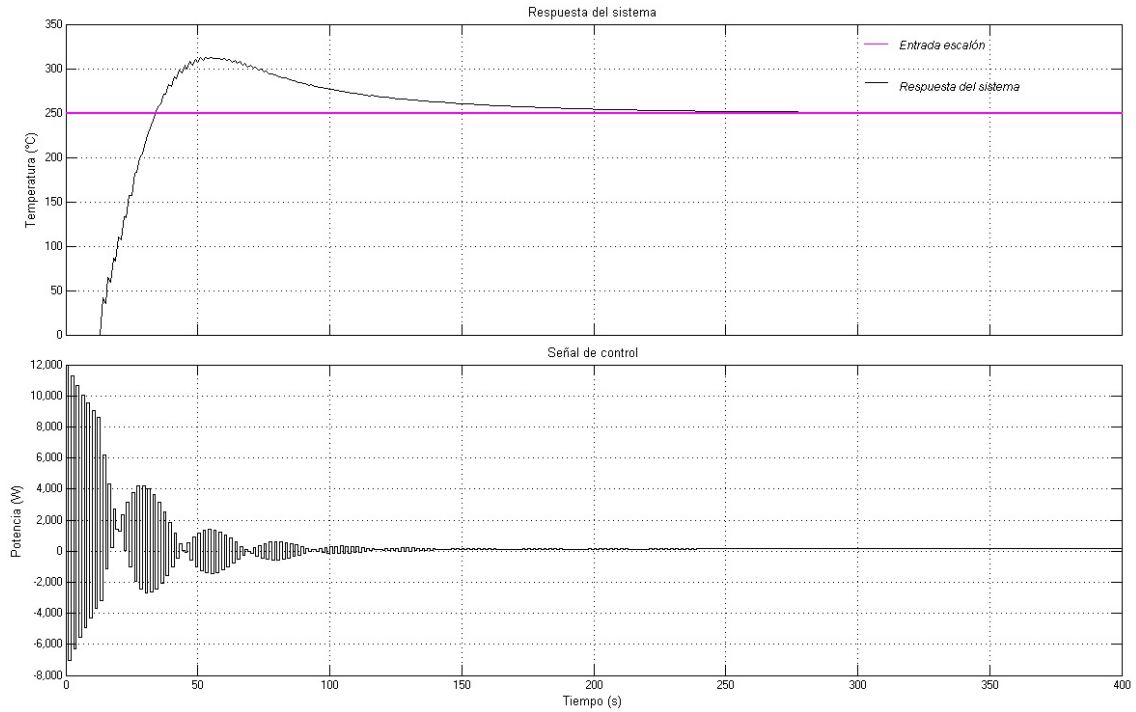


Figura 5.8: Respuesta del sistema con control PID.

- Los parámetros del control PI obtenidos mediante el mismo método son:

$$\begin{aligned}
 K_p &= 0,9 \frac{T}{L} = 0,9 \frac{347,947}{13,3} = 23,54 \\
 T_i &= \frac{L}{0,3} = \frac{13,3}{0,3} = 44,33,
 \end{aligned}
 \tag{5.10}$$

De acuerdo a la respuesta de la Figura 5.9, los valores de la parte proporcional e integral del control responden mejor que el control PID al disminuir considerablemente el valor de la señal de control, pero aún así, rebasa los límites del actuador (lámparas de 1000W) haciendo casi imposible la implementación real.

Otro punto importante a considerar es el error excesivo y la reacción que genera esto sobre el control PI. Como se sabe la acción integral de control se basa en la información pasada, es decir, el error es integrado en todo momento y si este valor es muy grande, puede provocar indeseadas respuestas con oscilaciones amplias en el sistema o el llamado *windup*.

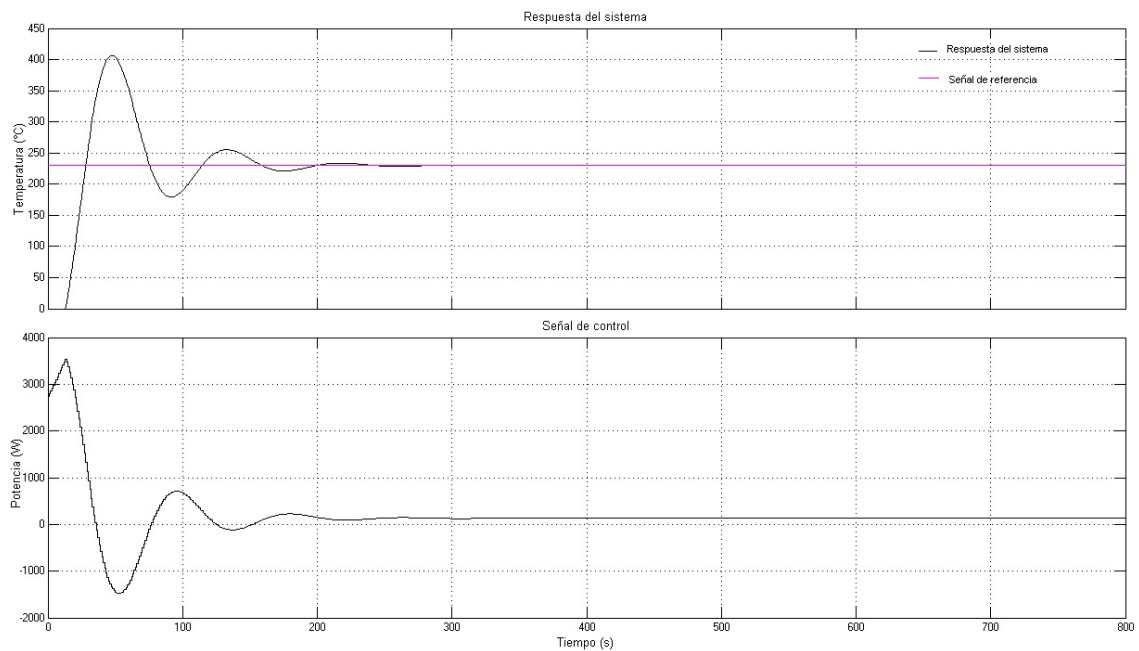


Figura 5.9: Respuesta del sistema con control PI.

Para evitar el fenómeno se pueden realizar dos acciones:

1. Introducir un limitador o saturador tal que la señal de control no rebase los límites prefijados del actuador. Esto a menudo funciona pero en ocasiones no evita el *windup* causado por las perturbaciones.
2. Se re-calcula la integral, cuando la salida se satura se determina si el integrador debe olvidar o reiniciar su valor en cierto tiempo.

En este caso, la respuesta controlada del modelo, Figura 5.10, mejoró sintonizando los parámetros de la Ec.(5.10) con valores de $K_p = 7,84$ y $K_i = 0,0885$, donde $K_i = \frac{K_p}{T_i}$.

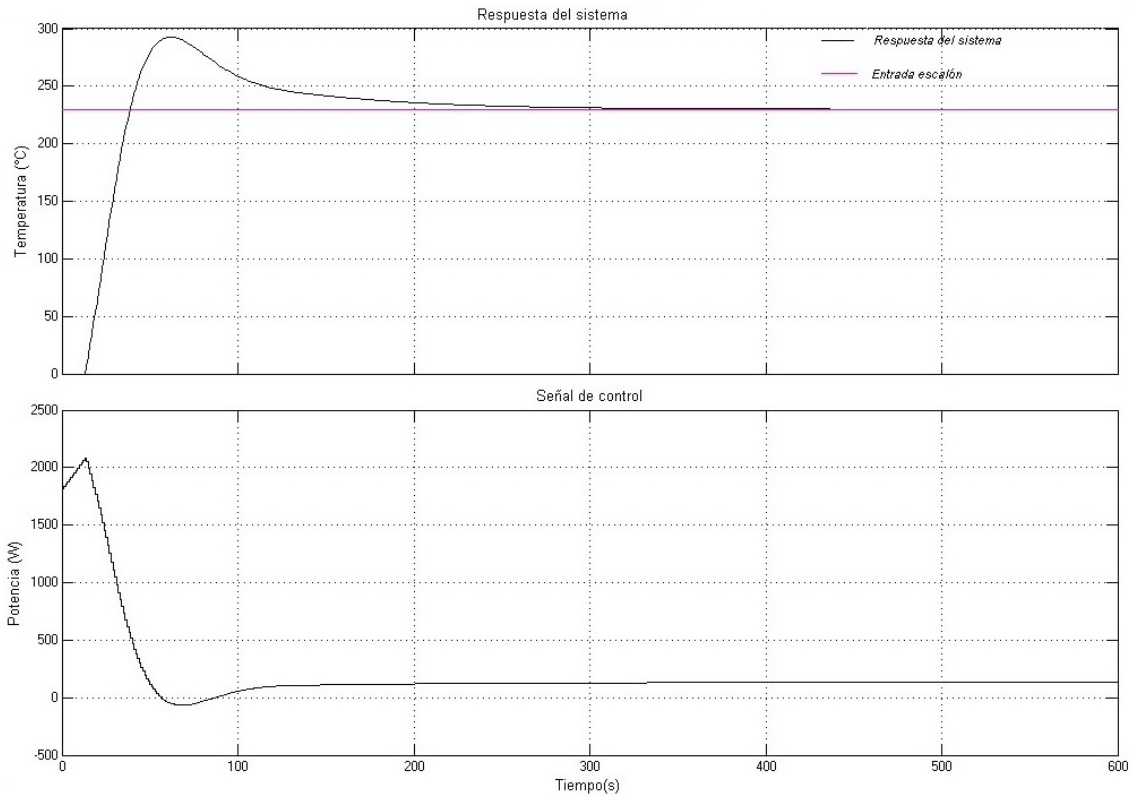


Figura 5.10: Respuesta del sistema con control PI.

Para evitar exceder los límites del actuador e implementar el control, se colocaron saturadores por rangos. Los rangos se deben a que si se pide una temperatura de $50^{\circ}C$ con un solo saturador de 0 a $1000W$, la respuesta del sistema presenta sobrepaso.

Los intervalos se sintonizaron en simulación por lo que se tiene:

- De 0 a $200W$, para temperaturas de T_a a $100^{\circ}C$.
- De 0 a $600W$, para temperaturas de 100 a $200^{\circ}C$.
- De 0 a $1000W$, para temperaturas de 200 a $350^{\circ}C$.

Las Figuras 5.11, 5.12 y 5.13 reflejan las respuestas del modelo en simulación, en todos los casos la salida del sistema llega a la señal de referencia o temperatura deseada con una constante de tiempo $\tau = 151,68s$, es decir, el sistema alcanza en ese tiempo el 63,2% del valor final.

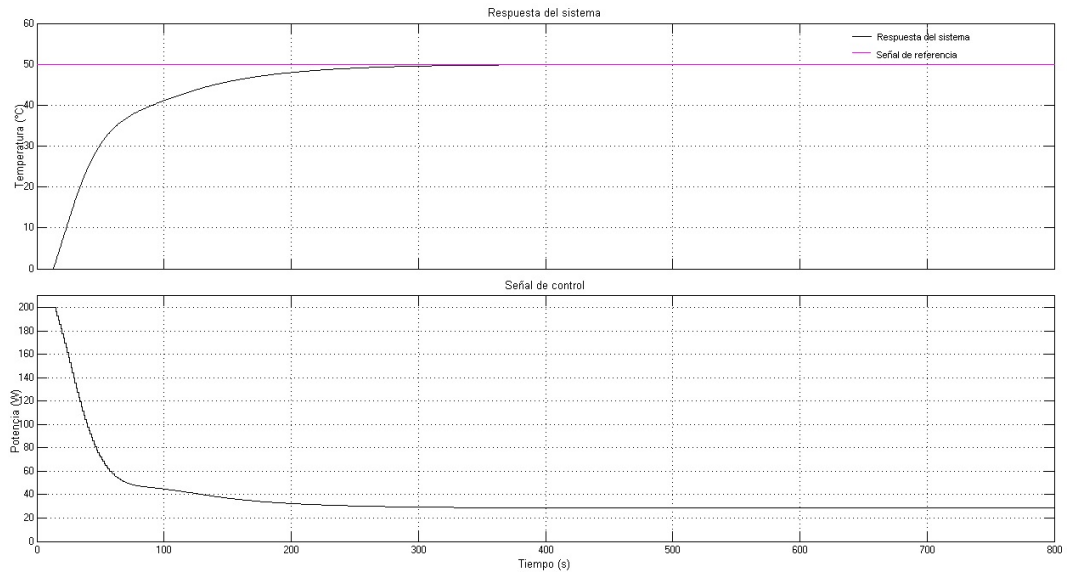


Figura 5.11: Respuesta controlada con saturador de 0 a 200W, temperaturas de T_a a 100°C.

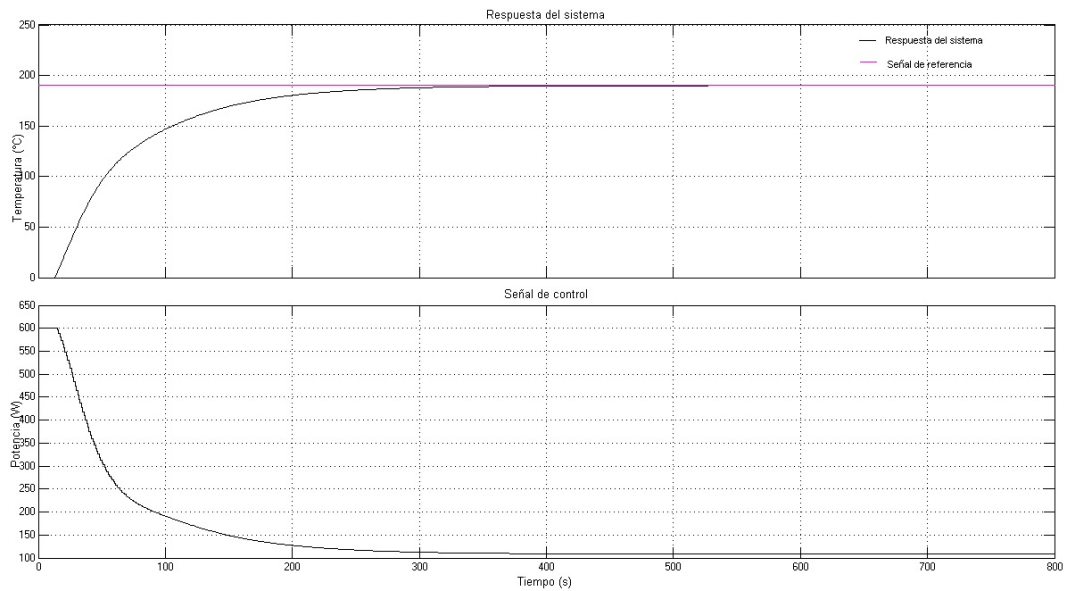


Figura 5.12: Respuesta controlada con saturador de 0 a 600W, temperaturas de 100 a 200°C.

Finalmente, en la Figura 5.14, se observa la respuesta del sistema de control PI mediante la interfaz de usuario de *LabVIEW*. En la primera gráfica; se puede ver

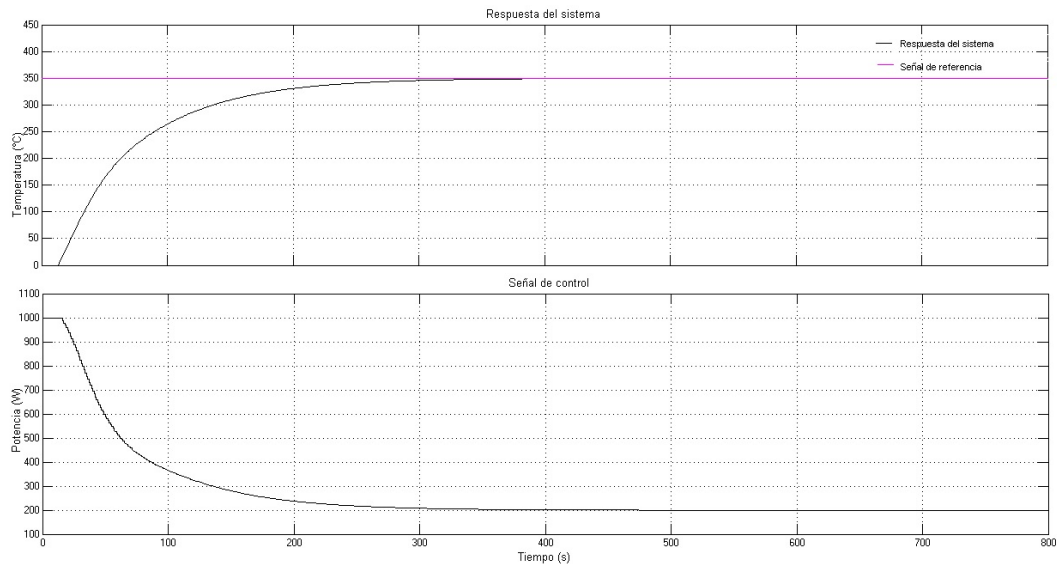


Figura 5.13: Respuesta controlada con saturador de 0 a 1000W, temperaturas de 200 a 350°C.

la temperatura real $T[k]$ y la temperatura deseada Tm que presentan un error de $\pm 1^\circ C$, en la segunda gráfica; se observa la temperatura de referencia.

5.9. Control en el espacio de estados.

El desarrollo de este tipo de control se dio desde 1960 debido a la necesidad de alcanzar los requerimientos cada vez más restrictivos en el desempeño de los sistemas de control al aumentar la complejidad de los sistemas y el acceso fácil a las computadoras; se basa en la teoría de control moderna al ser aplicable a sistemas con entradas y salidas múltiples, que pueden ser lineales o no lineales y su enfoque se da esencialmente en el dominio del tiempo [9].

En este método la descripción del sistema se da en términos de n ecuaciones en diferencias o diferenciales de primer orden, combinándose en un sistema de matrices para simplificar su representación matemática. El control en espacio de estados permite el diseño con índices de desempeño ante toda clase de entradas (en lugar de una función específica como la función escalón, impulso o senoidal), además, tiene una gran ventaja sobre los métodos convencionales al incluir condiciones iniciales dentro



Figura 5.14: Respuesta del sistema real con Control PI.

del diseño [10].

Algunas definiciones importante son:

- Estado. El estado de un sistema dinámico es el conjunto más pequeño de variables que con su conocimiento en $t = t_0$ y el de la entrada para $t \geq t_0$ determina por completo el comportamiento del sistema para cualquier tiempo $t \geq t_0$.
- Variables de estado. Es el conjunto más pequeño de variables, x_1, x_2, \dots, x_n , que describen el comportamiento de un sistema dinámico. Dichas variables de estado pueden ser o no cantidades medibles u observables físicamente.
- Vector de estado. Es el vector x conformado por n variables de estado que determinan el comportamiento dinámico de un sistema.
- Espacio de estado. Es el espacio de n dimensiones cuyos ejes coordenados son: eje x_1 , eje x_2, \dots , eje x_n . Cualquier estado puede representarse mediante un punto

en el espacio de estados.

La cantidad de variables de estado necesarias para definir completamente la dinámica de un sistema es igual a la cantidad de integradores que contiene.

Para sistemas lineales invariantes en el tiempo, la ecuación de estado y la ecuación de salida está dada por la Ec.(5.11).

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t),\end{aligned}\tag{5.11}$$

donde A es la matriz de estado, B la matriz de entradas, C la matriz de salidas y D la matriz de transmisión directa.

Para sistemas lineales de tiempo discreto invariantes en el tiempo, la ecuación de estado y la ecuación de salida están dadas por las Ec.(5.12) y (5.13), respectivamente, en el instante de muestreo k .

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k),\tag{5.12}$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k),\tag{5.13}$$

donde

$x(k)$: vector de estado (dimensión $n \times 1$),

$y(k)$: vector de salida (dimensión $1 \times m$),

$u(k)$: vector de entrada (dimensión $r \times 1$),

$G(k)$: matriz de estado (dimensión $n \times n$),

$H(k)$: matriz de entrada (dimensión $n \times r$),

$C(k)$: matriz de salida (dimensión $m \times n$),

$D(k)$: matriz de transmisión directa (dimensión $m \times r$).

5.9.1. Representación en el espacio de estados de sistemas en tiempo discreto.

Si se tiene un sistema en tiempo discreto como el de la Ec.(5.14), donde $u(k)$ es la entrada y $y(k)$ es la salida del sistema en el instante de muestreo k , su representación en el espacio de estados se puede obtener con diferentes técnicas entre ellas están la

forma canónica controlable, observable, diagonal y de Jordan. En este capítulo sólo se abordarán las formas canónicas controlable y observable.

$$y(k) + a_1y(k-1) + a_2y(k-2) + \dots + a_ny(k-n) = b_0u(k) + b_1u(k-1) + \dots + b_nu(k-n). \quad (5.14)$$

La Ec.(5.14) se puede escribir en la forma de función de transferencia pulso

$$\begin{aligned} \frac{Y(Z)}{U(Z)} &= \frac{b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_nz^{-n}}{1 + a_1z^{-1} + \dots + a_nz^{-n}}, \\ \frac{Y(Z)}{U(Z)} &= \frac{b_0z^n + b_1z^{n-1} + \dots + b_n}{z^n + a_1z^{n-1} + \dots + a_n}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Forma canónica controlable.

Es la representación en el espacio de estados del sistema en tiempo discreto de las Ec.(5.14) y (5.15) y está dada por las Ec.(5.16) y (5.17).

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k+1) \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k), \quad (5.16)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} b_n - a_nb_0 & b_{n-1} - a_{n-1}b_0 & \dots & b_1 - a_1b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix} + b_0u(k). \quad (5.17)$$

Forma canónica observable.

Es la representación en el espacio de estados del sistema en tiempo discreto de las Ec.(5.14) y (5.15) y está dada por las Ec.(5.18) y (5.19).

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k+1) \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -a_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 & -a_{n-1} \\ 0 & 1 & \dots & 0 & -a_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 \\ b_{n-1} - a_{n-1} b_0 \\ \vdots \\ b_2 - a_2 b_0 \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} u(k), \quad (5.18)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix} + b_0 u(k). \quad (5.19)$$

5.10. Diseño del control por ubicación de polos y observador de estados.

Para el diseño del control por ubicación de polos y observador de estados son necesarios los conceptos de controlabilidad y observabilidad, al jugar un papel importante en el control de sistemas multivariables. La controlabilidad es la base para solucionar el problema de ubicación de polos y la observabilidad para el diseño de observadores de estados.

Controlabilidad.

Se dice que un sistema de control es de estado completamente controlable, si es posible transferir el sistema de un estado inicial arbitrario a cualquier estado deseado en un periodo finito; implicando que todas las variables de estado pueden ser controladas mediante una señal de control no restringida. De lo contrario, se dice que el sistema es no controlable [10].

El sistema de control en tiempo discreto lineal invariante con el tiempo definido por la Ec.(5.20), es de estado completamente controlable si la matriz de controlabilidad dada por la Ec.(5.21) es de rango completo n

$$x((k+1)T) = Gx(kT) + Hu(kT), \quad (5.20)$$

$$\begin{bmatrix} H & GH & \dots & G^{n-1}H \end{bmatrix} = n. \quad (5.21)$$

dado que:

$x(kT)$ vector estado en el k ésimo instante de muestreo

$u(kT)$ señal de control en el k ésimo instante de muestreo

G matriz de $n \times n$

H matriz de $n \times r$

T periodo de muestreo

Además, la controlabilidad completa del estado en el plano z puede enunciarse en términos de la función de transferencia pulso, pues es condición necesaria y suficiente que ésta no presente cancelación en los factores del numerador y denominador.

Observabilidad.

Dado el sistema de control en tiempo discreto lineal invariante con el tiempo sin excitación de la Ec.(5.22), donde G matriz de rango $n \times n$ y C matriz de rango $m \times n$, se dice ser completamente observable si cualquier estado inicial $x(0)$ puede determinarse a partir de la observación de $y(kT)$ sobre un número finito de periodos de muestreo [10].

$$\begin{aligned} x((k+1)T) &= Gx(kT), \\ y(kT) &= Cx(kT). \end{aligned} \quad (5.22)$$

El concepto de observabilidad es útil para resolver el problema de reconstrucción de variables de estado no medibles. La condición necesaria y suficiente para que el sistema definido por la Ec.(5.22) sea completamente observable es que el rango de la

matriz de la Ec.(5.23) sea de rango completo n .

$$\begin{bmatrix} C \\ CG \\ \vdots \\ CG^{n-1} \end{bmatrix}. \quad (5.23)$$

La condición para la observabilidad completa también puede enunciarse en términos de la función de transferencia pulso, pues es condición necesaria y suficiente que no ocurra ninguna cancelación de polos ceros para que el sistema sea completamente observable.

5.11. Función de transferencia pulso del sistema de calentamiento rápido.

La función de transferencia pulso del sistema térmico de la Ec.(3.15) posee parámetros desconocidos, por lo que se aplicó el método de identificación paramétrica por mínimos cuadrados para obtener su valor numérico. Como se explicó en el capítulo 3, para estimar los parámetros es necesario obtener los datos de entrada y salida del sistema en lazo abierto.

La respuesta en lazo abierto del sistema, al aplicar diferentes entradas de potencia, se observa en la Figura 5.15. Los intervalos de tiempo en los que se aplicaron diferentes entradas de potencia se observan en la tabla de la Figura 5.16.

Al aplicar el método de identificación paramétrica por mínimos cuadrados a la Ec.(3.15), se obtuvo la función de transferencia pulso del sistema térmico de la Ec.(5.24)

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0,0167z^2 - 0,0098z}{z^2 - 0,5022z - 0,4821}. \quad (5.24)$$

Como se mencionó, el modelo debe asemejar el comportamiento dinámico del sistema de manera precisa. Al realizar varias pruebas en simulación al modelo obtenido de la Ec.(5.24) en lazo abierto y modelos obtenidos con la ayuda de *ident* de MATLAB, se observó que el sistema presenta dinámicas no lineales.

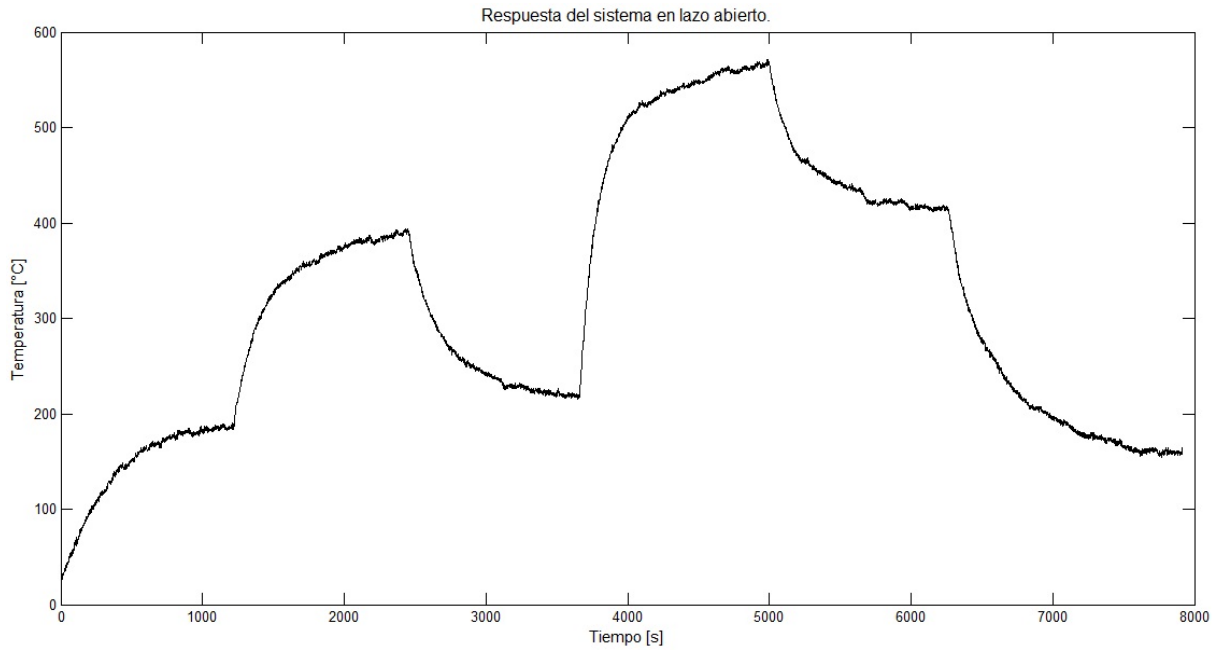


Figura 5.15: Respuesta del sistema ante diferente entradas de potencial.

Tiempo [s]	Potencia aplicada [W]
0-1218	96.34
1218-2450	379.2
2450-3659	90.74
3659-5000	522
5000-6260	170.96
6260-7920	13.506

Figura 5.16: Intervalos de tiempo a los que se aplicó diferentes entradas de potencial al sistema.

En la Figura 5.17 se observan las respuestas del sistema térmico y la de los modelos de primer orden con y sin retardo. Los modelos no tienen el mismo comportamiento dinámico del sistema real por lo que no son buenas aproximaciones.

En la Figura 5.18 se observan las respuestas del sistema térmico y el modelo de segundo orden de la Ec.(5.24), en tiempo continuo. El modelo al igual que los de primer orden, no tienen el mismo comportamiento dinámico del sistema real por lo

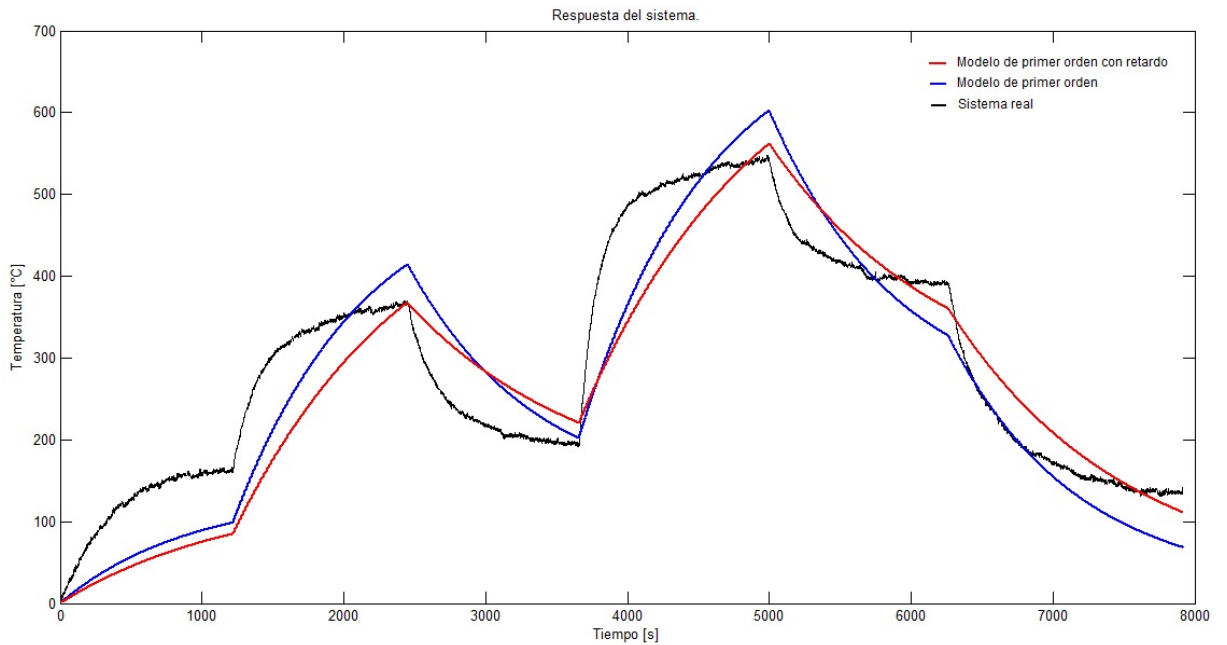


Figura 5.17: Respuestas del sistema real y los modelos de primer orden.

que no es una buena aproximación.

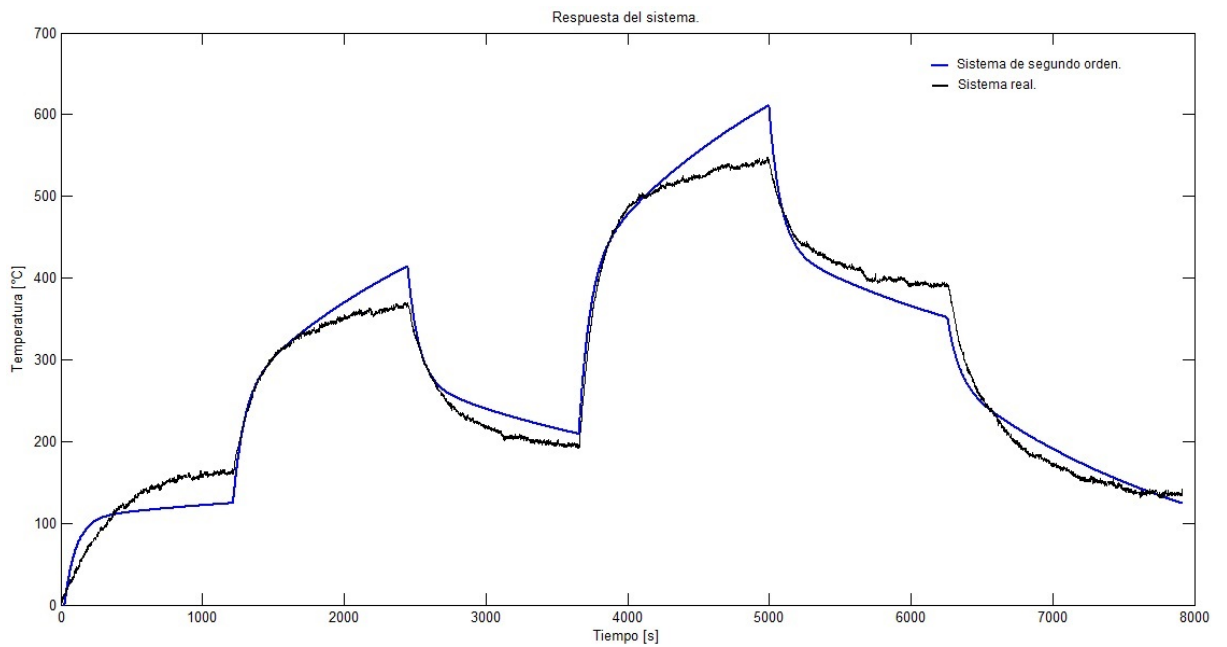


Figura 5.18: Respuestas del sistema real y el modelo de segundo orden.

Como conclusión al ser la dinámica del sistema no lineal, los diferentes modelos de primer y segundo orden no asemejan la dinámica del sistema real, por lo que con un control fijo es imposible controlar al sistema, razón por la que se debe aplicar un tipo de control no lineal para mejorarlo.

5.12. Control adaptable.

El control adaptable es un regulador no lineal que cambia su comportamiento conforme a las circunstancias, es decir, se adapta en respuesta a los cambios de la dinámica del sistema y a las perturbaciones.

La mayoría de los sistemas dinámicos a controlar tienen parámetros desconocidos constantes o lentamente variables; la idea básica del control adaptable es estimar en línea estos parámetros para mantener un buen desempeño de la planta, por lo que son utilizados en conjunto con las señales medidas del sistema para el cálculo de la señal de control u .

5.12.1. Controlador adaptable con modelo de referencia (MRAC).

Este tipo de controlador tiene como objetivo asemejar el comportamiento de la planta en lazo cerrado a la de un modelo de referencia ante una señal de entrada r . La Figura 5.19 muestra el esquema básico del control adaptable con modelo de referencia conformado por cuatro partes: la planta, el modelo de referencia, la retroalimentación con ley de adaptación y el mecanismo de adaptación o control. El lazo cerrado tiene realimentación negativa y tiene la misma función que los sistemas de control convencionales [11].

- Se asume que la planta tiene una estructura definida con parámetros desconocidos. Para sistemas lineales el número de ceros y polos son conocidos, pero su localización no; para sistemas no lineales la estructura de las ecuaciones de la dinámica son conocidas pero sus parámetros no.
- El modelo de referencia especifica la respuesta ideal de la planta ante una entrada de referencia r , que el sistema de adaptación debe buscar con el ajuste de los parámetros. Dicho modelo debe satisfacer dos requerimientos: primero,

satisfacer las especificaciones de diseño del control tales como tiempo de levantamiento, tiempo de establecimiento y sobrepaso máximo o características en el dominio de la frecuencia; segundo, este comportamiento ideal debe ser realizable por el sistema de control adaptable dada la estructura supuesta de la planta.

- El control tiene como entradas el lazo de realimentación negativa convencional, la señal de referencia y los parámetros estimados en línea por la ley de adaptación, por lo que es constantemente parametrizado. Cuando los parámetros de la planta son desconocidos, el mecanismo de adaptación ajustará los parámetros del control para alcanzar asintóticamente la señal de referencia.
- La ley de adaptación es la encargada de ajustar los parámetros para que la respuesta de la planta, mediante el control adaptable, corresponda al del modelo de referencia, es decir, su objetivo es hacer que el error de seguimiento converja a cero ($y - y_m = 0$).

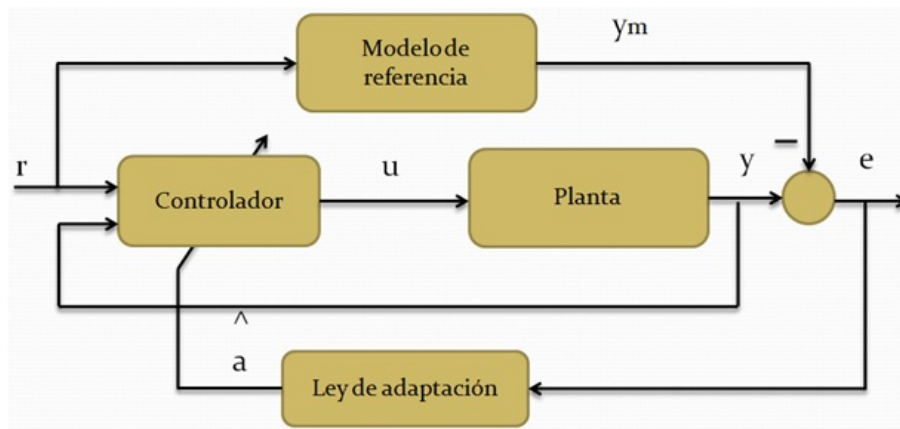


Figura 5.19: Esquema básico del control adaptable.

De la Figura 5.19, se tiene que:

- r : es la entrada de referencia,
- u : es la señal de control,
- y : es la salida de la planta,
- y_m : es la salida del modelo,

\hat{a} : son los parámetros estimados,
 e : es el error.

5.12.2. Control adaptable, sistemas de primer orden.

Algunos sistemas simples de interés en ingeniería pueden ser representados por modelos de primer orden. Por ejemplo, el flujo del fluido en un tanque, el frenado de un automóvil o el cambio de temperatura en un horno pueden ser aproximados por la Ec.(5.25) en diferencias

$$\dot{y} = -a_p y + b_p u. \quad (5.25)$$

Donde y es la salida de la planta, u la entrada y a_p y b_p son los parámetros desconocidos de la planta.

El comportamiento del sistema de control adaptable deseado está especificado por el modelo de referencia de primer orden de la Ec.(5.26)

$$\dot{y}_m = -a_m y_m + b_m r(t), \quad (5.26)$$

donde y_m es la salida del modelo de referencia, $r(t)$ es la señal externa de referencia y a_m y b_m son parámetros constantes. El parámetro a_m se requiere que sea estrictamente positivo para que el modelo de referencia sea estable y b_m se elige estrictamente positivo sin pérdida de generalidad. De la Ec.(5.26) se tiene:

$$\begin{aligned} p y_m &= -a_m y_m + b_m r \\ (p + a_m) y_m &= b_m r \\ y_m &= M r, \end{aligned}$$

donde p representa la variable de Laplace. La función de transferencia del modelo de referencia se representa en la Ec.(5.27)

$$M = \frac{b_m}{p + a_m}. \quad (5.27)$$

El objetivo del control adaptable es formular la ley de control y la ley de adap-

tación, tal que la convergencia asintótica del error $y(t) - y_m$ tienda a cero.

Ley de control

Para el diseño del control adaptable, la ley de control tiene la forma de la Ec.(5.28)

$$u = \hat{a}_r(t)r + \hat{a}_y(t)y, \quad (5.28)$$

donde \hat{a}_r y \hat{a}_y son ganancias variables de retroalimentación. La dinámica en lazo cerrado es

$$\dot{y} = -(a_p - \hat{a}_y b_p)y + \hat{a}_r b_p r(t).$$

La elección de la Ec.(5.28) para la ley de control es clara al permitir la posibilidad, si los parámetros son conocidos, de la coincidencia de la dinámica de la planta con la del modelo; los parámetros del control serían

$$a_r^* = \frac{b_m}{b_p} \quad a_y^* = \frac{a_p - a_m}{b_p},$$

generando la dinámica en lazo cerrado de la Ec.(5.29), obteniendo un error de seguimiento cero.

$$\dot{y} = -a_m y + b_m r \quad (5.29)$$

Cuando los valores de a_p y b_p son desconocidos, la ley de adaptación buscará continuamente estos valores con base al error de $y - y_m$, con el objetivo de hacer tender la salida y a la de y_m .

Ley de adaptación

La ley de adaptación está dada por la Ec.(5.30)

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}}_r &= -\text{sgn}(b_p)\gamma e r \\ \dot{\hat{a}}_y &= -\text{sgn}(b_p)\gamma e y, \end{aligned} \quad (5.30)$$

donde γ es una constante positiva y representa la ganancia de adaptación. De la Ec.(5.30) la función signo ($\text{sgn}(b_p)$) determina la búsqueda adecuada de los parámetros del control.

5.12.3. Control adaptable con modelo de referencia para el horno, sistema de primer orden.

Como se mencionó en la sección 5,8 los parámetros del sistema son desconocidos y variables, pues se mostró en simulación la variación de la dinámica del sistema ante distintas entradas, siendo difícil encontrar un controlador fijo que responda a todas las situaciones, en consecuencia se implementó el control adaptable.

De acuerdo a la Figura 5.6 el sistema en lazo abierto tiene un comportamiento que puede ser aproximado por un sistema de primer orden que se caracteriza por la constante de tiempo τ , ésta al ser más pequeña implica una mayor rapidez de respuesta del sistema ante una entrada de referencia. La planta queda definida por la Ec.(5.31) y el modelo de referencia por la Ec.(5.32)

$$\begin{aligned}\dot{T} &= -\frac{1}{RC}T + \frac{1}{C}q, \\ \dot{T} &= -a_p T + b_p q, \\ \dot{T} &= -a_p T + b_p T_r,\end{aligned}\tag{5.31}$$

$$\begin{aligned}\dot{T}_m &= -a_m T_m + b_m q, \\ \dot{T}_m &= -a_m T_m + b_m T_r,\end{aligned}\tag{5.32}$$

donde

$a_p = \frac{1}{RC}$ y $b_p = \frac{1}{C}$: son los parámetros desconocidos de la planta,

R : resistencia térmica del aire dentro del contenedor,

C : capacitancia térmica del aire,

T : temperatura deseada dentro del horno,

T_m : temperatura del modelo de referencia,

T_r : temperatura de referencia,

q : flujo de calor cedido por las lámparas.

De las Ec.(5.31) y (5.32) q es reemplazado por el término T_m , pues el flujo de calor es una variable no medible por lo que es necesario relacionarla con la temperatura que sí lo es. Al suponer que no existen pérdidas de flujo de calor significativas, $q = T_m$.

Experimentado con el sistema en lazo abierto a diferentes temperaturas se obtuvo

la constante de tiempo $\tau = 240s$, es decir, es el tiempo que el sistema tarda en llegar al 63,2% de su valor final.

Para simular y analizar el comportamiento del control adaptable con modelo de referencia de primer orden, fue necesario obtener un modelo matemático que represente la dinámica del sistema. La Ec.(5.33), obtenida mediante datos experimentales de entrada y salida del sistema y con la herramienta *ident* de MATLAB, representa la planta en lazo abierto.

$$G_p(s) = \frac{0,004919}{s + 0,002788}. \quad (5.33)$$

Como parte del diseño se desea obtener la temperatura T en el menor tiempo posible sin que el sistema sea inestabilizado o perturbado. El modelo de referencia para el control adaptable del horno, está dado por la Ec.(5.34) con constante de tiempo $\tau = 100s$, es decir, su respuesta es 2,4 veces más rápida que la de la planta.

$$G_m(s) = \frac{0,01}{s + 0,01}, \quad (5.34)$$

Los valores de la función de transferencia $a_m = b_m = 0,01$ se obtuvieron por el teorema del valor final Ec.(5.35), que relaciona el comportamiento en estado estacionario de una función de tiempo $f(t)$ con el comportamiento de $sF(s)$ en la vecindad de $s = 0$; este teorema se aplica si y sólo si existe $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$, implicando que la función $f(t)$ se asienta en un valor definido cuanto $t \rightarrow \infty$, el teorema sólo se aplica si los polos de $sF(s)$ se encuentran en el semiplano izquierdo del plano s [9].

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s). \quad (5.35)$$

Al aplicar el teorema de la Ec.(5.35) a la función de transferencia de la Ec.(5.34), ante una entrada escalón, se tiene:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{b_m}{s + a_m} \frac{1}{s}, \\ \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{b_m}{s + a_m}, \\ \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) &= \frac{b_m}{a_m}, \end{aligned} \quad (5.36)$$

si la ganancia es unitaria:

$$\begin{aligned} \frac{b_m}{a_m} &= 1, \\ a_m &= b_m. \end{aligned} \quad (5.37)$$

Para la simulación en Simulink de MATLAB, Figura 5.20, se discretizaron las funciones del modelo de referencia, la ley de control y la ley de adaptación Ec.(5.38), (5.39) y (5.40), respectivamente, con ganancia de adaptación $\gamma = 0,01$ y tiempo de muestreo de $T_s = 0,1s$.

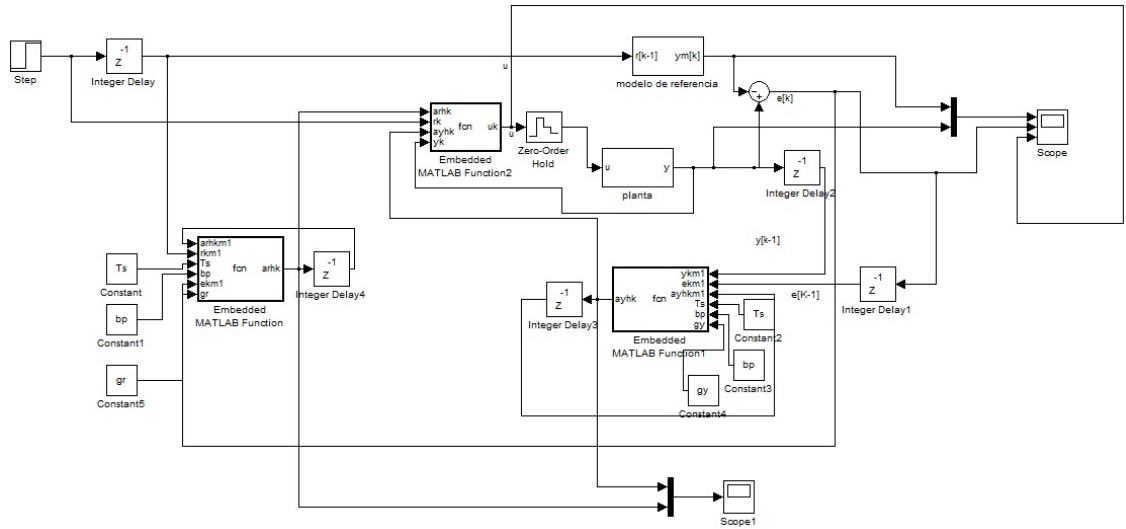


Figura 5.20: Control adaptable discreto para el horno.

$$y_m[kT_s] = (1 - a_m T_s) y_m[(k-1)T_s] + b_m T_s T_r [(k-1)T_s], \quad (5.38)$$

$$u[kT_s] = \hat{a}_r[kT_s] T_r[kT_s] + \hat{a}_y[kT_s] y[kT_s], \quad (5.39)$$

$$\begin{aligned} \hat{a}_r[kT_s] &= -\text{sgn}[(k-1)T_s b_p] \gamma e[(k-1)T_s] T_r[(k-1)T_s] T_s + \hat{a}_r[(k-1)T_s], \\ \hat{a}_y[kT_s] &= -\text{sgn}[(k-1)T_s b_p] \gamma e[(k-1)T_s] y[(k-1)T_s] T_s + \hat{a}_y[(k-1)T_s]. \end{aligned} \quad (5.40)$$

En las Figuras 5.21 y 5.22 se observa el comportamiento del sistema de control ante la entrada T_r . En la primera gráfica de ambas Figuras la respuesta de la planta

es muy similar al modelo de referencia, mientras que el error, segunda gráfica de ambas Figuras, tiende a cero de manera oscilante entre valores máximos de 0,03 centésimos y finalmente, en la gráfica tres de ambas Figuras se exhibe la señal de control.

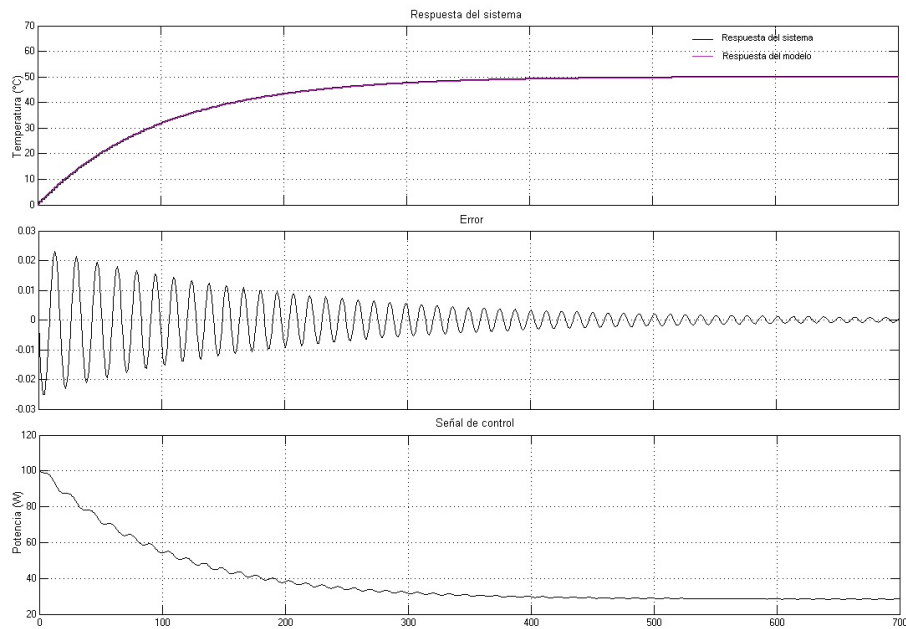


Figura 5.21: Respuesta del sistema, señal de error y señal de control.

Como conclusión, el sistema de control adaptable en simulación lleva al sistema al valor de temperatura deseada 2,4 veces más rápido que el sistema en lazo abierto, con un error variante pero permisible. Además, identifica en línea los parámetros del sistema. Con los parámetros del modelo de referencia, la ganancia de control adaptable y el tiempo de muestreo elegidos fueron los que proporcionaron la mejor respuesta en simulación sin que el sistema se inestabilice o la señal de control tome valores que dañen al actuador.

Finalmente, en la Figura 5.23, se observa la respuesta del sistema de control adaptable mediante la interfaz de usuario de *LabVIEW*. En la primera gráfica; se puede ver la temperatura real $T[k]$ y la temperatura de referencia Tm que presentan un error de $\pm 2^\circ C$, en la segunda gráfica; se observa la dinámica del modelo de referencia.

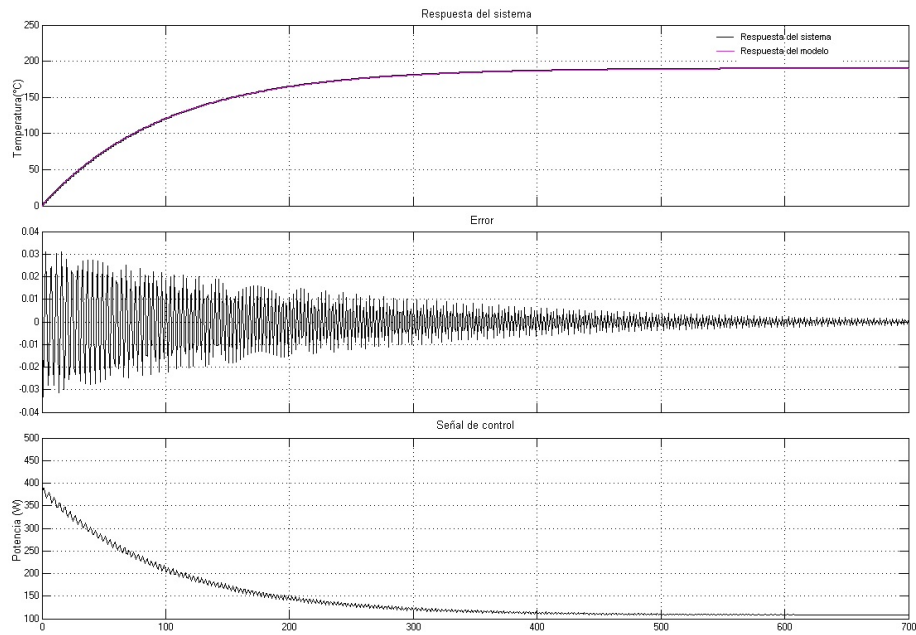


Figura 5.22: Respuesta del sistema, señal de error y señal de control.

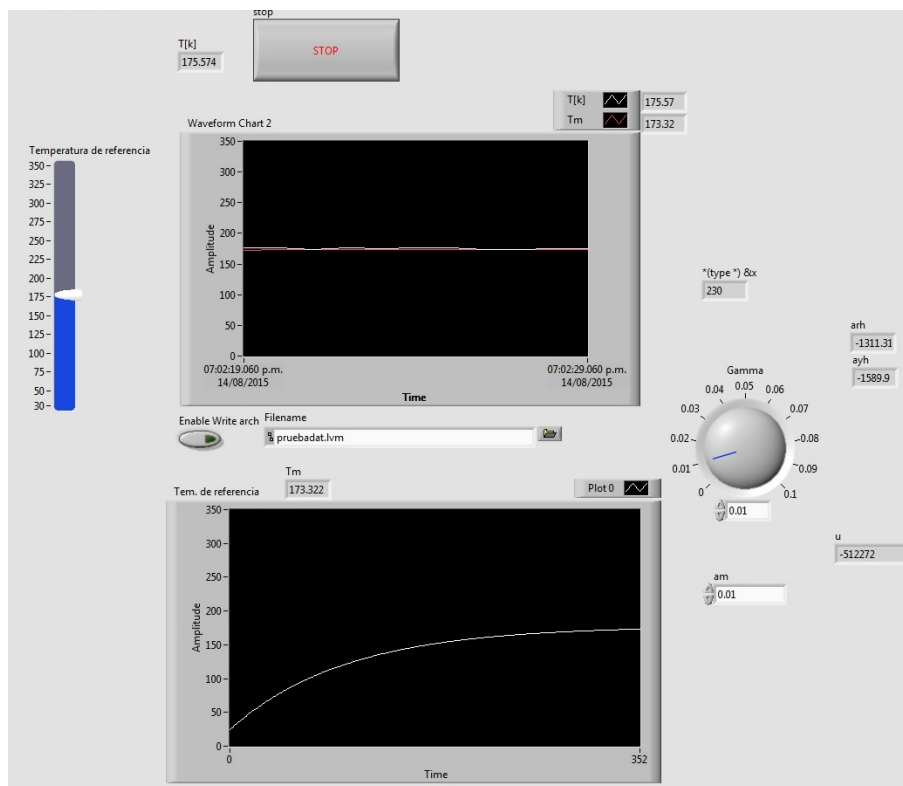


Figura 5.23: Respuesta del sistema real con Control adaptable.

Capítulo 6

Conclusiones

Se concluye que la simulación es una invaluable herramienta en el diseño de controladores. Pues permitió, mediante un modelo matemático que aproxima la dinámica del sistema, analizar el comportamiento del sistema real ante diferentes valores de entrada escalón.

Gracias a lo anterior, se observó la complejidad del sistema al presentar dinámicas no lineales. Además, al aplicar al sistema un control fijo se llegó a la conclusión que los controles clásicos lineales son poco eficaces ante tales situaciones.

El control adaptable proporcionó resultados satisfactorios pues se adapta conforme a las circunstancias y perturbaciones externas. Además, es importante mencionar que el horno eléctrico es de bajo costo generando fugas de calor, razón por lo que sus parámetros varían drásticamente; la manera de equilibrar estas dificultades y que hacen del control adaptable un sistema con gran estabilidad es la identificación de los parámetros en línea. El error máximo de este control fue de $\pm 5^{\circ}C$, error que se considera permisible.

El control PI presentó resultados satisfactorios pues el error máximo de este control fue de $\pm 3^{\circ}C$, error que se considera permisible.

Se alcanzaron las expectativas de diseño al realizar:

- La etapa de potencia con variador digital (microcontrolador *PIC16F887*) que trabaja de forma segura tanto para los componentes electrónicos y para el usuario.
- La adquisición de datos de la variable de temperatura, termopar tipo *K*, me-

diante la correcta amplificación, filtrado y linealización de esta.

- La interfaz entre el usuario y el sistema en el programa de *LavVIEW* de fácil comprensión y visualización para el usuario.

El error introducido por la discretización se considera despreciable al utilizar un periodo de muestreo suficientemente pequeño de 0,01s en comparación con la constante de tiempo más significativa del sistema.

Finalmente, se puede concluir que el sistema de calentamiento rápido alcanza la temperatura deseada por el usuario en un tiempo mucho menor al del sistema en lazo abierto, manteniendo la temperatura deseada en estado estable.

6.1. Trabajo futuro.

Con el control adaptable se cumplió el objetivo de alcanzar la temperatura deseada de T_a a $350^{\circ}C$ en el sistema, aún con la dinámica no modelada o no lineal del sistema y las perturbaciones internas o externas a éste. Sin embargo, el sistema puede ser mejorado de diferentes formas.

1. Diseñar una estructura física que no permita grandes fugas de calor, pues el sistema es de bajo costo.
2. Implementar un dispositivo (ventilador) que enfríe al sistema más rápido; para que el usuario pase de una temperatura mayor a una menor en un tiempo más pequeño.
3. Aplicar técnicas de control no lineales que mejoren el desempeño del control adaptable.

Bibliografía

- [1] Eduardo García Breijo. *Compilador C CCS y simulador PROTEUS para microcontroladores PIC*. Alfaomega, 1ª edición, 2008.
- [2] Robert F. Coughlin y Frederick F. Driscoll. *Amplificadores operacionales y circuitos integrados lineales*. Prentice-Hall, 4ª edición, 2000.
- [3] Ricardo Fernández del Busto y Ezeta. *Análisis y Diseño de Sistemas de Control Digital*. McGraw Hill, 1ª edición, 2013.
- [4] Javier Sedano Franco y José Ramón Villar Flecha. Introducción a la identificación de sistemas. *Inf. téc., Técnica Industrial* 256, 2005. Consultado Septiembre 2014 en <http://www.tecnicaindustrial.es/tiadmin/numeros/16/37/a37.pdf>.
- [5] M.Elena López Guillén. Identificación de sistemas: Aplicación al modelado de un motor de continua. *Inf. téc., Departamento de Electrónica Univesidad de Alcalá*, 2005. Consultado Julio 2014 en <http://www.depeca.uah.es/depeca/repositorio/asignaturas/32328/Tema6.pdf>.
- [6] Daniel W. Hart. *Electrónica de Potencia*. Prentice Hall, 1ª edición, 2001.
- [7] J.P.Holman. *Transferencia de Calor*. McGraw Hill, 10ª edición, 1999.
- [8] Oliver Nelles. *Nonlinear System Identification*. Springer, 2ª edición, 2001.
- [9] Katsuhiko Ogata. *Ingeniería de Control Moderna.University of Minnesota*. Pearson Prentice Hall, 3ª edición, 2000.
- [10] Katsuhiko Ogata. *Sistemas de Control en Tiempo Discreto.University of Minnesota*. Prentice Hall, 2ª edición, 2000.

-
- [11] Jean Jacques E. Slotine y Weiping Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1ª edición, 1991.
- [12] José M. Angulo Usategui y Ignacio Angulo Martínez. *Microcontroladores PIC. Diseño práctico de aplicaciones*. Mc Graw Hill, 3ª edición, 2003.