

UACM

**Universidad Autónoma
de la Ciudad de México**

Nada humano me es ajeno

LICENCIATURA EN FILOSOFÍA E HISTORIA DE LAS IDEAS

**LÓGICA PROPOSICIONAL:
EVALUACIÓN SEMÁNTICA DE VALIDEZ DE
RAZONAMIENTOS**

**TRABAJO RECEPCIONAL
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN FILOSOFÍA E HISTORIA DE LAS IDEAS**

PRESENTA:

ABIGAIL ALVARADO ROMERO

**DIRECTOR DE TRABAJO RECEPCIONAL
DR. PEDRO ARTURO RAMOS VILLEGAS**

MÉXICO D.F. JUNIO DE 2011

SISTEMA BIBLIOTECARIO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE LA CIUDAD DE MÉXICO COORDINACIÓN ACADÉMICA

RESTRICCIONES DE USO PARA LAS TESIS DIGITALES

DERECHOS RESERVADOS[©]

La presente obra y cada uno de sus elementos está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor; por la Ley de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, así como lo dispuesto por el Estatuto General Orgánico de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México; del mismo modo por lo establecido en el Acuerdo por el cual se aprueba la Norma mediante la que se Modifican, Adicionan y Derogan Diversas Disposiciones del Estatuto Orgánico de la Universidad de la Ciudad de México, aprobado por el Consejo de Gobierno el 29 de enero de 2002, con el objeto de definir las atribuciones de las diferentes unidades que forman la estructura de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México como organismo público autónomo y lo establecido en el Reglamento de Titulación de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México.

Por lo que el uso de su contenido, así como cada una de las partes que lo integran y que están bajo la tutela de la Ley Federal de Derecho de Autor, obliga a quien haga uso de la presente obra a considerar que solo lo realizará si es para fines educativos, académicos, de investigación o informativos y se compromete a citar esta fuente, así como a su autor ó autores. Por lo tanto, queda prohibida su reproducción total o parcial y cualquier uso diferente a los ya mencionados, los cuales serán reclamados por el titular de los derechos y sancionados conforme a la legislación aplicable.

A mis padres...

En el espacio habitas, por el tiempo viajas
y siempre estás pensando en mí.
Desde el infinito moldeaste mi cuerpo
y pronunciaste mi nombre.

Fundiste mi corazón con tu fuego,
grabaste en tus ojos mi mirada.
Y aun así me apartaste de tu lado.

Dices que mi desesperanza
me acerca más a ti, y es cierto.
Tú eres mi confidente, mi aprensión
y mi consuelo.

Eres lo que realmente existe,
la verdadera realidad y eso me duele,
porque no puedo verte
ni mucho menos comprenderte.

Pero como es verdad también que te siento,
pues yo soy tú, y tú eres yo,
regresaré a ti, mi eterno retorno.

Buscarte y alcanzarte es mi tarea
en este espacio limitado;
mas debo sanar primero esta materia
llena de contradicciones, de dudas
y de vagas utopías hacia un no sé dónde...

ÍNDICE

	pág.
INTRODUCCIÓN.....	1
1. LÓGICA.....	4
1.1. Definición.....	4
1.2. Razonamiento: Definición y componentes.....	5
1.3. Tres tipos de razonamiento: inductivo, abductivo y deductivo.....	9
2. LÓGICA DEDUCTIVA.....	21
2.1. Definición.....	21
2.2. Definición intuitiva de validez.....	21
2.3. Forma lógica: variables y constantes lógicas.....	25
3. CONECTIVAS LÓGICAS COMO CONCEPTOS FUNCIONALES.....	29
3.1. Conjunción.....	31
3.1.1. Función lógica de la conjunción: semántica y sintaxis.....	31
3.1.2. Palabras, frases y construcciones gramaticales castellanas que cumplen con la función.....	44
3.1.3. Ejemplos.....	46
3.2. Negación.....	48
3.2.1. Función lógica de la negación: semántica y sintaxis.....	48
3.2.2. Palabras, frases y construcciones gramaticales castellanas que cumplen con la función.....	56
3.2.3. Ejemplos.....	57
3.3. Disyunción.....	66
3.3.1. Función lógica de la disyunción: semántica y sintaxis.....	66
3.3.2. Palabras, frases y construcciones gramaticales castellanas que cumplen con la función.....	71
3.3.3. Ejemplos.....	72

3.4. Condicional.....	78
3.4.1. Función lógica del condicional: semántica y sintaxis.....	78
3.4.2. Palabras, frases y construcciones gramaticales castellanas que cumplen con la función.....	88
3.4.3. Ejemplos.....	89
3.5. Bicondicional.....	93
3.5.1. Función lógica del bicondicional: semántica y sintaxis.....	93
3.5.2. Palabras, frases y construcciones gramaticales castellanas que cumplen con la función.....	99
3.5.3. Ejemplos.....	99
4. SIMBOLIZACIÓN DE RAZONAMIENTOS.....	104
4.1 Ejemplos extraídos de la ciencia y la filosofía.....	104
5. EVALUACIÓN SEMÁNTICA DE VALIDEZ DE RAZONAMIENTOS.....	121
5.1 Método de Reducción al Absurdo por asignación de valores de verdad.....	121
5.2 Ejemplos extraídos de la ciencia y la filosofía.....	128
6. CONCLUSIONES.....	147
BIBLIOGRAFÍA.....	149

INTRODUCCIÓN

Frente al hecho de que los estudiantes egresados de la licenciatura en Filosofía e Historia de las Ideas tienen como medio inmediato para laborar profesionalmente la docencia a nivel medio superior, es necesario que se tome conciencia y se reflexione sobre el problema que implica la enseñanza de la filosofía, pues considero que los futuros profesores de filosofía deben estar capacitados para poder elaborar material didáctico atractivo para sus estudiantes a fin de lograr atraer y capturar no sólo su atención en la clase, sino también despertar su interés por la filosofía e introducirlos poco a poco en el pensamiento abstracto que esta disciplina conlleva. Por ende, si entendemos que la enseñanza de la filosofía incluye problemas didácticos, los profesores filósofos deberían crear y reelaborar material didáctico para la enseñanza de la filosofía.

Indudablemente, el material didáctico mencionado tiene que responder a las necesidades actuales que presentan los estudiantes, es decir, al contexto sociocultural en el que les tocó vivir. Si todo lo que está a nuestro alrededor puede ser un medio de enseñanza y conocimiento, se deben tomar en cuenta las cosas con las que los estudiantes están interactuando para poder llevar a ellos la filosofía; que se utilice la música que ellos escuchan, las películas que ven, la moda mediante la cual buscan una identidad, los videojuegos, el deporte, etc., para desarrollar su pensamiento abstracto e instruirlos poco a poco en la reflexión filosófica, que incluye la reflexión y la conciencia social, cultural y económica sobre su realidad presente. Con nuevos materiales didácticos creo que se puede acercar poco a poco a los estudiantes a la filosofía para que puedan comprender que ella está en la realidad presente -en su realidad presente- y que no es algo alejado de su contexto o inútil, a pesar del pensamiento abstracto que ésta implica. Así, elaborar el material didáctico de cualquier área del conocimiento humano es crear material accesible para formar un pensamiento reflexivo, coherente y sin ambigüedad posible que pueda caber al momento en que los seres humanos discurren.

Frente a todo lo anteriormente expuesto, este trabajo tiene la pretensión de ser un manual de apoyo para el estudio de la lógica para llegar a mostrar, con ello, que la filosofía y el discurso lógico argumentativo, aunque trate temas muy abstractos, tiene sus raíces en ámbitos reales, palpables, cercanos y muy cotidianos; por ejemplo, el religioso, el deportivo, el político, el cultural, etc. Para lograr esto, se abordará en este trabajo el tema de la lógica proposicional de una manera sencilla y atractiva para estudiantes de filosofía, sin que ello implique que se haga a un lado la rigurosidad de dicho tema. Se utilizarán ejemplos de distintos ámbitos cotidianos como el religioso y el deportivo -estos últimos ya manejados por autores como Irving M. Copi-; a su vez, se echará mano de oraciones obtenidas de cuentos infantiles.

No obstante lo anterior, el objetivo principal del presente escrito es aún más modesto que lo que recién he mencionado, pues no incluye la presentación de toda la lógica proposicional, sino sólo del tema de la evaluación semántica de validez de razonamientos proposicionales y de todo lo que éste presuponga, sin incluir su otro gran tema: el de la evaluación formal de validez de dichos razonamientos. Esto es justificable, debido a que el tema de la evaluación semántica de validez es abordable como una unidad autocontenida dentro de la lógica proposicional: el método semántico proposicional de evaluación de validez de razonamientos lo es también de invalidez y en su versión de la *reducción al absurdo* por asignación de valores de verdad resulta ser un método práctico y potente al momento de evaluar los razonamientos. De modo que abordar sólo el tema semántico en este trabajo bastará para dejar en los estudiantes una idea precisa y útil, aunque ciertamente incompleta, de la lógica proposicional como disciplina que estudia los principios y métodos que permiten discriminar el argumento deductivo proposicional válido del inválido.

En consecuencia, el curso a seguir en este trabajo será el siguiente: En el primer capítulo definiré de forma general y de manera clara qué es la lógica, cuál es su campo de estudio e introduciré y expondré un concepto fundamental de esta disciplina: el concepto de razonamiento. Asimismo, presentaré y definiré tres tipos de razonamiento: inductivo, abductivo y deductivo para mostrar el contraste que hay entre ellos dentro del discurso lógico argumentativo y revelar que sólo el razonamiento deductivo es el que tiene la finalidad de ofrecer razones contundentes a favor o en contra de algo.

En el segundo capítulo definiré la lógica deductiva como el estudio de los principios y métodos que permiten distinguir entre los razonamientos válidos e inválidos. Expondré que el término “inválido” simplemente debe entenderse como “no válido”, por ende será suficiente analizar la noción intuitiva de validez y el concepto de forma lógica de un argumento.

En el siguiente capítulo indagaré el tema de las conectivas lógicas como conceptos funcionales, tema propio de la lógica deductiva. Resaltaré primordialmente que la conjunción, la negación, la disyunción, el condicional y el bicondicional tienen diversos usos lingüísticos y que la lógica deductiva sólo extrae y analiza el significado lógico de éstas. Expondré la semántica y la sintaxis de la conjunción, la negación, la disyunción, el condicional y el bicondicional como conceptos funcionales (*i. e.*, como conectivas lógicas) de una manera, espero, atractiva, amena y posiblemente más significativa para su aprendizaje a partir de palabras, frases y construcciones gramáticas castellanas entresacadas de distintos ámbitos cotidianos.

En el cuarto capítulo, presentaré y simbolizaré tres ejemplos de razonamientos deductivos obtenidos de la filosofía, las matemáticas y la ciencia para mostrar con ello que los razonamientos deductivos no son propios del discurso lógico filosófico, sino que los podemos encontrar en distintas áreas del conocimiento humano.

En el quinto capítulo, realizaré una evaluación semántica de validez de cada uno de los argumentos presentados en el capítulo anterior a través del *método de reducción al absurdo* por asignación de valores de verdad, para mostrar cómo podemos evaluar de una manera potente y sin ambigüedad nuestro propio discurso argumentativo y el ajeno mediante el análisis de su estructura lógica.

En el sexto capítulo y a modo de conclusión, expongo y hago una pequeña reflexión acerca de algunos comentarios que alumnos de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM) y de la licenciatura de Filosofía e Historia de las Ideas hicieron al haber tenido la oportunidad de leer este trabajo.

Por último, agradezco de antemano a mi casa de estudios la Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM) y al Instituto de Ciencia y Tecnología del Distrito Federal (ICYTDF) por el apoyo otorgado para la realización e impresión de este trabajo.

1. LÓGICA

1.1 Definición

Comúnmente, la lógica se ha definido como *la ciencia del razonamiento* (o argumento); sin embargo, un estudioso de esta ciencia, el lógico Irving M. Copi, señala que esta definición sólo logra introducirnos en el punto clave de la naturaleza de la lógica y no logra, por el contrario, englobar de manera exitosa lo que realmente implica el estudio de la lógica. La lógica no es propiamente la ciencia del razonamiento, señala Copi, pues:

El razonamiento es la clase especial de pensamiento llamada inferencia, en la que se sacan conclusiones partiendo de premisas. Como pensamiento, no es campo exclusivo de la lógica, sino también de la psicología. Los psicólogos han examinado el proceso de razonamiento y lo han encontrado complejo y altamente emocional... [y todo esto es de importancia para los psicólogos.] Pero el lógico no se interesa en el proceso real del razonamiento. A él le importa la corrección del proceso completado.¹

Es decir, la inferencia constituye básicamente un proceso psicológico consistente en extraer una conclusión a partir de las pruebas que tengamos de algo o en llegar a ciertas opiniones o creencias sobre la base de otras. Pero, por otro lado, la lógica al no ser psicología, no trata de describir o explicar los procesos mentales que se producen cuando la gente infiere, piensa o discurre acerca de algo.² No, al lógico no le concierne el proceso psicológico de la inferencia, sino *la relación que se da entre las oraciones iniciales y finales de ese proceso dentro de un razonamiento*; lo que a él realmente le importa es la corrección de la relación lógica que se da entre las oraciones que constituyen un razonamiento, pues su pregunta siempre es: “¿la conclusión alcanzada se sigue de las demás oraciones usadas o supuestas para ésta?”.³ Él desea saber si las premisas de un argumento son un fundamento adecuado para aceptar la conclusión.

¹ Irving M., Copi, *Lógica simbólica*, Patria, México, 2009, p. 16.

² Wesley C., Salmon, *Lógica*, Colofón, México, 1995, p. 25.

³ Irving, M., Copi, pp. 15 y 16.

Por ello, y siguiendo a Charles S. Peirce (1839-1914), fundador del pragmatismo americano, el estudio de la lógica es el estudio de los métodos y principios usados para poder distinguir los razonamientos válidos (correctos) de los razonamientos inválidos (incorrectos), es decir, *el problema central de la lógica es la clasificación de los razonamientos, de tal manera que separa los razonamientos correctos de los incorrectos.*⁴

En resumen, la diferencia principal que existe entre razonamiento e inferencia como proceso psicológico consiste en que el razonamiento es una entidad lingüística, un grupo de oraciones afirmadas que, relacionadas entre sí, establecen una conclusión, mientras que la inferencia no lo es. Una vez efectuada una inferencia, la podemos expresar lingüísticamente a través de un razonamiento y aplicarle normas lógicas para someterla al análisis crítico y poder decir si es correcta o no. Por tanto, la lógica no nos dice cómo hacer inferencias en sentido psicológico, pero sí nos dice cuáles deberíamos *aceptar*⁵ y, en este último sentido, la lógica sí nos dice cómo deberíamos pensar correctamente, cómo estructurar nuestros razonamientos de una manera adecuada. Para ello, la lógica reflexiona acerca del concepto de *razonamiento*.

1.2 Razonamiento: definición y componentes

En el campo de la lógica, una manera de definir el término *razonamiento* es la siguiente:

*Un razonamiento R es una serie de enunciados E_1, E_2, \dots, E_n ($n \geq 2$), usualmente conectados mediante expresiones auxiliares, y tales que todos ellos, con la excepción de uno (E_i , digamos), son presentados por el emisor como si expresaran pruebas de, o elementos de juicio favorable a, la verdad del enunciado restante (E_i).*⁶

en esta definición, el enunciado o la oración " E_i " es la *conclusión* del razonamiento y los restantes, son considerados como las *premisas* del razonamiento. Por tanto, básicamente un razonamiento consiste en un grupo de oraciones de las que se afirma que una de ellas, la conclusión, se sigue de las otras; por ejemplo:

⁴ Citado por Irving, M., Copi, *Lógica simbólica*, p. 15.

⁵ Wesley, C., Salmon, p. 33.

⁶ Raúl, Orayen, *Lógica, significado y ontología*, UNAM, México, 1989, p. 60.

1. O entro a la Universidad o busco un trabajo.
2. No entro a la Universidad.
Por tanto,
3. Busco un trabajo.

Este razonamiento consta de tres oraciones, de las cuales 1 y 2 figuran como premisas y 3 como conclusión, pues la frase “por lo tanto” suele señalar que lo que se encuentra después de ella es la conclusión del razonamiento. Sin embargo, en el discurso cotidiano, un razonamiento no suele presentarse de esta manera tan simple, así que habrá que señalar otro elemento fundamental que tienen los razonamientos y que nos permitirán identificarlos como tales.

El elemento primordial que nos permite saber que estamos frente a un razonamiento son las *expresiones derivativas*, las cuales tienen la tarea de establecer un vínculo lingüístico entre las premisas y la conclusión. Por lo regular, ciertas frases nos muestran que estamos frente a un razonamiento, pues nos señalan que cierta oración en un razonamiento figura como premisa o como conclusión. Algunos términos como: “en consecuencia”, “de ahí que”, “por consiguiente”, “luego”, “de... síguese que”, etc., suelen preceder o anunciar la conclusión y señalar que las premisas de las que se sigue deben estar antes. Por ejemplo, en el razonamiento:

Puesto que las costumbres... ejercen influencia sobre las acciones y afectos se sigue que las costumbres no se pueden derivar de la razón;... porque la razón por sí sola, como hemos demostrado, no puede ejercer tal influencia.⁷

La frase “se sigue que” que precede la oración “las costumbres no se pueden derivar de la razón” indica que lo que va después de ella es la conclusión del razonamiento. Otras frases, en cambio, como: “toda vez que”, “ya que”, “porque”, “pues”, “puesto que”, etc., tienen la función de anunciar las premisas. Por ejemplo, las oraciones: “las costumbres... ejercen influencia sobre las acciones y afectos” y “la razón por sí sola, como hemos demostrado, no puede ejercer tal influencia” que van después de las expresiones: “puesto que” y “porque”, respectivamente, indican que ellas son las premisas del razonamiento.

⁷ David, Hume, *Tratado sobre la Naturaleza Humana*.

No obstante lo anterior, hay que entender los términos “premisa” y “conclusión” como términos relativos, ya que una misma oración puede ser premisa en un razonamiento y conclusión en otro. Tal es, por ejemplo, el caso de la oración: “Amanece nublado” que figura como segunda premisa en el siguiente argumento:

1. Si amanece nublado, entonces lloverá todo el día.
 2. *Amanece nublado.*
- Por lo tanto,
3. Lloverá todo el día.

y esa misma oración es una parte de la conclusión en este otro argumento:

1. La mañana está húmeda.
- Por lo tanto,
2. La mañana está húmeda o *amanece nublado.*

Por consiguiente, una oración puede ser premisa o conclusión dependiendo del contexto en que sea utilizada.⁸ Del mismo modo, no es necesario que las premisas precedan a la conclusión, pues a veces la conclusión figura al final, otras veces al principio y otras, en medio del argumento. Cuando figuran razonamientos en un texto corresponde al lector asegurarse de comprender cuáles oraciones se emplean como premisas y cuáles como conclusiones antes de someter los argumentos a un análisis lógico.⁹ A continuación se presentan tres razonamientos en los cuales la conclusión se enuncia al principio, en medio y al final de cada razonamiento, respectivamente (las cursivas en las expresiones derivativas son mías):

a) El que ama no desconoce a Dios, *porque* Dios es amor.¹⁰

b) *Puesto que* las costumbres...ejercen su influencia sobre las acciones y afectos *se sigue que* las costumbres no se pueden derivar de la razón;...*porque* la razón por sí sola, como hemos demostrado, no puede ejercer tal influencia.¹¹

⁸ Irving M., Copi, p. 17.

⁹ Wesley, C., Salmon, pp. 21 y 22.

¹⁰ *La Biblia*, Evangelio según San Juan, 4:8.

¹¹ David, Hume, *Tratado sobre la Naturaleza Humana*.

c) *Puesto que* la felicidad consiste en la paz de la mente y *puesto que* la paz mental perdurable depende de la confianza que tengamos en el futuro y la confianza se basa en el conocimiento que tenemos de la naturaleza de Dios y del alma, *se sigue que* la ciencia es necesaria para la verdadera felicidad.¹²

En resumen, las expresiones derivativas que aparecen en los razonamientos nos ayudan a identificar la función que cumple cada una de las oraciones que figura en éstos, ya sea como premisa o como conclusión.

Hasta el momento, hemos señalado las características generales de los razonamientos como si sólo existiera un tipo de razonamiento, lo cual no es cierto. Existen diversos tipos de razonamientos que, si bien podemos decir que comparten las características anteriores, se suelen diferenciar a partir de la *relación de inferencia* que los caracteriza y que consiste, básicamente, en la manera como las premisas apoyan la conclusión. Recordemos que ésta es la tarea de la lógica: se encarga de indagar la relación lógica que se da entre las oraciones iniciales (premisas) y las oraciones finales (conclusión) de un razonamiento; examina si las premisas de un argumento proporcionan algún fundamento a favor de la conclusión o no. En consecuencia, analizar un razonamiento consiste, entre otras cosas, en poder reconocer cuál es la *relación de inferencia que vincula las premisas con la conclusión*, es decir, analizar lógicamente un razonamiento consiste, entre otras cosas, en entender la relación lógica que existe entre la secuencia de oraciones que lo conforman.¹³ De aquí que lo importante de un razonamiento no es que permita convencer de algo a otra persona por medio de simples opiniones o creencias basadas en el sentido común, sino que proporcione razones, determinantes o plausibles, para adquirir un nuevo conocimiento.

A continuación, definiremos tres tipos de razonamientos: inductivos, abductivos y deductivos, para que el lector se dé cuenta las diferencias que hay entre cada uno de ellos y pueda, a su vez, comprender por qué la lógica proposicional se encarga esencialmente de estudiar los razonamientos deductivos.

¹² Gottfried, Leibniz, *Prefacio a la ciencia general*, ("citado de Irving, M., Copi, *Introducción a la lógica*, LIMUSA, México, 2009, p. 22.")

¹³ Ma. Alicia, Pazos y Sandra Lucía, Ramírez Sánchez, *Conectivas y usos del lenguaje: hacia un discurso argumentativo*, (Colección de Pensamiento crítico 1), UACM, México, 2003, p. 40.

1.3 Tres tipos de razonamientos: inductivos, abductivos y deductivos

En general, podemos decir que existen dos tipos de razonamientos: deductivos y no deductivos. Los razonamientos no deductivos suelen definirse de la siguiente manera:

Un razonamiento no deductivo es aquel razonamiento en el cual, sus premisas sólo proporcionan de manera probable algún fundamento para su conclusión.

Por ejemplo:

1. El lunes a las 9:00 am hubo tráfico en Insurgentes.
2. El jueves a las 9:00 am hubo tráfico en Insurgentes.
3. El sábado por la mañana hubo tráfico en Insurgentes.
En consecuencia,
4. Probablemente en las mañanas hay tráfico en Insurgentes.

Entre los razonamientos no deductivos más comunes que estudiaremos aquí mencionaremos sólo los razonamientos inductivos y abductivos, debido a que son los más importantes y de uso más común.

- Razonamientos inductivos: Antes de definir los razonamientos inductivos, analicemos los siguientes ejemplos.

Ej. 1):

1. María suele sacar buenas calificaciones al inicio del semestre.
2. El semestre lleva dos meses que empezó.
Por tanto,
3. María sacará buenas calificaciones en el primer bimestre.

Ej. 2):

1. El 70% de los fumadores son hombres que pudieron haber sufrido una decepción amorosa.
2. Juan forma parte del 70% de hombres fumadores.
Por consiguiente,
3. *Probablemente* Juan sufrió una decepción amorosa.

En estos ejemplos, lo primero que hay que resaltar es que en las premisas se da cuenta de regularidades observadas en el mundo y a mayor número de regularidades observadas enunciadas en las premisas, mayor será la probabilidad inductiva de la conclusión. Además, si las premisas de cada uno de estos razonamientos son verdaderas, entonces la conclusión tiene el carácter de *probablemente verdadera*; pero no el carácter de necesariamente verdadera, pues la probabilidad de la verdad de la conclusión en un razonamiento inductivo es cuestión de grados y depende de otras cosas que pueden o no suceder, ya que la repetición de un tipo de suceso no nos autoriza a concluir dicho suceso con certeza absoluta. Por ejemplo, del hecho de que María suela sacar buenas calificaciones al inicio del semestre y del hecho de que el semestre lleve dos meses que empezó, no podemos concluir tajantemente que María sacará buenas calificaciones en el primer bimestre, porque puede ocurrir que unos días antes de que comiencen los exámenes del primer bimestre los papás de María se divorcien provocando, con ello, que María se sienta triste y no estudie para sus exámenes del primer bimestre y, entonces, ello traería como una posible consecuencia que María no sacara buenas calificaciones al inicio del semestre. Por consiguiente, en este tipo de razonamientos es perfectamente posible que las premisas sean ciertas y que la conclusión resulte falsa sin que por ello el razonamiento deba calificarse como incorrecto. Además, en los ejemplos anteriores notaremos que la conclusión de los razonamientos inductivos afirma más -o es una afirmación más fuerte- de lo que se afirma en las premisas.¹⁴ Por ejemplo, en la conclusión del segundo razonamiento se afirma como probable que Juan haya sufrido una decepción amorosa, lo cual no se enuncia en ninguna de las premisas.

Asimismo, si los enunciados de la evidencia (las premisas) son verdaderos, entonces es razonable aceptar la conclusión, dicho de otra forma, si la evidencia es verdadera, entonces es razonable aceptar como verdadera la conclusión o la hipótesis inferida.¹⁵ Por ejemplo, en los razonamientos 1) y 2), dado que las premisas son tomadas como verdaderas, es razonable aceptar la verdad de la conclusión.

¹⁴ Wesley C., Salmon, p. 35.

¹⁵ J.W. Cornman, G.S. Pappas y K. Lehrer, *Problemas y argumentos filosóficos*, UNAM, México, 1990, p. 52.

Sin embargo, otro dato curioso de los razonamientos inductivos es que son *razonamientos a partir de casos*, es decir, se parte de casos particulares o generales para concluir ya sea un caso particular o un caso general.

Ej. 1):

1. María suele sacar buenas calificaciones al inicio del semestre.
 2. El semestre lleva dos meses que empezó.
- } Reportan casos particulares o generales.

Por tanto,

3. María sacará buenas calificaciones en el primer bimestre.
- } La conclusión afirma un caso particular.

Ej. 2):

1. Los hombres fumadores pudieron haber sufrido una decepción amorosa.
- } La premisa reportan un caso general

Por consiguiente,

2. Juan sufrió una decepción amorosa.
- } La conclusión afirma un caso particular.

Ej. 3):

1. El lunes a las 9:00 am hubo tráfico en Insurgentes.
 2. El jueves a las 9:00 am hubo tráfico en Insurgentes.
- } Las premisas reportan casos particulares.

En consecuencia,

3. Todos los días en las mañanas hay tráfico en Insurgentes.
- } La conclusión es la generalización de los casos.

Advirtamos que en el razonamiento 1) la premisa 1 es general y tanto la premisa 2 como la conclusión están enunciando casos particulares, mientras que en el razonamiento 2), se parte de un caso general para poder concluir un caso particular; por el contrario, en el razonamiento 3), la conclusión afirma una generalización a partir de los casos particulares que reportan las premisas. Luego, las tres conclusiones son verdaderas porque las premisas de estos razonamientos están ofreciendo cierto grado

de apoyo a favor de la verdad de su conclusión y, como hemos ya señalado, los razonamientos inductivos sólo admiten grados de corrección según el grado de apoyo que las premisas presten a la conclusión. Por ende, estos razonamientos son evaluados como *mejores* o *peores* de acuerdo con este grado de apoyo que proporcionen las premisas a la conclusión.

Así pues, y con base en todo lo señalado hasta el momento, podemos definir los razonamientos inductivos de la siguiente manera:

Un razonamiento inductivo es un razonamiento sobre casos observados en el cual, a mayor número de casos reportados en las premisas, mayor será la probabilidad inductiva de la conclusión, pues las premisas tienen la función de proporcionar cierto grado de apoyo y sólo de manera probable algún fundamento para poder concluir (de forma particular o general) el caso que se afirma.

Entre las características de los razonamientos inductivos podemos señalar las siguientes:

1. Los razonamientos inductivos presentan en sus premisas regularidades observadas que tienen cierto grado de repetición en el mundo.
2. La conclusión no es totalmente segura, sino meramente probable con base en el grado de apoyo que las premisas presten a la conclusión. Por tanto, la conclusión puede fallar aunque las premisas sean verdaderas, lo cual en sí mismo no basta para calificar al razonamiento como incorrecto.
3. La conclusión generalmente va más allá de las regularidades enunciadas en las premisas, pues afirma más de lo que se enuncia en éstas.
4. Los razonamientos inductivos pueden ser evaluados como mejores o peores de acuerdo con el grado de apoyo que proporcionen sus premisas a la conclusión.

En un sentido actual, como la lógica inductiva examina el grado en el que las premisas de un razonamiento inductivo suministran apoyo a la conclusión, ésta es considerada como una “Lógica probabilística”,¹⁶ de modo que podemos considerar todo razonamiento inductivo en términos de probabilidad.¹⁷

- Razonamientos abductivos¹⁸: Por lo general, en un curso básico de lógica sólo se suele hacer la distinción entre razonamientos deductivos e inductivos. Sin embargo, existe otro tipo de razonamientos, en los cuales las premisas no tienen la función de prestar algún grado de apoyo a la conclusión, sino que en la conclusión se da una posible explicación de la causa que pudo haber provocado que sucediera un hecho que se describe en las premisas: dicho tipo es el de los razonamientos *abductivos*.

Podemos decir que en los razonamientos abductivos la inferencia está restringida comúnmente a la elaboración de posibles explicaciones acerca de un hecho, es decir, la conclusión ofrece una posible explicación de la causa que pudo haber provocado que sucediera cierto fenómeno que se observa y que se describe en las premisas. Por ende, en este tipo de razonamiento las explicaciones no son propiamente razones que se dan a favor o en contra de algo para concluir ese algo. Por ejemplo, en el siguiente razonamiento:

La calle amaneció mojada.
Así que, ayer llovió en la noche.

¹⁶ José, Ferrater, Mora y Hugues, Leblanc, *Lógica matemática*, FCE, México, 1990, p. 20.

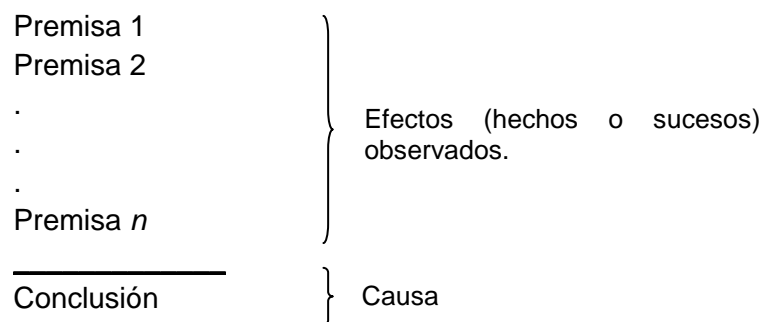
¹⁷ “Aunque la probabilidad está en la esencia de la relación entre premisas y conclusión en los argumentos inductivos, tales argumentos no siempre reconocen explícitamente que sus conclusiones se siguen solamente con algún grado de probabilidad. Por otra parte, la mera presencia de la palabra “probabilidad” dentro de un argumento no es una indicación segura de que el argumento es inductivo, porque hay algunos argumentos estrictamente deductivos que versan acerca de las probabilidades mismas.” [Por ejemplo, el siguiente argumento deductivo hace referencia al tema de las probabilidades. “Si existe la probabilidad 5 a 2 de que en México las mujeres viven más que los hombres, entonces no hay probabilidad de que la sociedad mexicana sea machista. No se puede descartar la probabilidad de que la sociedad mexicana es machista. Por lo tanto, no existe la probabilidad 5 a 2 de que en México las mujeres viven más que los hombres.”] (“citado de Irving, M., Copi, *Introducción a la lógica*, p. 75.”)

¹⁸ Atocha, Aliseda-Llera, *Seeking Explanations: Abduction in Logic, Philosophy of Science and Artificial Intelligence*, Institute for Logic, Language and Computation, Holanda, 1997, pp.1-33.

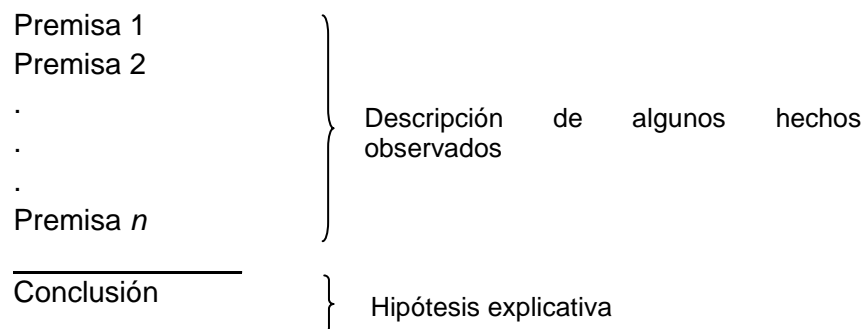
lo que debemos observar es que la conclusión brinda la mejor explicación posible de la causa que pudo haber generado el hecho que se describe en la premisa.

Así, hablando ampliamente, como decía Peirce, *abducción* es un proceso de razonamiento realizado para explicar una observación acerca de un hecho que nos ha llamado la atención. Los razonamientos abductivos tratan de establecer una línea causal de los hechos por la cual se pueda explicar en su conclusión, a modo de hipótesis, la causa que pudo haber provocado los sucesos (efectos) que se describen en las premisas. Por consiguiente, la abducción es un tipo de razonamiento en el que se pasa de la evidencia (efecto) en sus premisas, a la explicación de esa evidencia (causa) en la conclusión.

Los razonamientos abductivos pueden constar de una o más premisas y su estructura se determina de la siguiente manera:



es decir:



Por ejemplo, el razonamiento:

- | | | |
|---|---|-----------------------------------|
| 1. Mariana tiene vómitos y mareos durante el día. | } | Descripción de hechos observados. |
| <i>Por lo tanto,</i>
Mariana puede estar embarazada. | } | Hipótesis explicativa |

lo podemos analizar de la siguiente forma:

1. **Si** Mariana está embarazada, **entonces** tiene vómitos y mareos durante el día.
 2. Mariana tiene vómitos y mareos durante el día
- Por lo tanto,*
3. Mariana está embarazada.

Esta manera de reelaborar el razonamiento original en un silogismo (dos premisas y una conclusión) implicó formular una *oración de condicional causal* (premisa 1), de la forma:

Si (tal cosa), entonces (tal otra)

para poder abducir la causa posible que pudo provocar el hecho de que Mariana tiene vómitos y mareos durante el día. En una oración de condicional causal, la causa se enuncia en el antecedente y el efecto, en el consecuente:

Si Mariana está embarazada, entonces tiene vómitos y mareos durante el día.
(causa) (efecto)

En la oración anterior, si la causa de que Mariana tenga vómitos y mareos durante el día es que está embarazada y no indagamos más allá de estos dos síntomas observados, podemos concluir a modo de la mejor hipótesis explicativa que Mariana puede estar embarazada. En consecuencia, a mayor seguridad en la premisa condicional causal en el razonamiento abductivo, habrá mayor seguridad en la conclusión.

Charles Peirce fue el primer filósofo que dio a la abducción una forma lógica, la del silogismo, para luego enriquecer esta idea con una concepción más general: “el proceso de formación de una hipótesis explicativa”¹⁹ y no sólo eso, sino también: “el proceso de elección de la mejor hipótesis”, pues para Peirce existen dos aspectos que determinan si una hipótesis es la acertada, a saber, que pueda *comprobarse una relación de hechos y que ésta sea económica*.²⁰ Para este filósofo, una hipótesis es una explicación si da cuenta de los hechos, su estatus es el de una sugerencia hasta que se verifique lo contrario y esto, en principio requiere de ciertos criterios de prueba; luego, la motivación para el criterio económico es doble: cada una de las posibles explicaciones que surjan para dar cuenta del fenómeno a ser explicado y que se proponen a modo de hipótesis, tienen que ser comprobables para poder desechar las explicaciones menos plausibles y poder escoger la (s) mejor (es).

En los razonamientos abductivos, la relación de inferencia tiene que ver con la causalidad pues se trata de responder la pregunta: “¿cuál es la causa posible que pudo provocar tal efecto?” Por ende, la abducción está conectada tanto a la construcción de hipótesis como a la elección de la mejor hipótesis, en otras palabras, el proceso de abducción implica la indagación sobre distintos candidatos que pueden surgir en función del contexto en que se nos presentan las evidencias y de nuestro conocimiento general de la realidad, que podemos aplicar para establecer la mejor explicación. En un entorno científico, lo que quiere decir esto es que la abducción depende de una teoría sobre hechos pasados que pueden ser comprobados y relacionados entre sí para poder construir la mejor hipótesis causal. Por ejemplo, cuando en la mañana salimos a la calle y observamos que el césped está mojado (no estaba mojado cuando lo observamos la noche anterior), podríamos explicar este hecho si asumimos la hipótesis de que debió haber llovido, o la hipótesis de que los rociadores del césped fueron encendidos, o podríamos proponer igualmente otras posibles explicaciones basadas únicamente en nuestro sentido común, debido a que no contamos con la suficiente información para dar una explicación contundente del hecho que hemos percibido.

¹⁹ Atocha, Aliseda-Llera, *Seeking Explanations: Abduction in Logia, Philosophy of Science and Artificial Intelligence*, Institute for Logic, Language and Computation, Holanda, 1997, p. 25.

²⁰ *Ibidem*, p. 30.

En los razonamientos abductivos o explicativos, el que sólo tengamos nuestro sentido común para explicar un suceso, no implica que la explicación que éste nos brinda sea la mejor. El simple sentido común nos puede llevar a distintas posibles explicaciones de un mismo hecho; por tanto, cuando estamos frente a un hecho que ha captado nuestra atención por haberse salido de lo rutinario y deseamos explicarlo, debemos ir más allá de nuestro sentido común y esbozar la mejor hipótesis que nos explique *lo que ocurrió*. No existe un método estricto a seguir para encontrar la mejor causa posible que pudo provocar cierto efecto, ya que esto depende en gran medida de las circunstancias en que hemos encontrado el fenómeno que deseamos explicar.

Sin embargo, una posible manera de proceder es la que siguen el diagnóstico médico. Cuando un médico revisa a un paciente y observa sus síntomas, sobre la base de su conocimiento médico comienza a plantearse las hipótesis sobre las posibles causas que pudieron originarlos, comienza a establecer las relaciones causales entre la enfermedad y los síntomas y se pregunta: “¿hay una relación causal entre los síntomas que presenta el paciente y cierta posible enfermedad que provoca estos síntomas?”

Como ya mencionamos, en este tipo de razonamientos la hipótesis explicativa, la causa, es la conclusión y el fenómeno a ser explicado se describe en las premisas. No obstante, hay que hacer hincapié en señalar que la conclusión –al igual que en los razonamientos inductivos-, no siempre es totalmente segura, sino *meramente plausible con base en lo que enuncian las premisas*; de allí que la conclusión pueda a veces fallar aunque las premisas sean verdaderas (por ejemplo, quizás los vómitos y los mareos que presenta Mariana se deben a que comió algo en mal estado).

Hasta aquí, todos los ejemplos que hemos presentado en esta sección son de razonamientos en los que se ofrece una explicación para dar cuenta de un fenómeno determinado. Por tanto, definimos los razonamientos abductivos de la siguiente manera:

Un argumento abductivo es aquel en el que al menos una de sus premisas enuncia algún fenómeno observado y en la conclusión propone una hipótesis explicativa de la causa que pudo haber provocado dicho fenómeno.

Al igual que los razonamientos inductivos, los abductivos pueden ser considerados como razonamientos probables, pues recordemos que en un razonamiento probable la conclusión se infiere con mayor o menor probabilidad a partir de las premisas dadas.

Entre las características principales de los razonamientos abductivos señalamos las siguientes:

1. En un argumento abductivo se propone una hipótesis explicativa de la causa que pudo haber provocado cierto efecto. La hipótesis explicativa, la causa, es la conclusión y el fenómeno a ser explicado se describe en las premisas. Entre las premisas figura un enunciado de causalidad.
2. Son considerados como razonamientos probables: La conclusión puede no ser siempre segura, sino meramente probable con base en lo que dicen sus premisas.
3. En el razonamiento abductivo, al tener mayor seguridad en la premisa condicional causal, habrá mayor seguridad en la conclusión.
4. No tienen un número fijo de premisas.

Para finalizar, como la hipótesis explicativa (la conclusión) de los razonamientos abductivos tiende a describir la causa de fenómenos reales, entonces se dice que ella pertenece a la lógica del descubrimiento. Asimismo, algunas distinciones que podemos señalar entre abducción e inducción es que la abducción implica realizar toda una investigación de fondo para poder construir y ofrecer, en la conclusión, la mejor explicación posible de la causa de cierto efecto, mientras que la inducción no sigue ese procedimiento. Otra diferencia consiste en que a partir de varios casos, la inducción tiende a generalizar y la abducción no, ella se limita a proponer que “esto” puede ser la causa posible de “aquello”.

- Razonamientos deductivos:

Todo razonamiento, deductivo o no deductivo, pretende que sus premisas proporcionen algún fundamento para la verdad de su conclusión. Como ya vimos, en los razonamientos no deductivos (inductivos y abductivos, entre otros) sólo se procura que sus premisas proporcionen algún fundamento para la conclusión y entre ellos se diferencian por el *grado de verosimilitud o probabilidad* que sus premisas confieren a la conclusión. No obstante esto y como veremos a continuación, sólo los razonamientos deductivos tienen la pretensión de que sus premisas proporcionen un fundamento *absolutamente concluyente* a favor de su conclusión, de modo que la relación de inferencia lógica entre las premisas y la conclusión sea de tipo deductiva y no probable (no se habla de grados de apoyo que las premisas suministran a la conclusión.) En pocas palabras, definimos argumento deductivo como:

Aquel razonamiento en el cual se pretende que las premisas proveen fundamento seguro para la conclusión.

Es decir, los razonamientos deductivos son aquellos en los cuales se afirma la existencia de una relación lógica muy estricta y rigurosa entre premisas y conclusión conocida como *relación de inferencia deductiva*, en la cual las premisas pretenden proveer un fundamento absoluto, contundente y sin excepciones posibles a favor de la conclusión. Frente a esto, si un argumento deductivo es válido, entonces dada la verdad de sus premisas, su conclusión debe ser necesariamente verdadera.

Luego, los términos de “válido” e “inválido” se usarán para caracterizar los argumentos deductivos, de tal forma que cada argumento deductivo es o bien válido o inválido y este punto es de gran importancia, pues si un argumento deductivo no es válido, debe ser inválido. Frente a esto, si un argumento deductivo es válido, entonces dada la verdad de sus premisas, su conclusión debe ser necesariamente verdadera.

Por ejemplo, si en el argumento:

1. Si los maestros odian a sus alumnos, entonces los exámenes son difíciles.
2. Si los exámenes son difíciles, entonces los alumnos no podrán aprobar.

3. Si los maestros odian a sus alumnos, entonces los alumnos no podrán aprobar.

la oración 1: “Si los maestros odian a sus alumnos, entonces los exámenes son difíciles” es verdadera y la 2: “Si los exámenes son difíciles, entonces los alumnos no podrán aprobar”, también es verdadera, entonces debe ser verdadera la oración 3: “Si los maestros odian a sus alumnos, entonces los alumnos no podrán aprobar.” Es decir, si tanto las premisas 1 y 2 son verdaderas, entonces la conclusión 3 debe ser también verdadera. Por consiguiente, en un razonamiento deductivo se afirma que la conclusión se sigue de las premisas con necesidad absoluta e independientemente de cualquier otro hecho que pueda suceder en el mundo.²¹

Entre las características principales de los razonamientos deductivos podemos señalar las siguientes:

1. Constan de por lo menos una premisa y una conclusión.
2. Los argumentos deductivos se clasifican en argumentos “válidos” y argumentos “inválidos”.
3. Si el argumento deductivo es lógicamente correcto o válido, las premisas apoyan a la conclusión por completo; es decir, la conclusión no puede ser falsa si las premisas son verdaderas.²²

Así como la lógica inductiva estudia los razonamientos inductivos, la lógica deductiva estudia los argumentos deductivos. A continuación definiremos qué es la lógica deductiva y en qué consiste su campo de estudio.

²¹ *Ibidem*, p. 74.

²² *Ibidem*, pp. 36-37.

2. LÓGICA DEDUCTIVA

2.1 Definición

La *Lógica deductiva* “es el estudio de los principios y métodos que permiten distinguir entre los argumentos deductivos válidos e inválidos.”²³ Ella trata de aclarar “la naturaleza de la relación que existe entre premisas y conclusión en un argumento válido, y proporcionar las técnicas de discriminación entre los argumentos válidos y los inválidos.”²⁴ Estudia la corrección de los argumentos con base en los aspectos más generales del lenguaje cotidiano. Estudia la estructura específica de un argumento (sintaxis) y la relación de inferencia lógica que hay entre premisas y conclusiones.

Dos conceptos clave y esenciales que nos ayudan entender mejor de qué trata la lógica deductiva son *razonamiento deductivo* y *validez*. El primer concepto ya lo tratamos en la sección 1.3, así que ahora centrémonos en la noción de validez.

2.2 Definición intuitiva de validez

Hay dos condiciones que debe satisfacer un argumento para establecer la verdad de su conclusión: debe ser válido y todas sus premisas deben ser verdaderas. Al lógico no le atañe determinar la verdad o la falsedad de las premisas, eso es tarea de la investigación científica en general, pues las premisas pueden versar sobre cualquier asunto; mas determinar la validez o la invalidez de los argumentos con base en su estructura es tarea específica de la lógica deductiva.

Al lógico le interesa la cuestión de la validez, aun respecto de argumentos cuyas premisas pueden ser falsas, porque no tiene que ver con la verdad, en algún sentido importante; por ello, cuando se establece desde el punto de vista de la lógica deductiva que un argumento es inválido por su forma lógica, su análisis se da por terminado, porque a la lógica no le concierne hacer un análisis de la verdad de las premisas ni de la conclusión. La *validez* es una propiedad general de los argumentos deductivos y la *verdad* o la *falsedad* es una propiedad de las oraciones que componen un argumento y

²³ Otras ciencias se ocupan también de los razonamientos válidos, por ejemplo, la psicología, la cual estudia los procesos mentales gracias a los cuales podemos razonar; sin embargo, no investigan las *técnicas* que permiten detectar validez, esto es propio de la lógica. (ver Raúl Orayen, pp.15 y 16)

²⁴ Irving M., Copi, *Lógica simbólica*, p. 28.

no de los argumentos en sí mismos; de modo que en este contexto no diremos que un argumento es “verdadero” o “falso”, ni tampoco que una oración es “válida”. Por tanto y como ya mencionamos, los argumentos deductivos lógicamente correctos se designarán como “válidos” y los argumentos lógicamente incorrectos como “inválidos”.

En general, la validez de un argumento deductivo depende de dos aspectos: de la relación lógica que hay entre las premisas y la conclusión (*relación de inferencia lógica*) y de su *forma* o estructura lógica. En este trabajo estudiaremos ambos aspectos. Sin embargo, el tema de la estructura lógica lo pospondremos hasta el siguiente capítulo.

A continuación resumiremos brevemente la definición intuitiva de validez que desarrolló el lógico Raúl Orayen en su texto *Lógica, significado y ontología*.

Una primera variante de la definición intuitiva de validez es la siguiente:

(1a) R es correcto =_{def} Si las premisas de R son verdaderas, entonces necesariamente la conclusión de R es verdadera.²⁵

(donde la variable “ R ” se entenderá como “razonamiento”). En esta definición, Raúl Orayen nos dice que la expresión “necesariamente” debe considerarse como un modificador de la palabra “entonces” y no como un modificador del enunciado que le sigue,²⁶ es decir, la definición (1a) debe interpretarse como:

(A) Si (las premisas de R son verdaderas) entonces necesariamente (la conclusión de R es verdadera)

y no como:

(B) Si (las premisas de R son verdaderas) entonces (necesariamente la conclusión de R es verdadera).

²⁵ Raúl Orayen, *Lógica, significado y ontología*, p. 64.

²⁶ *Id.*

Veamos el contraste que hay entre (A) y (B) con el siguiente ejemplo. Supongamos que tenemos las oraciones:

(A´): Si (llueve y hace frío) entonces necesariamente (llueve)

y

(B´): Si (llueve y hace frío) entonces (necesariamente llueve).

En (A´), la verdad de que (llueve y hace frío) *nos lleva forzosamente a la verdad de que* (llueve), pues esto debe entenderse en el sentido de que *no puede ocurrir que sea verdadero que (llueve y hace frío) y no sea verdadero que (llueve)*. A su vez, la frase “no puede ocurrir que” puede entenderse como “sería contradictorio suponer que”. Dentro del campo de la lógica, estas expresiones equivalentes son usadas informalmente por los lógicos para explicar la frase “si... entonces necesariamente...” de la definición intuitiva de validez.²⁷ Por tanto, (A´) es verdadera sin ninguna duda, pues la verdad de “llueve y hace frío” implica necesariamente a la de “llueve”; no puede ocurrir que sea verdadera la primera oración y falsa la segunda; suponer tal cosa sería contradictorio. Por el contrario, en (B´) debe entenderse que el “necesariamente” se usa como operador monádico: “necesariamente, p ” significa lo mismo que “es imposible no p ”, o “es contradictorio suponer que no p ”. En este sentido, es verdadero “necesariamente, $2=2$ ” o “necesariamente, llueve o no llueve”; en consecuencia y con base a la explicación que se ha dado de (A´), (B´) puede ser falsa, pues la frase “necesariamente llueve” es falsa: no es imposible que no llueva, no es contradictorio suponer que no llueve. Por otra parte, “llueve y hace frío” es verdadero en ocasiones, en esas ocasiones, (B´) será falsa porque puede haber dudas acerca de los valores de verdad de condicionales ordinarios de la estructura “si... entonces...”, pero no en el caso en que tienen antecedente verdadero y consecuente falso.²⁸

²⁷ *Ibidem*, p. 65.

²⁸ *Ibidem*, p. 67.

Mostrado el contraste que hay entre (A) (B) a través de (A') y (B'), supongamos ahora que en (A), la letra "p" representa la oración "las premisas de R son verdaderas" y la letra "q" representa la oración "la conclusión de R es verdadera"; en consecuencia, (A) quedaría como:

si p , entonces necesariamente q .

Luego, como "si p , entonces necesariamente q " se asimila a "no puede ocurrir que sea verdadero que p y no sea verdadero que q ", entonces la última expresión es tomada como intuitivamente equivalente a "no puede ocurrir que p y no q ". Si traducimos en este sentido la definición (1a), obtendremos:

(1a)': No puede ocurrir que (las premisas de R son verdaderas) y no (la conclusión de R es verdadera).

Mas "no puede ocurrir que" es asimilable a "no es posible que" y si aceptamos el principio de bivalencia: que todo enunciado es verdadero o falso, entonces negar que la conclusión de R es verdadera equivale a afirmar que es falsa. Por tanto, aplicando estas dos ideas, (1a)' da lugar a:

(1a)'': No es posible que (las premisas de R son verdaderas) y (la conclusión de R es falsa)

que en teoría expresa lo mismo que la definición (1b):

(1b) R es correcto =_{def} No es posible que las premisas de R sean verdaderas y su conclusión falsa.²⁹

Por tanto, la definición (1b) es equivalente a la definición (1a), por lo cual es podemos perfectamente razonable aceptarlas como dos variantes equivalentes de la definición intuitiva de validez y, en consecuencia, decir que un argumento es válido

²⁹ *Ibidem*, p. 63.

equivale a decir que las premisas se relacionan con la conclusión de tal forma que *ésta debe ser verdadera si las premisas también lo son*.³⁰

No obstante a lo anterior, cabe señalar que el filósofo Raúl Orayen revela que la demostración anterior de la equivalencia entre (1a) y (1b) no puede considerarse como completamente segura, ya que se basa en explicaciones intuitivas y poco formales que dan los lógicos alrededor de (1a) y (1b), pero cuando dichas explicaciones se formalizan en la lógica modal, se aceptan axiomas que nos llevan al mismo resultado que hemos obtenido informalmente.³¹

2.3 Forma lógica: variables y constantes lógicas

Como vimos, cada razonamiento incluye una secuencia de oraciones ligadas entre sí, mas ahora analicemos la *forma lógica* que tienen esas secuencias de oraciones.

Dentro de un lenguaje lógico, las variables y las constantes lógicas, nos permiten exhibir con claridad la estructura lógica de los argumentos, la cual puede estar obscura en el lenguaje ordinario. Cuando los lógicos desean analizar la estructura lógica de cierta oración que es componente de un argumento y, a la vez, el argumento mismo en general, la suelen representar mediante un esquema. Llamaremos *forma lógica* a lo que representan tales esquemas.

Las *variables lógicas* se suelen denominar también *letras proposicionales* o *variables proposicionales*. Las representaremos aquí por las letras minúsculas del alfabeto: p, q, r, \dots , y tienen la función de reemplazar las oraciones que figuran en un argumento, de tal modo que las variables sirven como diccionario de un argumento. Las variables lógicas están correlacionadas con las categorías semánticas de los valores de verdad, “verdadero” o “falso”, que atribuimos a las oraciones. Ilustremos lo anterior a través de algunos ejemplos:

³⁰ Wesley, C., Salmon, p. 40.

³¹ *Ibidem*, pp. 63-66.

Como el argumento:

1. Juan come queso.
 2. Raúl vende queso.
- Por tanto,*
3. Saúl vive en la Luna.

tiene tres oraciones, entonces tenemos que usar solamente tres variables lógicas distintas que representen a cada una de las oraciones del argumento. Usemos las variables: “p”, “q” y “r”, así el diccionario de este argumento es:

- p: Juan come queso.
q: Raúl vende queso.
r: Saúl vive en la Luna.

y entonces, la forma lógica del argumento es representada por:

1. p
 2. q
-
- ∴ r

observe que cuando un argumento queda simbolizado, sólo las premisas se enumeran y la conclusión no; además, la línea horizontal que está separando las premisas de la conclusión, representa el papel del “por lo tanto” ordinario de un argumento y señala que las oraciones que se encuentran por encima de ella son las premisas del argumento y la conclusión es lo que queda abajo.

Lo importante al simbolizar un argumento es que siempre se utilice la misma letra para reemplazar una misma y única oración pero no, por el contrario, usar la misma letra o la misma variable para designar dos o más oraciones distintas.

Ejemplo:

1. Juan come queso.
 2. Juan vive en la Luna.
 3. Juan es amigo del conejo de la Luna.
- En consecuencia,*
4. Juan es un marciano.

En este argumento, aparecen cuatro oraciones enlistadas, pero no podemos reemplazar las cuatro con la misma variable “p”, sólo porque todas empiecen con el nombre de “Juan”. Lo que hay que observar es que todas las oraciones expresan cosas distintas a pesar de que se trate de un mismo sujeto llamado “Juan” o de distintos sujetos con el mismo nombre. En este argumento, las variables: “p”, “q”, “r” y “s” reemplazan, respectivamente y por separado, cada una de las distintas oraciones que aparecen en el argumento:

Diccionario:

- p: Juan come queso.
q: Juan vive en la Luna.
r: Juan es amigo del conejo de la Luna.
s: Juan es un marciano.

y su forma lógica se representa así:

1. p
 2. q
 3. r
-
- ∴ s

Las *constantes lógicas* son las conectivas lógicas de la conjunción, la negación, la disyunción, el condicional y el bicondicional que están representadas, respectivamente, por los símbolos: “ \wedge ”, “ \sim ”, “ \vee ”, “ \supset ”, y “ \equiv ”. Dentro de un lenguaje formalizado -en este caso el lógico-, podemos señalar que las constantes lógicas son interpretadas en el sentido de que ellas nos permiten determinar las condiciones de verdad de una fórmula

lógica a partir de asignaciones posibles de valores de verdad a sus componentes. Las fórmulas lógicas están constituidas por variables (o letras proposicionales), constantes lógicas y signos auxiliares como los paréntesis.

De las cinco conectivas lógicas que acabamos de mencionar en el párrafo anterior, sólo la conectiva negación, representada por el símbolo “ \sim ”, es una conectiva *unaria o monádica*, porque su función es la de negar una fórmula en general. Y las demás conectivas son conectivas *binarias*, porque unen o relacionan por lo menos, dos fórmulas.

Una misma constante lógica puede sustituir *distintas* expresiones lógicas del español, de las que representa parte de su significado ordinario, por ejemplo, el símbolo “ \sim ” suele reemplazar expresiones como “no”, “es falso que” y “no es cierto que”. Pero puede ocurrir también que una *misma* expresión lógica del español, sea reemplazada en diferentes ocasiones por constantes lógicas distintas por tener significado diferente en contextos diversos. Por ejemplo, la partícula “o” usada en sentido “inclusivo” se reemplaza habitualmente por el símbolo “ \vee ”; pero cuando la misma partícula “o” es utilizada en sentido “exclusivo”, se reemplaza por otra constante, por ejemplo, el símbolo “ \neq ”.³²

En el siguiente apartado analizaremos las cinco conectivas lógicas: conjunción, negación, disyunción, condicional y bicondicional y abordaremos con más detalle el tema de la forma lógica de un argumento.

³² Raúl, Orayen, *Lógica formal: su naturaleza y límites*, p. 21.

3. CONECTIVAS LÓGICAS COMO CONCEPTOS FUNCIONALES

Nuestro lenguaje contiene lo que algunos lógicos llaman *expresiones lógicas del español* que tienen, o bien la función de unir por lo menos dos oraciones para formar una nueva oración compleja, o bien la función de formar una oración compleja a partir de haber negado una oración. Dichas expresiones lógicas del español son las partículas “y”, “o” y las expresiones “no”, “si..., entonces...” y “si y sólo si”. La unión de dos oraciones con la partícula “y” se denomina *conjunción de dos oraciones*. Cuando a una oración se le añade la expresión “no” se le llama *negación de la oración*. La unión de oraciones por medio de la partícula “o” se denomina *disyunción de dos oraciones* y cuando se unen dos oraciones mediante la frase “si..., entonces”, o la frase “si, y sólo si”, las oraciones compuestas resultantes se denominan oración *condicional* y oración *bicondicional*, respectivamente.³³

En general, veremos que sólo la conectiva lógica de la negación operará siempre sobre una sola oración, simple o compleja, dando como resultado una oración compuesta, mientras que las cuatro conectivas lógicas restantes vincularán por lo menos, dos oraciones para formar igualmente, una oración compuesta. En consecuencia, llamaremos “términos de enlace” a las partículas “y”, “o” y a las expresiones “si..., entonces...” y “si y sólo si”, porque generan una *oración binaria*, mientras que a la partícula “no”, la llamaremos “término de no enlace”, porque su función no es propiamente la de relacionar o enlazar oraciones, sino más bien, la de negar una oración,³⁴ es decir, de formar una *oración monádica*.

Tanto la oración binaria como la monádica pueden contener más de una *oración simple* o más de una *oración compuesta*, aunque las monádicas sólo pueden contener una oración compuesta. Las *oraciones simples* son aquellas oraciones que comúnmente formulamos en nuestra vida cotidiana para expresar en forma declarativa un pensamiento completo; por ejemplo, “Juan está casado con María”, “María es

³³ Patrick Suppes y Shirley, Hill, *Introducción a la lógica matemática*, REVERTÉ, México, 1999, pp.13-20 y 105.

³⁴ En algunos libros de Lógica, por ejemplo, se suele llamar en general *Términos de enlace* a las cinco conectivas lógicas haciendo la observación de que la conectiva de la negación no relaciona oraciones, sino que simplemente las niega; sin embargo, en esta tesis y para fines prácticos, se entenderá por “Términos de enlace” sólo a las conectivas de la conjunción, la disyunción, el condicional y el bicondicional.

maestra de filosofía”, “Antonio es feliz”, “Camino por las noches”, “Llueve”, “ $2=2$ ”, “ $3+2=5$ ”, etc. y cuando nos refiramos a ellas diremos simplemente “oraciones”. Por su parte, las *oraciones compuestas lógicas*, son aquellas oraciones que resultan de haber utilizado alguna expresión lógica del español, ya sea para relacionar dos oraciones, o bien, para negar una oración. Ejemplos:

- Juan está casado con María **y** María es maestra de filosofía. (1)
- Juan **no** está casado con María. (2)
- Antonio es feliz **o** María es maestra de filosofía. (3)
- Si** llueve, **entonces** camino por las noches. (4)
- “ $1+2=3$ ” **si y sólo si** “ $3-2=1$ ”. (5)

Las cinco oraciones anteriores son todas ellas oraciones compuestas; (1), (3), (4) y (5) son oraciones binarias, porque en ellas se relacionan dos oraciones por medio de los términos de enlace “y”, “o”, “si..., entonces...” y “si y sólo si”. En la oración (1), las oraciones que han sido unidas por la partícula “y” son: “Juan está casado con María” y “María es maestra de filosofía”. En (3), las oraciones: “Antonio es feliz” y “María es maestra de filosofía” están unidas por la partícula “o”. En (4), la expresión “si..., entonces” unió a las oraciones: “llueve” y “camino por las noches” y en (5), “ $1+2=3$ ” y “ $3-2=1$ ” son también oraciones que están unidas por medio de la expresión “si y sólo si”. Por otra parte, en la oración (2) la expresión “no” carece de la propiedad de unir por lo menos dos oraciones; pero como ésta se le añadió a una oración, entonces (2) es también una oración compuesta. En nuestro ejemplo, la oración compuesta (2) se formó a partir de introducir la partícula “no” a la oración simple: “Juan está casado con María”, es decir, de negar esta oración.

En términos didácticos, podemos decir que la lógica deductiva separa de las expresiones lógicas del español: “y”, “no”, “o”, “si..., entonces” y “si y sólo si”, el significado lingüístico del significado lógico (condiciones de verdad). Una vez realizado esto, dichas expresiones lógicas del lenguaje natural castellano pasan a ser categorizadas como *conectivas lógicas* y, entonces, tenemos que las conectivas lógicas son la conjunción, la negación, la disyunción, el condicional material y el bicondicional.

Decimos que una conectiva lógica es un concepto veritativo funcional, pero ¿qué significa esto? o bien ¿qué queremos decir con “conectivas lógicas veritativo-funcionales”? Para la mayoría de los lógicos una conectiva lógica *veritativo-funcional*³⁵ es cualquier expresión que representa una función de verdad;³⁶ esto quiere decir que el valor de verdad final de la oración compuesta depende únicamente del valor de verdad de las oraciones internas que la componen y el *valor de verdad* de una oración es *verdadero* o *falso* según la oración sea verdadera o falsa. Pasemos ahora a definir cada una de las conectivas lógicas.

3.1 Conjunción

3.1.1 Función lógica de la conjunción: semántica y sintaxis

La partícula “y” suele representar una **conjunción lógica** y se simboliza mediante el signo “ \wedge ”, el cual tiene la función de conjuntar dos fórmulas lógicas. La fórmula lógica de la conjunción está dada por:

$$p \wedge q \quad (\text{se lee “}p \text{ y } q\text{”})$$

y se dice que es una *fórmula binaria*. A los componentes de una conjunción se les llama *conyuntos*, de modo que “p” es el primer conyunto y “q” el segundo conyunto.

Como lingüísticamente la función de las expresiones lógicas del español consiste en formar oraciones compuestas, entonces cuando analizamos lógicamente dichas oraciones dentro de un razonamiento, estas expresiones no deben ser tomadas o entendidas como alguna parte de la oración compuesta para su simbolización, pues en el análisis lógico las oraciones que representan un pensamiento completo se representan por variables y las expresiones lógicas del español, por constantes lógicas específicas. Por ejemplo, la fórmula lógica de la oración compuesta:

La radio está prendida y la televisión está apagada

³⁵ Willard Van Orman, Quine, *Los métodos de la lógica*, ARIEL, España, 1969, p. 43.

³⁶ Raymundo, Morado, “Las conectivas lógicas”, Taller de Didáctica de la Lógica, Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM, México, p. 2.

es:

$$r \wedge t$$

donde la variable “r” representa la oración: “La radio está prendida” y la variable “q” la oración: “La televisión está apagada”. Como vemos, cuando simbolizamos cada una de estas dos oraciones que componen la oración compuesta: “La radio está prendida **y** la televisión está apagada”, la partícula “y” no fue tomada en cuenta como parte de alguna de las oraciones internas al simbolizarlas, por el contrario, ésta quedó simbolizada por la constante “ \wedge ”, que representa la conjunción lógica.

Por otra parte, como la conjunción representa una oración compuesta, en este sentido, debemos señalar que la fórmula lógica de la conjunción, dada por: “ $p \wedge q$ ”, representa sólo el significado lógico de la partícula “y” y no otros significados que puede tener dentro del lenguaje castellano pues, generalmente, cuando unimos oraciones lo hacemos con diversos fines: para adjudicar a un mismo sujeto por lo menos dos características, para adjudicar una misma característica a dos sujetos distintos, para poner dos ideas juntas, etc.³⁷

Ejemplos:

- | | |
|--|-----|
| Ana es cantante y futbolista. | (6) |
| Pablo y Bety viven en la edad de piedra. | (7) |
| Mañana iré a la escuela y el sábado al musical. | (8) |

Solemos también utilizar la conjunción para unir más de dos oraciones. Por ejemplo:

- | | |
|---|-----|
| Tu novia está fea, chaparra y gorda. | (9) |
|---|-----|

Gramaticalmente y a simple vista, podemos ver que la oración (9) es una oración compuesta en la que se atribuyen tres características distintas a un mismo sujeto. Sin embargo, como son tres características que se predicán de un mismo sujeto, entonces podemos reformular gramaticalmente la oración (9) para obtener tres oraciones simples y conjuntarlas. Dicha reformulación gramatical o paráfrasis consistiría simplemente en

³⁷ Ma. Alicia, Pazos y Sandra Lucía, Ramírez Sánchez, p. 42.

atribuir por separado cada una de las características señaladas en (9) al sujeto para poder así formular tres oraciones distintas. Al distribuir la primera característica al sujeto, nuestra primera oración queda como: “Tu novia está fea”; al distribuir la segunda característica al mismo sujeto, nuestra segunda oración queda como: “Tu novia está chaparra”; por último, procediendo del mismo modo, la tercera característica nos da nuestra tercera oración como: “Tu novia está gorda”. Una vez que hemos obtenido tres oraciones a partir de la oración (9), estamos ya en condiciones de conjuntar más de dos oraciones, dicha conjunción queda como:

Tu novia está fea **y** tu novia está chaparra **y** tu novia está gorda.

La simbolización lógica de esta oración es:

$$p \wedge q \wedge r$$

donde “p”, “q” y “r” representan, respectivamente, cada una de las oraciones simples: “Tu novia está fea”, “Tu novia está chaparra” y “Tu novia está gorda”.³⁸

Ahora bien, dentro del ámbito de la lógica deductiva cuando realizamos la paráfrasis de una oración dada, nuestro objetivo es obtener otra oración equivalente en cierto sentido a la dada inicialmente, pero más manejable desde el punto de vista lógico.³⁹ En consecuencia, es necesario establecer desde este momento el criterio que debe cumplir una paráfrasis para que sea aceptable en el proceso de formalización lógica y que utilizaremos de ahora en adelante a lo largo de este trabajo.

El criterio de paráfrasis adecuado que adoptaremos es una adaptación del que Raúl Orayen presenta en *Lógica, Significado y ontología*.⁴⁰ Lo denominaremos **sinonimia gramatical** y consta básicamente de los requisitos de *sinonimia cognoscitiva*, *sinonimia entre construcciones gramaticales* y *sinonimia entre partículas*.

³⁸ Más adelante veremos que la conjunción lógica es asociativa; por ende, da lo mismo conjuntar primero “p ∧ q” y luego conjuntar el resultado con “r”, o bien poner “p” en conjunción con “q ∧ r”, es decir, tenemos dos simbolización más precisas, y sin la ambigüedad posible de la simbolización anterior, que son: “(p ∧ q) ∧ r” y “p ∧ (q ∧ r)”.

³⁹ Raúl, Orayen, *Lógica, significado y ontología*, p. 190.

⁴⁰ pp. 183-197.

Expliquemos e ilustremos cada uno de estos conceptos. Comencemos con la sinonimia cognoscitiva: en palabras de Raúl Orayen:

Un requisito esencial que debe cumplir p' para ser una paráfrasis admisible de p es el de ser *cognoscitivamente sinónimo* de p . Dos enunciados están relacionados de esta manera cuando tienen las mismas condiciones de verdad; *e.i.*, cuando las reglas del lenguaje determinan que ambos tienen el mismo valor de verdad en toda situación posible.⁴¹

Es decir, este requisito de sinonimia cognoscitiva no equivale ni se refiere a una sinonimia en todos los aspectos, sino únicamente en lo referente a las condiciones de verdad de las oraciones. Dos oraciones pueden diferir en materia de matices expresivos o de otro tipo y tener, sin embargo, las mismas condiciones de verdad; en ese caso es posible que no sean *totalmente* sinónimas; pero sí serán *cognoscitivamente* sinónimas. Por ejemplo, “Juan vino hoy y Pedro no” difiere de “Juan vino hoy pero Pedro no” en que la segunda oración tiene un matiz adversativo del que carece la primera; entonces, es defendible la idea de que no tienen exactamente el mismo significado; pero no es posible concebir ninguna situación en que una de esas oraciones sea verdadera y la otra falsa, debido a ello son cognoscitivamente sinónimas.

La sinonimia entre construcciones gramaticales se basa en la equivalencia global entre dos construcciones gramaticales y nunca en una sinonimia entre predicados distintos o entre diferentes términos generales.⁴² Por ejemplo, en las siguientes oraciones:

(α) Si llueve, entonces hace frío.

(α') Hace frío, si llueve.

se da una sinonimia entre construcciones gramaticales debido a que hay construcciones gramaticales distintas que dan lugar a oraciones sinónimas si se aplican a las mismas expresiones: es decir, (α) y (α') son el resultado de aplicar las construcciones “Si A, entonces B” y “B, si A”, con A= “llueve” y B= “hace frío”.

⁴¹ *Ibíd.*, p. 187.

⁴² *Ibíd.*, 192.

Podemos ilustrar la sinonimia entre partículas la podemos ilustrar simplemente con dos oraciones cuyas partículas sean equivalentes en el lenguaje natural, por ejemplo la partícula “y” y la partícula “pero” en las oraciones:

(β) Juan llegó y Pedro no.

(β´) Juan llegó pero Pedro no.

Luego de esta breve reflexión en torno al tema de la paráfrasis,⁴³ regresemos al asunto de los diversos fines que tenemos cuando conjuntamos oraciones. Por ejemplo, supongamos que tenemos ahora la siguiente oración:

Tu novia está fea **y** gorda **y**, **además**, está chaparra **y** embarazada. (10)

Si seguimos nuestro criterio de paráfrasis aplicado en el ejemplo (9), podemos obtener cuatro oraciones simples de la oración compuesta (10), ya que ahora se predicen cuatro características de un mismo sujeto. Las oraciones son las siguientes: primera: “Tu novia está fea”, segunda: “Tu novia está gorda”, tercera: “Tu novia está chaparra” y cuarta: “Tu novia está embarazada.” Con base en una buena paráfrasis obtuvimos cuatro oraciones de (10); ahora conjuntemos las dos primeras y luego, las dos últimas y tendremos:

Tu novia está fea **y** tu novia está gorda. (A)

Tu novia está chaparra **y** tu novia está embarazada. (B)

⁴³ El requisito de la *sinonimia gramatical* que desarrolla Raúl Orayen permite reconstruir de manera adecuada los criterios generales de aceptabilidad de una paráfrasis; sin embargo, él mismo señala también que su formulación de tales criterios al ser muy general, es vaga y que seguramente hay excepciones a la generalización de que los lógicos se ajustan ella. Señala que su noción es incompleta y que puede reformularse de acuerdo a otros criterios. Por ejemplo, otros criterios más exhaustivos de paráfrasis son los que señala el Dr. Pedro A. Ramos Villegas en su artículo: “Oraciones, Portadores de verdad y ejemplos de sustitución de matrices en *Lógica, significado y ontología*”, gracias a los cuales, distintos tipos de conjunciones no lógicas –ver tabla no. 2 de este trabajo- pueden formularse para que sí puedan llegar a representar una conjunción lógica.

La simbolización de A y de B es, respectivamente, “ $f \wedge g$ ” y “ $c \wedge m$ ”, donde “f” representa la oración: “Tu novia está fea”, “g” la oración: “Tu novia está gorda”, “c” la oración: “Tu novia está chaparra” y “m” la oración: “Tu novia está embarazada”. Como las oraciones A y B son ahora dos oraciones compuestas, porque están unidas por el término de enlace “y”, entonces podemos conjuntar estas dos oraciones compuestas como:

(Tu novia está fea **y** tu novia está gorda) **y**
(tu novia está chaparra **y** tu novia está embarazada)

cuya fórmula lógica es:

$$(f \wedge g) \wedge (c \wedge m)$$

Como vemos, podemos conjuntar diversos tipos de oraciones: tres simples, dos complejas, una simple y una compuesta, dos simples y una compuesta, tres compuestas y una simple, etc. Por tanto, lo importante de la conjunción lógica es que une dos o más oraciones, ya sean simples, complejas o combinadas.⁴⁴

Abundando un poco más en la simbolización de oraciones en conjunción, las oraciones (6), (7) y (8) quedan simbolizadas de la siguiente manera:

Oración	Paráfrasis y diccionario	Conjunción de oraciones	Simbolización
Ana es cantante y futbolista.	c: Ana es cantante. f: Ana es futbolista.	Ana es cantante y Ana es futbolista.	$c \wedge f$
Pablo y Bety viven en la edad de piedra.	p: Pablo vive en la edad de piedra. b: Bety vive en la edad de piedra.	Pablo vive en la edad de piedra y Bety vive en la edad de piedra.	$p \wedge b$
Mañana iré a la escuela y el sábado iré al musical.	m: Mañana iré a la escuela. s: El sábado iré al musical.	Mañana iré a la escuela y el sábado iré al musical.	$m \wedge s$

⁴⁴ Esta misma observación se aplica a las demás conectivas lógicas que presentamos en esta tesis, sin olvidar que a excepción de la negación, que no relaciona oraciones sino que más bien niega oraciones simples o compuestas, las otras conectivas sí enlazan oraciones.

Pero, ¿cuál es el significado lógico de la conjunción?, ¿cuándo es verdadera una oración que expresa una conjunción lógica? El significado lógico de la conjunción queda establecido de la siguiente manera:

Una conjunción de oraciones todas las cuales son verdaderas será verdadera; y una conjunción de oraciones no todas las cuales sean verdaderas será falsa.

El significado lógico de la conjunción se basa en lo siguiente: cuando afirmamos una conjunción, afirmamos cada uno de los conyuntos; de ahí que sólo sea verdadera cuando ambos son verdaderos, esto es, si alguna de las oraciones de la conjunción es falsa, entonces la oración compuesta final será también falsa. ¿Recuerdas que por esto decíamos que la conjunción era una conectiva veritativo-funcional?, porque su valor de verdad depende del valor de verdad de sus componentes. En pocas palabras, la conjunción lógica de oraciones es verdadera si y sólo si todas las oraciones que la componen son verdaderas; pero si al menos una de las oraciones es falsa, entonces la conjunción es falsa.

Las condiciones de verdad de la conjunción lógica que acabamos de señalar en el párrafo anterior se suelen plasmar en la siguiente tabla de verdad, en la cual, si representamos los valores de verdad “verdadero” y “falso” mediante las letras mayúsculas “V” y “F”, la determinación del valor de verdad de una conjunción lógica por los valores de verdad de sus combinaciones quedan representados brevemente a través de la tabla no. 1.

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

(Tabla 1: Tabla de verdad de la conjunción lógica)

Esta tabla de verdad de la conjunción lógica nos señala que dadas dos oraciones “p” y “q”, hay solamente cuatro combinaciones posibles de valores de verdad para ellas, que se pueden exhibir de la siguiente manera:

- Si p es verdadera (V) y q es verdadera (V), entonces “ $p \wedge q$ ” es verdadera (V).
- Si p es verdadera (V) y q es falsa (F), entonces “ $p \wedge q$ ” es falsa (F).
- Si p es falsa (F) y q es verdadera (V), entonces “ $p \wedge q$ ” es falsa (F).
- Si p es falsa (F) y q es falsa (F), entonces “ $p \wedge q$ ” es falsa (F).

La tabla de verdad anterior nos revela que una conjunción lógica tiene un único caso de verdad y tres casos de falsedad, pues resulta verdadera cuando ambos conyuntos son verdaderos y falsa cuando al menos uno de los conyuntos es falso o cuando ambos conyuntos son falsos. Por tanto, la tabla de verdad no. 1 se toma como definición del símbolo “ \wedge ” que expresa una conjunción lógica, puesto que determina qué valores de verdad toman “p” y “q” en cada caso posible. Por ejemplo, sea la oración:

Las gasolineras están abiertas de día **y** de noche

cuyo diccionario y paráfrasis correspondientes son:

- p: Las gasolineras están abiertas de día.
- q: Las gasolineras están abiertas de noche.

la oración compuesta queda expresada como:

Las gasolineras están abiertas de día **y** las gasolineras están abiertas de noche,

cuya fórmula lógica es:

$$p \wedge q$$

Si suponemos que tanto “p” como “q” tienen como valor de verdad: “verdadero” (V), entonces la fórmula: “ $p \wedge q$ ” será verdadera, pues en una conjunción cuando ambos conyuntos son verdaderos, la conjunción es verdadera:

$$\begin{array}{c} p \wedge q \\ \underbrace{V \quad V} \\ V \end{array}$$

pero, si suponemos ahora que “p” o “q” tienen como valor de verdad “falso” (F), entonces la fórmula será falsa, pues en una conjunción lógica cuando al menos un conyunto tiene el valor “F”, la conjunción total resulta falsa:

$$\begin{array}{c} p \wedge q \\ \underbrace{F \quad V} \\ F \end{array} \qquad \begin{array}{c} p \wedge q \\ \underbrace{V \quad F} \\ F \end{array}$$

y lo mismo sucede si tanto “p” como “q” tienen ambos valor de verdad “F”:

$$\begin{array}{c} p \wedge q \\ \underbrace{F \quad F} \\ F \end{array}$$

Veamos otro ejemplo: supongamos que la fórmula: “ $p \wedge (q \wedge r)$ ” es verdadera. Como representa la conjunción entre “p” y entre “q” con “r”, esta fórmula será verdadera si y sólo si tanto “p” como “ $q \wedge r$ ” son ambas verdaderas; pero, para ello, “ $q \wedge r$ ” tiene que ser verdadera a su vez y será verdadera si y sólo si “q” y “r” son ambas verdaderas. Por consiguiente, la fórmula: “ $p \wedge (q \wedge r)$ ” será verdadera si y sólo si “p”, “q” y “r” son todas ellas verdaderas. Por tanto, si las expresiones “ $p \wedge (q \wedge r)$ ” y “ $(p \wedge q) \wedge r$ ” tienen el mismo valor de verdad, entonces son *lógicamente equivalentes*, es decir, si las fórmulas “ $p \wedge (q \wedge r)$ ” y “ $(p \wedge q) \wedge r$ ” tienen como valor de verdad a “V”, dichas fórmulas son lógicamente equivalentes. En consecuencia, tenemos que la conjunción es *asociativa*. Más adelante cuando veamos la conectiva del bicondicional, analizaremos con más detalle el concepto de “equivalencia lógica” y la manera de simbolizarla; por ahora, bástenos con lo dicho.

No obstante lo anterior y pese a todo lo que hemos señalado, no en toda oración en la que figure la partícula “y” nos indica que estamos frente a una conjunción lógica. Fijémonos en las siguientes dos oraciones:

Él me tiró el diente y se lo llevó a vender. (11)

Alberto y Pedro son amigos. (12)

Si hacemos una paráfrasis de la oración (11) tendremos dos oraciones: “Él me tiró el diente” y “él se llevó a vender el diente que me tiró”. Sin embargo, la comprensión correcta de (11) implica que primero él me tiró el diente y, luego, se lo llevó a vender, es decir, la oración (11) no expresa la función veritativo-funcional de la conjunción, sino una *relación de temporalidad* de cómo sucedieron los eventos que se describen.

Por otra parte, en la oración (12) ocurre algo curioso si a cada uno de los sujetos de la oración le atribuimos el predicado. Antes de ello veamos el ejemplo de la oración (7) que decía:

Pablo y Bety viven en la edad de piedra

en esta oración, el término de enlace “y” nos señala una conjunción en la cual tenemos dos sujetos distintos: “Pablo” y “Bety” y una sola característica que se predica de los dos: “viven en la edad de piedra.” Si parafraseamos esta oración y le atribuimos a cada sujeto y por separado la característica que se señala de él en el predicado, entonces tendremos las siguientes dos oraciones: “Pablo vive en la edad de piedra” y “Bety vive en la edad de piedra”; por tanto, la conjunción de la oración (7) queda propiamente expresada como: “Pablo vive en la edad de piedra y Bety vive en la edad de piedra”, razón por la cual su simbolización quedó expresada como “ $p \wedge b$ ”.

Con la oración (12) ocurre algo similar que con la (7): hay dos sujetos “Alberto y Pedro” y una sola característica en el predicado, a saber, “son amigos”. Si parafraseamos (12) de la misma manera que (7), en la que a cada sujeto le atribuimos el predicado por separado, obtendremos las oraciones: “Alberto es amigo” y “Pedro es amigo”; pero ¿acaso no suenan raro estas oraciones?, ¿expresan realmente un pensamiento completo? No, pues ¿Alberto de quién es amigo? y ¿Pedro de quién es

amigo? Sin embargo, sí podemos hacer otro tipo de paráfrasis en la cual logremos expresar un pensamiento completo a partir de atribuirle el predicado a cada uno de los sujetos. Dicha paráfrasis es la siguiente: “Alberto es amigo de Pedro” y “Pedro es amigo de Alberto”. Pero, más allá de esto, lo que realmente nos interesa mostrar al lector es que la partícula “y” de (12) coadyuva a expresar (junto con “amigos”), a comparación de (11) y de (7), una *relación entre dos sujetos*, es decir, expresa la relación de amistad que hay entre Alberto y Pedro y no una conjunción lógica como en (7).

Así, con estos dos ejemplos mostramos que en el lenguaje cotidiano hay muchas ambigüedades que pueden confundir a las personas cuando utilizan la partícula “y” en distintos contextos y con distintos significados. Filósofos como Mario Lozano señalan que sólo el conocimiento del contexto es lo que determina la presencia y el uso de alguna conectiva lógica;⁴⁵ por lo ello, es importante tener muy en cuenta el lugar, el tiempo y la situación en que se hace uso de alguna de las partículas que hemos mencionado para poder saber si se la emplea como conectiva lógica o no.

A continuación presentamos algunas oraciones que no expresan conjunción lógica.

Rufo se casó con Anita y tuvieron un hijo. El vaso con agua se cayó y mojó la mesa.	Son junciones temporales. (expresan sucesiones de eventos: “y después”)
Soy huérfana, ¿y a ti qué te importa? Vivo de ilusiones, ¿y qué?	Son expresiones retóricas.
Rufo y Anita son esposos. Fátima y Natalia son amigas.	Expresan relaciones.
¡Jesús, María y José!	Es una invocación o exclamación. ⁴⁶

(Tabla 2)

⁴⁵ Mario, Lozano, “Una propuesta para la enseñanza de la cuantificación lógica como concepto funcional”, Ponencia al XI Encuentro Internacional de la Lógica, Miahuatlán de Porfirio Díaz, Oaxaca, México, Nov. 2008, p. 7.

⁴⁶ De acuerdo con nuestro criterio de sinonimia gramatical, tal y como se presentan las oraciones de la tabla no. 2 no representan conjunciones lógicas; sin embargo, utilizando otro criterio más amplio e inclusivo de paráfrasis (como el desarrollado por el Dr. Pedro Ramos en el texto antes mencionado), dichas oraciones sí pueden reformularse para exhibir conjunciones lógicas. Si se despeja el matiz de temporalidad y se mete en el contenido de las oraciones y se observa que el contenido relacional no está en la partícula “y”, sino en los predicados, es decir, que “y” se aplica a un predicado relacional, algunas paráfrasis de las oraciones quedan como: “Rufo se casó con Anita en un tiempo t_1 y Rufo y Anita tuvieron un hijo en un tiempo t_2 ”, “Rufo es esposo de Anita y Anita es esposa de Rufo”, “Soy huérfana y no es asunto tuyo el hecho que sea huérfana”.

Pero, entonces, ¿cómo sabemos que estamos frente a una conjunción?, ¿qué oraciones conjuntivas son veritativo-funcionales? Para saber si estamos frente a una conjunción lógica o no, la filósofa y ex-catedrática de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM), Sandra Lucía Ramírez, en el texto *Conectivas y usos del lenguaje: hacia un discurso argumentativo*, nos presenta dos estrategias⁴⁷ para identificar una conjunción:

Primera estrategia: *Si podemos separar la oración compleja [que expresa una conjunción] en oraciones simples sin perder el significado original total de la oración, entonces estamos frente a una conjunción [lógica]. En caso contrario, no estamos frente a una conjunción [lógica]; i.e., si al dividir la oración compuesta en sus oraciones simples, ésta cambia su significado, entonces no estamos frente a una conjunción [lógica].*⁴⁸

Segunda estrategia: *Si podemos invertir el orden de los enunciados simples que conforman el enunciado complejo [de una conjunción] sin que cambie su significado, estamos frente a una conjunción [lógica], si no, no hay una conjunción [lógica] y en consecuencia, es posible que estemos frente a algún significado lingüístico cotidiano que tiene la partícula “y”.*⁴⁹

Analicemos estas dos estrategias a partir de los siguientes ejemplos:

- Rufo **y** Anita van a misa los viernes. (13)
Fátima estudia **y** trabaja. (14)
Escuché un gato maullar **y** me asomé por la ventana. (15)

Pregunta, ¿podemos parafrasear las oraciones (13), (14) y (15) en oraciones simples sin que éstas cambien de significado en relación a la oración compuesta?, ¿podemos invertir el orden de las oraciones que componen (13), (14) y (15) sin que

⁴⁷ Ma. Alicia, Pazos y Sandra Lucía, Ramírez Sánchez, pp. 42-43.

⁴⁸ En esta primera estrategia se dice que la oración compuesta puede cambiar de significado cuando se dividen y se permutan sus oraciones simples (sus oraciones componentes), cosa que no es así, pues la oración compuesta no puede cambiar de significado, ella queda intacta; más bien, se tendría que decir que si hay un cambio de significado de las oraciones simples en relación a la compuesta, no estamos frente a una conjunción lógica.

⁴⁹ Por mi parte, añadido la observación de que estas estrategias deben completarse con un criterio de paráfrasis aceptable y el de sinonimia gramatical de Raúl Orayen es, sin duda, adecuado para tal fin, ya que el texto mencionado no incluye un criterio aceptable y general de paráfrasis.

cambie el significado de las oraciones permutadas en relación a las oraciones compuestas? Veamos.

En una lectura, (13) señala que “Rufo y Anita *van juntos* a misa los viernes”, lectura que obviamente no presenta una conjunción lógica; pero en otra lectura, (13) indica que “Rufo y Anita van a misa los viernes (no necesariamente juntos).”. Si realizamos una paráfrasis adecuada, para descomponer y separar sus oraciones simples, podremos observar si dichas oraciones por separado cambian su significado en relación al significado original de (13). Así pues, como en (13) aparecen dos sujetos, entonces debemos parafrasear (13) de tal forma que a los dos sujetos que aparecen se les atribuya por separado el mismo predicado. Las paráfrasis son las siguientes: “Rufo va a misa los viernes” y “Anita va a misa los viernes”. Como vemos, al descomponer (13) observamos que dicha descomposición no pierde el significado de (13). Luego, si invertimos estas oraciones tendríamos: “Anita va a misa los viernes” y “Rufo va a misa los viernes”, lo cual nos indica que podemos formular la oración (13) como: “Anita va a misa los viernes y Rufo va a misa los viernes”, que no expresa más que el mismo significado de (13): “Anita y Rufo van a misa los viernes”. Por tanto, al invertir las oraciones simples producto de la paráfrasis de (13) encontramos que su significado no cambia en relación al significado original de (13). En consecuencia, la oración (13) sí representa una conjunción lógica.

En la oración (14), ¿ocurrirá lo mismo? Primero descompongamos la oración en sus oraciones simples con base de nuevo en nuestra estrategia tres del criterio de sinonimia cognoscitiva. Como en (14) hay un solo sujeto y dos características que se predicán de él, entonces si atribuimos por separado cada una de estas características al sujeto, tenemos las siguientes dos oraciones: “Fátima estudia” y “Fátima trabaja”. Como el significado de (14) consiste en señalar que tanto Fátima estudia como trabaja, al descomponer dicha oración en sus oraciones simples tenemos que la conjunción de éstas no cambia su significado en relación al significado original de (14). Luego, lo mismo ocurre si invertimos las oraciones, ya que tendremos: “Fátima trabaja” y “Fátima estudia”; o sea, tienen el mismo significado en relación a la oración: “Fátima trabaja y estudia.” Por tanto, la oración (14) también presenta una conjunción lógica.

¿Y la oración (15)? Parafraseemos (15), separemos oraciones e invirtamos luego su orden para ver si su significado cambia con respecto al significado original de (15). Al parafrasear (15) tenemos por separado las oraciones:

Escuché un gato maullar.
 Me asomé por la ventana.

invirtamos las oraciones:

Me asomé por la ventana y escuché un gato maullar. (15')

Claramente observamos que (15'), sí cambia de significado con respecto a (15), pues (15') afirma que primero me asomé por la venta y después escuché un gato maullar, a la inversa de lo que afirma (15). Así, debemos darnos cuenta de que (15) expresa una relación de temporalidad y no una conjunción lógica entre sus partes. Por consiguiente, la segunda estrategia nos señala otra importante propiedad de la conjunción lógica, a saber, su *conmutatividad*.⁵⁰

3.1.2 Palabras, frases y construcciones gramaticales castellanas que cumplen con la función

Así como no en toda oración en la que aparece la partícula “y” se expresa una conjunción lógica, tampoco la conjunción lógica se expresa sólo por ésta partícula en el lenguaje castellano, pues existen otras frases que también cumplen con la función veritativo-funcional de la conjunción.

Y	Fátima estudia y trabaja.
Pero	Fátima estudia, pero trabaja.
Además	Fátima estudia, además trabaja.
y también	Fátima estudia y también trabaja.
Aunque	Aunque Fátima estudia, trabaja.
sin embargo	Fátima estudia, sin embargo , trabaja.
tanto...como	Tanto Fátima como Natalia estudian.
si bien	Si bien Fátima trabaja, ella gasta mucho dinero.
a pesar de que	A pesar de que Fátima estudia, reprobó el examen.

(Tabla 3)

⁵⁰ La conjunción tiene tres propiedades básicas: es asociativa, conmutativa e idempotente ($p \wedge p \equiv p$).

Otra forma de representar la conjunción es por medio de la coma y el punto y coma.

El mar cubre tu soledad; cubre mi tristeza.	La naturaleza es tu amante, es mi amante.
El mar cubre tu soledad y el mar cubre mi tristeza.	La naturaleza es tu amante y la naturaleza es mi amante.

Un caso curioso en el que se ve reflejada una conjunción lógica aunque no aparece ninguna de las palabras o signos de puntuación anteriores, es el siguiente:

Fátima es una maestra hermosa. (16)

Si ponemos atención, esta oración nos lleva a dos interpretaciones: primera, el término “hermosa” califica el término “maestra” y segunda, el término “hermosa” califica a un sujeto llamado “Fátima”. Si tomamos en cuenta la primera interpretación, no podremos descomponer (16), debido a que esta oración no representa una oración binaria, es decir, es una oración simple y no una conjunción. Pero, si tomamos la segunda interpretación, en la cual “hermosa” califica a “Fátima”, entonces sí podemos leer (16) como una conjunción lógica; hagámoslo. Al descomponer (16) a través de una paráfrasis tendremos las oraciones: “Fátima es una maestra” y, “Fátima es hermosa”; o sea, la oración (16) constituye una conjunción, porque hemos podido separar dicha oración sin que se altere su significado original. Y si invertimos estas oraciones, tampoco cambiará su significado: “Fátima es hermosa” y “Fátima es una maestra”, es decir: “Fátima es hermosa y Fátima es una maestra”, que no es más que (16) en su segunda lectura:

Fátima es una maestra hermosa.

Con estos ejemplos, esperamos que el lector se dé cuenta de que hay oraciones que tienen una lectura conjuntiva lógica (y, en general, de alguna de las cinco conectivas lógicas que presentaremos en este trabajo) que, aunque no presenten

explícitamente algunas de las expresiones señaladas en la tabla 3 de la conjunción lógica, pueden analizarse gracias a ella, a partir del contexto en que se utilicen.

3.1.3 Ejemplos

Para terminar con esta primera conectiva, a continuación se presentan 10 oraciones en lenguaje coloquial castellano que enuncian una conjunción lógica, así como su respectiva simbolización con base en una paráfrasis y un diccionario apropiado para cada una de ellas.

Oración	Paráfrasis y diccionario	Conjunción lógica de oraciones	Simbolización
Las gasolineras están abiertas tanto de día como de noche.	p: Las gasolineras están abiertas de día. q: Las gasolineras están abiertas de noche.	Las gasolineras están abiertas de día y las gasolineras están abiertas de noche.	$p \wedge q$
Este medicamento causa fiebre, náuseas y diarrea a mujeres embarazadas.	r: Este medicamento causa fiebre a mujeres embarazadas. s: Este medicamento causa náuseas a mujeres embarazadas. t: Este medicamento causa diarrea a mujeres embarazadas.	Este medicamento causa fiebre a mujeres embarazadas y este medicamento causa náuseas a mujeres embarazadas y este medicamento causa diarrea a mujeres embarazadas.	$r \wedge s \wedge t$
Argentina le ganó a México el partido de futbol, pero perdió frente a Alemania.	p: Argentina le ganó a México el partido de futbol. q: Argentina perdió el partido de futbol frente a Alemania.	Argentina le ganó a México el partido de futbol y Argentina perdió el partido de futbol frente a Alemania.	$p \wedge q$
Además de que Camila canta, actúa.	r: Camila canta. s: Camila actúa.	Camila canta y Camila actúa.	$r \wedge s$
El amor es pasión y también ternura.	t: El amor es pasión. p: El amor es ternura.	El amor es pasión y el amor es ternura.	$t \wedge p$

Aunque está lloviendo, hay sol.	q: Está lloviendo. r: Hay sol.	Está lloviendo y hay sol.	$q \wedge r$
Uruguay perdió el partido, sin embargo llegó a semifinales.	s: Uruguay perdió el partido. t: Uruguay llegó a semifinales.	Uruguay perdió el partido y Uruguay llegó a semifinales.	$s \wedge t$
Llueve y truena.	p: Llueve q: Truena	Llueve y truena	$p \wedge q$
Si bien todos los seres humanos son iguales, sigue habiendo desigualdades.	r: Todos los seres humanos son iguales. s: Sigue habiendo desigualdades entre los seres humanos.	Todos los seres humanos son iguales y sigue habiendo desigualdades entre los seres humanos.	$r \wedge s$
A pesar de que los partidos políticos hacen alianzas, cada uno de ellos sólo busca sus intereses.	t: Los partidos políticos hacen alianzas. p: Cada uno de los partidos políticos sólo busca sus intereses.	Los partidos políticos hacen alianzas y cada uno de los partidos políticos sólo busca sus intereses.	$t \wedge p$

(Tabla 4)

Una vez que tenemos la simbolización de estas oraciones que representan una conjunción lógica, determinemos su valor de verdad final, bajo la suposición de que las variables “p”, “q” y “r” representan oraciones cuyo valor de verdad es verdadero (V) y las variables “s” y “t” representan oraciones cuyo valor de verdad es falso (F):

Simbolización	Valor de verdad final de la conjunción
$p \wedge q$	V
$r \wedge s \wedge t$	F
$p \wedge q$	V
$r \wedge s$	F
$t \wedge p$	F
$q \wedge r$	V
$s \wedge t$	F
$p \wedge q$	V
$r \wedge s$	F
$t \wedge p$	F

Para comprender cómo obtuvimos el valor de verdad final de estas fórmulas, recomendamos al lector que vuelva a leer la explicación que se dio acerca de la tabla de verdad de la conjunción y los ejemplos acerca de cómo obtener el valor de verdad final de una fórmula conjuntiva.

3.2 Negación

3.2.1 Función lógica de la conjunción: semántica y sintaxis

Como habíamos dicho con anterioridad, expresamos usualmente en castellano la conectiva de **la negación** con la palabra “no” para negar una oración y es la única conectiva monádica, es decir, es la única que opera sobre una sola oración para transformarla en una oración compuesta; no es una conectiva que une oraciones, sino que niega toda la oración. Simbolizaremos la negación la por el signo “ \sim ”, tal que:

“ $\sim p$ ” lo leeremos como “no p ”
y, a su vez, “ $\sim p$ ” será una fórmula monádica.

Por ejemplo, la negación de la oración (17) es (18):

El viernes 2 de julio del año 2010 llovió en la delegación Álvaro Obregón (17)

El viernes 2 de julio del año 2010 **no** llovió en la delegación Álvaro Obregón (18)

la partícula “no” niega la oración simple (17) y, al negarla, obtenemos la oración compuesta (18), la cual queda simbolizada como: “ $\sim p$ ”, donde “ p ” es la variable que representa la oración: “El viernes 2 de julio del año 2010 llovió en la delegación Álvaro Obregón”.

Cuando formulamos una oración en español solemos utilizar distintos signos de puntuación, como el *punto*, la *coma* y el *punto y coma*, para señalar cada una de las afirmaciones que hacemos y mostrar la estructura lingüística de nuestras oraciones; sin embargo, los paréntesis son los símbolos de puntuación de la lógica que fueron adaptados por los lógicos para mostrar la estructura lógica de nuestras afirmaciones y, por ende, de nuestros razonamientos; ellos tienen la función de señalar el orden de

jerarquía de las conectivas lógicas que aparecen en una fórmula. Por ejemplo, considérese la oración:

O él está equivocado y yo tengo razón, o quedaré sorprendido.

Poniendo paréntesis se tiene:

O (él está equivocado y yo tengo razón), o (quedaré sorprendido).

Los paréntesis señalan claramente que las partículas “O” y “o” *envuelven* la conjunción: “él está equivocado y yo tengo razón”, que es precisamente una parte de toda la disyunción. Así, la oración anterior se puede simbolizar:

$$(p \wedge q) \vee r$$

Por otra parte, si los paréntesis se colocan de manera distinta, tal que el símbolo “ \wedge ” quede afuera, entonces éste será la conectiva principal de la fórmula y la fórmula completa se transforma en una conjunción:

$$p \wedge (q \vee r)$$

y la expresión lingüística castellana correspondiente a ella sería:

(Él está equivocado), y (o yo tengo razón o quedaré sorprendido).

es decir,

Él está equivocado y o yo tengo razón o quedaré sorprendido.

Por tanto, distintas agrupaciones dadas por los paréntesis dan lugar a distintos significados lingüísticos y lógicos. Ahora bien, la negación de la oración compuesta (19):

El lunes llovió y el martes también (19)

puede ser:

No es cierto que (el lunes llovió y el martes también). (20)

Como vemos, (19) y (20) son ambas oraciones compuestas; por tanto, cuando agregamos la palabra “no” a una oración compuesta, volvemos a obtener una oración compuesta⁵¹ y esto es lo importante cuando señalábamos que la negación es la única conectiva monádica.

Pero, ¿cómo podremos simbolizar (20)? Primero debemos simbolizar la oración interna que se niega, es decir, (19): “El lunes llovió y el martes también”, para ello, debemos hacer previamente una paráfrasis tal que formemos oraciones que expresen pensamientos completos. Como (19) expresa una conjunción, entonces a través de una paráfrasis apropiada debemos obtener dos oraciones, las cuales son:

El lunes llovió.
El martes llovió.

Después, usemos las variables “l” y “m” para que representen, respectivamente, cada una de las oraciones anteriores, es decir, sea “l” la oración: “El lunes llovió” y “m”, la oración: “El martes llovió”. Una vez obtenido nuestro diccionario, simbolizamos (19) como:

$l \wedge m$

Como deseamos negar esta fórmula, es conveniente introducir unos paréntesis que la encierren pues, de lo contrario, al introducir el signo de la negación, éste sólo negaría el primer conyunto, “l” y no a toda la conjunción, que es lo que realmente deseamos negar; si introducimos paréntesis, la fórmula anterior queda como:

$(l \wedge m)$

⁵¹ Patrick, Suppes y Shirley, Hill, p. 17.

Ahora introducimos el símbolo de la negación “~” afuera del paréntesis, lo cual nos señala que se niega toda la fórmula; por tanto, la oración (20) queda simbolizada finalmente como:

$$\sim (l \wedge m)$$

En castellano, la palabra “no” suele situarse dentro de la oración. Sin embargo, en la sintaxis lógica suele estipularse el colocar el signo “~” de la negación antes de la oración que se considera como el todo a ser negado; razón por la cual todas las oraciones declarativas negadas pueden reducirse a la expresión lógica: “~p”

Otro ejemplo importante es la oración:

Abigail **no** escribió este ensayo (21)

cuya simbolización es:

$$\sim p$$

tal que “p” representa la oración: “Abigail escribió este ensayo”. Luego, la negación lingüística de la oración (21) es:

No es cierto que (Abigail **no** escribió este ensayo). (21´)

Como la expresión “no es cierto que” tiene el mismo sentido de negación que la partícula “no”, entonces (21´) se puede simbolizar -procediendo como en el ejemplo anterior-, como:

$$\sim(\sim p)$$

que equivale simplemente a:

$$p$$

es decir, tenemos de nuevo la oración:

Abigail escribió este ensayo.

En consecuencia, cuando negamos una oración que está negada, estamos afirmando simplemente la oración simple; por lo tanto, la doble negación de “p” es equivalente a “p”:

$$\sim \sim p \equiv p$$

Por otra parte, muchas personas piensan que la negación de una oración es otra oración que expresa lo contrario de aquélla. Analicemos las siguientes oraciones:

- Vivimos en una dictadura. (22)
- La reina es rica. (23)
- Juan es bajo. (24)
- Francisco es gordo. (25)
- Elena es vieja. (26)

Oraciones que expresan algo contrario de estas oraciones podrían ser:

- Vivimos en una democracia.
- La reina es pobre.
- Juan es alto.
- Francisco es flaco.
- Elena es joven.

Sin embargo, otros contrarios de (22), (23), (24), (25) y (26) podrían ser:

- Vivimos en una oligarquía.
- La reina tiene una riqueza modesta.
- Juan es de estatura media.
- Francisco es esbelto.
- Elena es una niña.

Con estos ejemplos y con lo dicho sobre la negación, debemos darnos cuenta de que la negación de una oración no es otra oración que expresa lo contrario. Realmente, las negaciones de las oraciones (22), (23), (24), (25) y (26) son:

Es falso que (vivimos en una dictadura.)
No es cierto que (la reina es rica.)
Juan **no** es bajo.
Francisco **no** es gordo.
Elena **no** es vieja.

Otras oraciones en las que se puede caer en el error de creer que la negación de una oración es su contrario son las siguientes:

Oración	
Camino sin miedo.	Camino con valor.
El caballo de Luis es un caballo indomable.	El caballo de Luis es un caballo manso.
Agustín es un hombre impuro.	Agustín es un hombre santo.

No obstante lo anterior, en otros casos sí es posible que la negación de una oración sea efectivamente su oración contraria; por ejemplo, supongamos que nuestra mamá nos manda a ver si el foco de la casa de la vecina está apagado o no. Nosotros nos asomamos y advertimos que el foco está apagado. Analizando este ejemplo, tenemos por una parte, que la negación de la oración:

El foco de la casa de la vecina está apagado
es:

El foco de la casa de la vecina no está apagado.

Pero como nuestra mamá nos mandó a ver si el foco estaba prendido o no, cuando le decimos que “el foco de la casa de la vecina no está apagado”, lo que realmente le estamos diciendo es que:

El foco de la casa de la vecina está prendido.

Por otra parte, la oración contraria de la oración “el foco de la casa de la vecina está apagado” es también la oración:

El foco de la casa de la vecina está prendido.

Por lo tanto, observamos que hay casos en los que es posible que la negación de una oración sea efectivamente su oración contraria o antónima.

En resumen, la negación de una oración no es otra oración que expresa lo contrario de ésta. En consecuencia, ¿cuál es el significado veritativo-funcional de la negación? Expresamos el significado de la negación lógica de la siguiente manera:

La negación de una oración debe resultar falsa en todas y cada una de las circunstancias en las cuales la oración no negada sea verdadera y la negación de una oración debe resultar verdadera en todas y cada una de las circunstancias en las cuales la oración no negada sea falsa.⁵²

En pocas palabras, estamos frente a una oración y su negación cuando, y sólo cuando, únicamente una de las dos oraciones es falsa y la otra es verdadera.⁵³

Por ejemplo, supongamos que el valor de verdad de la oración: “México ganó el Mundial de Sudáfrica” es verdadero; en consecuencia, si negamos dicha oración queda como: “México no ganó el Mundial de Sudáfrica” cuyo valor de verdad, entonces, es falso. Pero, supongamos que el valor de verdad de la oración: “México ganó el Mundial de Sudáfrica” es falso, entonces su negación es verdadera, es decir, la oración: “México no ganó el Mundial de Sudáfrica” es verdadera.

El ejemplo se puede representar muy simple y claramente mediante la siguiente tabla de verdad:

p	~p
V	F
F	V

(Tabla 5: Tabla de verdad de la negación lógica.)

⁵² Willard Van Orman, Quine, p. 36.

⁵³ Ma. Alicia, Pazos y Sandra Lucía, Ramírez Sánchez, p. 49.

Esta tabla de verdad no. 5 se puede reconocer como la definición del símbolo de negación: “~”, pues representa el significado lógico de ésta: “la negación de cualquier oración verdadera es falsa y la negación de cualquier oración falsa es verdadera.”

Admitamos, por ejemplo, que en la fórmula que obtuvimos de la oración (20): “~(l ∧ m)”, “l” es verdadera (V) y “m” falsa (F), entonces, ¿cuál es valor final de “~(l ∧ m)”? Para obtener el valor final de dicha fórmula, necesitamos, como primer paso, obtener el valor de verdad interno de la conjunción: “(l ∧ m)”; para ello, asignemos a “l” y a “m” los respectivos valores de verdad que señalamos líneas arriba, es decir:

$$\begin{array}{c} (l \wedge m) \\ V \quad F \end{array}$$

como “l” y “m” están en conjunción y “m” es falso, entonces el valor final de la conjunción es F:

$$\begin{array}{c} (l \wedge m) \\ V \quad F \\ \underbrace{\hspace{2em}} \\ F \end{array}$$

pues cuando uno de los conyuntos es falso en una conjunción, la conjunción es falsa. Luego, como la fórmula: “(l ∧ m)” nos dio F, entonces la negación de esta fórmula falsa, nos da verdad, es decir (V):

$$\begin{array}{c} \sim (l \wedge m) \\ (F) \\ \underbrace{\hspace{2em}} \\ V \end{array}$$

Por tanto, el valor de verdad final de la fórmula: “~(l ∧ m)” es V.

3.2.2 Palabras, frases y construcciones gramaticales castellanas que cumplen con la función

Así como vimos que existen otras palabras además de la partícula “y” que cumplen con la función de la conjunción lógica, así también existen otras palabras que cumplen con la función de la negación lógica amén de la palabra usual “no”. Algunas de ellas son las siguientes:

Palabra o frase	Construcción gramatical castellana
no	Moisés no era musulmán.
no ocurre que	No ocurre que Herodes esté vivo.
no es el caso que	No es el caso que el diablo llevó a Jesús al desierto para tentarlo.
cualquier cosa menos	Dios es cualquier cosa menos odio.
es falso que	Es falso que los filisteos pelearon contra Israel.
no es cierto que	No es cierto que Jehová le dio los diez mandamientos a Noé.
no es verdad que	No es verdad que Noé construyó el becerro de oro para adorarlo.
no se afirma con verdad que	No se afirma con verdad que los hombres debemos matar.
delira quien sostiene que	Delira quien sostiene que Jesús pecó.

(Tabla 6)

Presentamos a continuación una serie de ejemplos relativos a la negación lógica de algunos pasajes bíblicos,⁵⁴ junto con su respectiva paráfrasis, diccionario y simbolización lógica de su negación.

3.2.3 Ejemplos

Oración	Paráfrasis y diccionario	Negación lógica de la oración	Simbolización
No es verdad que (Los ojos de Jehová están sobre los justos y atentos sus oídos al clamor de ellos.) Salmo 34:15	p: Los ojos de Jehová están sobre los justos. q: Los oídos de Jehová están atentos al clamor de los justos.	No es verdad que (Los ojos de Jehová están sobre los justos y los oídos de Jehová están atentos al clamor de los justos.)	$\sim(p \wedge q)$
Es falso que (El rey no es salvo con la multitud del ejército.) Salmo 33:16	r: El rey es salvo con la multitud del ejército.	Es falso que (El rey <i>no</i> es salvo con la multitud del ejército.)	$\sim(\sim r)$
No es cierto que (La verdad brotará de la tierra; y la justicia mirará desde los cielos) Salmo 85:11	s: La verdad brotará de la tierra. t: La justicia mirará desde los cielos.	No es cierto que (La verdad brotará de la tierra y la justicia mirará desde los cielos.)	$\sim(s \wedge t)$
Es falso que (El hombre necio no sabe, y el insensato no entiende.) Salmo 92:6	p: El hombre necio sabe. q: El insensato entiende.	Es falso que (El hombre necio <i>no</i> sabe y el insensato <i>no</i> entiende.)	$\sim(\sim p \wedge \sim q)$
(Jehová es) cualquier cosa menos (justo.) Salmo 129:4	r: Jehová es justo.	Jehová no es justo.	$\sim r$
No es el caso que (Nuestra alma esperó a Jehová; nuestra ayuda y nuestro escudo es él.) Salmo 33:20	p: Nuestra alma esperó a Jehová. q: Nuestra ayuda es Jehová. r: Nuestro escudo es Jehová.	No es el caso que (Nuestra alma esperó a Jehová) y [(nuestro escudo es Jehová y nuestra ayuda es Jehová.)]	$\sim[p \wedge (q \wedge r)]$

⁵⁴ Presentamos la simbolización lógica de algunos pasajes bíblicos para que el lector se dé cuenta de la gran presencia que tienen las conectivas lógicas en distintos ámbitos, como el religioso, para que sea capaz de identificarlas en éstos y no sólo en el discurso profano.

No es cierto que (La tierra estaba desordenada y vacía.) Génesis 1:2	s: La tierra estaba desordenada. t: La tierra estaba vacía.	No es cierto que (La tierra estaba desordenada y la tierra estaba vacía.)	$\sim(s \wedge t)$
No ocurre que (Los ídolos de las gentes son hechos plata y oro.) Salmo 135:15	p: Los ídolos de las gentes están hechos de plata. q: Los ídolos de las gentes están hechos de oro.	No ocurre que (Los ídolos de las gentes están hechos de plata y los ídolos de las gentes están hechos de oro.)	$\sim(p \wedge q)$
No se afirma con verdad que (Descendió Jehová sobre el monte de Sinaí.) Éxodo 19:20	r: Jehová descendió sobre el monte de Sinaí	Jehová no descendió sobre el monte de Sinaí.	$\sim r$
No es cierto que (No entraré en la morada de mi casa, ni subiré sobre el lecho de mi estrado.) Salmo 132:3	s: Entraré en la morada de mi casa. t: Subiré sobre el lecho de mi estrado.	No es cierto que (No entraré en la morada de mi casa y <i>no</i> subiré sobre el lecho de mi estrado.)	$\sim(\sim s \wedge \sim t)$

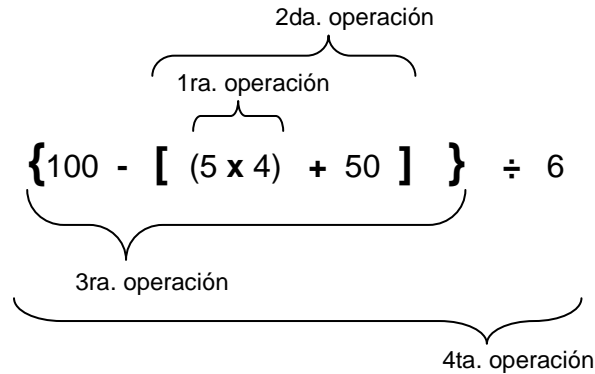
(Tabla 7)

Como las fórmulas de la tabla 7 son complejas, y las que obtendremos en adelante serán todavía más complejas, es necesario hacer un paréntesis en el que se expliqué el método para obtener el valor de verdad final de cada una de las fórmulas lógicas que se enunciarán a lo largo de este trabajo; para ello, recordemos un poco de nuestros cursos básicos de Álgebra.

Cuando se nos pedía resolver la siguiente operación:

$$\{100 - [(5 \times 4) + 50]\} \div 6$$

lo que usualmente hacíamos para resolver esta operación algebraica era, multiplicar primero (5x4); luego, el resultado de la multiplicación lo sumábamos con 50; después, este nuevo resultado se lo restábamos a 100 y, por último, lo obtenido de esta resta lo dividíamos entre 6. Los pasos que hemos descrito se ilustran fácilmente en el siguiente esquema:


$$\{100 - [(5 \times 4) + 50]\} \div 6$$

Resolvamos esta suma algebraica, siguiendo el orden de las operaciones que debemos realizar tal y como nos lo indica el esquema anterior. La primera operación a realizar es la multiplicación: (5×4) , que es igual a 20; así, nuestra suma se expresa ahora como:

$$\{100 - [20 + 50]\} \div 6.$$

La segunda operación a realizar es: $[20 + 50]$, que es igual a 70; cuyo resultado nos da la siguiente expresión de nuestra suma:

$$\{100 - 70\} \div 6.$$

La tercera operación es una resta, debemos restar $\{100 - 70\}$, que es igual a 30;

$$\{30\} \div 6 = 5.$$

Por último, la cuarta operación que debemos realizar es la de dividir 30 entre 6, que nos da 5. Por tanto:

$$\{100 - [(5 \times 4) + 50]\} \div 6 = 5.$$

Ahora bien, siguiendo el procedimiento matemático recién ilustrado, pero tomando en cuenta que nuestras operaciones a realizar son mediante las conectivas lógicas: (conjunción, negación, disyunción, condicional y bicondicional), podemos obtener el valor de verdad final de una fórmula lógica sin importarnos qué tan compleja nos pueda

parecer. Un método lógico para obtener el valor de verdad final de las fórmulas lógicas de la tabla 7 y, en general, de cualquier fórmula lógica, que es análogo al matemático, es el siguiente:

Paso 1: Supongamos que los componentes de las fórmulas de la tabla 7, “p” y “q” tienen como valor de verdad, verdadero (V) y que el valor de verdad de “r”, “s” y “t” es falso (F); entonces, lo primero que hay que hacer, es asignar los valores de verdad a las variables de cada una de las fórmulas internas, es decir:

		Paso 1: Asignación de valores de verdad a c/u de las variables.
Fórmula no. 1	$\sim(p \wedge q)$	$\sim (p \wedge q)$ V V
Fórmula no. 2	$\sim(\sim r)$	$\sim(\sim r)$ F
Fórmula no. 3	$\sim(s \wedge t)$	$\sim(s \wedge t)$ F F
Fórmula no. 4	$\sim(\sim p \wedge \sim q)$	$\sim(\sim p \wedge \sim q)$ V V
Fórmula no. 5	$\sim r$	$\sim r$ F
Fórmula no. 6	$\sim[p \wedge (q \wedge r)]$	$\sim [p \wedge (q \wedge r)]$ V (V F)
Fórmula no. 7	$\sim(s \wedge t)$	$\sim(s \wedge t)$ F F
Fórmula no. 8	$\sim(s \wedge t)$	$\sim(p \wedge q)$ V V
Fórmula no. 9	$\sim r$	$\sim r$ F
Fórmula no. 10	$\sim(\sim s \wedge \sim t)$	$\sim(\sim s \wedge \sim t)$ F F

Paso 2: Obtenemos el valor de verdad de cada fórmula interna de acuerdo con la tabla de verdad de la conectiva lógica inmediata que relaciona las variables; esto nos lo indica la jerarquía de los paréntesis en cada fórmula:

		Paso 1: Asignación de valores de verdad a c/u de las variables.	Paso 2: Obtención del valor de verdad según la jerarquía de los paréntesis.
Fórmula no. 1	$\sim(p \wedge q)$	$\sim \begin{matrix} p & \wedge & q \\ \underline{V} & & \underline{V} \end{matrix}$	$\sim \begin{matrix} (p & \wedge & q) \\ \underline{V} & & \underline{V} \\ & & \underline{V} \end{matrix}$ (V)
Fórmula no. 2	$\sim(\sim r)$	$\sim \begin{matrix} (\sim r) \\ \underline{F} \end{matrix}$	$\sim \begin{matrix} (\sim r) \\ \underline{E} \end{matrix}$ (V)
Fórmula no. 3	$\sim(s \wedge t)$	$\sim \begin{matrix} (s & \wedge & t) \\ \underline{F} & & \underline{F} \end{matrix}$	$\sim \begin{matrix} (s & \wedge & t) \\ \underline{F} & & \underline{F} \\ & & \underline{F} \end{matrix}$ (F)
Fórmula no. 4	$\sim(\sim p \wedge \sim q)$	$\sim \begin{matrix} (\sim p & \wedge & \sim q) \\ \underline{V} & & \underline{V} \end{matrix}$	$\sim \begin{matrix} (\sim p & \wedge & \sim q) \\ \underline{V} & & \underline{V} \\ \underline{F} & & \underline{F} \end{matrix}$ (F)
Fórmula no. 5	$\sim r$	$\sim \begin{matrix} r \\ \underline{F} \end{matrix}$	$\sim \begin{matrix} r \\ \underline{F} \\ \underline{V} \end{matrix}$
Fórmula no. 6	$\sim[p \wedge (q \wedge r)]$	$\sim \begin{matrix} [p & \wedge & (q & \wedge & r)] \\ \underline{V} & & (\underline{V} & & \underline{F}) \end{matrix}$	$\sim \begin{matrix} [p & \wedge & (q & \wedge & r)] \\ \underline{V} & & (\underline{V} & & \underline{F}) \\ & & \underline{F} \end{matrix}$ (F)

Fórmula no. 7	$\sim(s \wedge t)$	$\sim \begin{matrix} (s \wedge t) \\ F \quad F \end{matrix}$	$\sim \begin{matrix} (s \wedge t) \\ \underbrace{F \quad F} \\ (F) \end{matrix}$
Fórmula no. 8	$\sim(s \wedge t)$	$\sim \begin{matrix} (p \wedge q) \\ V \quad V \end{matrix}$	$\sim \begin{matrix} (p \wedge q) \\ \underbrace{V \quad V} \\ (V) \end{matrix}$
Fórmula no. 9	$\sim r$	$\sim \begin{matrix} r \\ F \end{matrix}$	$\underbrace{\sim r}_V \begin{matrix} F \end{matrix}$
Fórmula no. 10	$\sim(\sim s \wedge \sim t)$	$\sim \begin{matrix} (\sim s \wedge \sim t) \\ F \quad F \end{matrix}$	$\sim \begin{matrix} (\underbrace{\sim s}_F \wedge \underbrace{\sim t}_F) \\ V \quad V \end{matrix}$

Paso 3: Continuamos resolviendo de la misma manera hasta obtener el valor de verdad final de la conectiva principal de cada una de las fórmulas (en las fórmulas que corresponden a la tabla 7 la conectiva principal de todas ellas es la negación).

Tabla no. 8: Método de cómo obtener el valor de verdad final de las fórmulas negadas de la tabla no. 7				
		Paso 1: Asignación de valores de verdad a c/u de las variables.	Paso 2: Obtención del valor de verdad según la jerarquía de los paréntesis.	Paso 3: Obtención del valor de verdad final de la fórmula.
Fórmula no. 1	$\sim(p \wedge q)$	$\sim \begin{matrix} (p \wedge q) \\ V \quad V \end{matrix}$	$\sim \begin{matrix} (p \wedge q) \\ \underbrace{V \quad V} \\ (V) \end{matrix}$	$\underbrace{\sim \begin{matrix} (p \wedge q) \\ \underbrace{V \quad V} \\ (V) \end{matrix}}_F$

Fórmula no. 2	$\sim(\sim r)$	$\sim(\sim r)$ F	$\sim(\sim r)$ E (V)	$\sim(\sim r)$ F (V) F
Fórmula no. 3	$\sim(s \wedge t)$	$\sim(s \wedge t)$ F F	$\sim(s \wedge t)$ F F (F)	$\sim(s \wedge t)$ F F (F) V
Fórmula no. 4	$\sim(\sim p \wedge \sim q)$	$\sim(\sim p \wedge \sim q)$ V V	$\sim(\sim p \wedge \sim q)$ V V (F F)	$\sim(\sim p \wedge \sim q)$ V V (F F) (F) V
Fórmula no. 5	$\sim r$	$\sim r$ F	$\sim r$ F V	
Fórmula no. 6	$\sim[p \wedge (q \wedge r)]$	$\sim[p \wedge (q \wedge r)]$ V (V F)	$\sim[p \wedge (q \wedge r)]$ V (V F) (F)	$\sim[p \wedge (q \wedge r)]$ V (V F) (F) [F] V
Fórmula no. 7	$\sim(s \wedge t)$	$\sim(s \wedge t)$ F F	$\sim(s \wedge t)$ F F (F)	$\sim(s \wedge t)$ F F (F) V

Fórmula no. 8	$\sim(s \wedge t)$	$\sim \begin{matrix} p & \wedge & q \\ \underline{V} & & \underline{V} \end{matrix}$	$\sim \begin{matrix} p & \wedge & q \\ \underline{V} & & \underline{V} \\ (V) \end{matrix}$	$\sim \begin{matrix} p & \wedge & q \\ \underline{V} & & \underline{V} \\ (V) \end{matrix}$ F
Fórmula no. 9	$\sim r$	$\sim r$ F	$\sim r$ F V	
Fórmula no. 10	$\sim(\sim s \wedge \sim t)$	$\sim \begin{matrix} \sim s & \wedge & \sim t \\ \underline{F} & & \underline{F} \end{matrix}$	$\sim \begin{matrix} \sim s & \wedge & \sim t \\ \underline{F} & & \underline{F} \\ \underline{V} & & \underline{V} \end{matrix}$	$\sim \begin{matrix} \sim s & \wedge & \sim t \\ \underline{F} & & \underline{F} \\ \underline{V} & & \underline{V} \\ (V) \end{matrix}$ F

Por tanto, el valor de verdad final de las fórmulas negadas de la tabla 7 es:

Simbolización	Valor de verdad final de la fórmula negada
$\sim(p \wedge q)$	F
$\sim(\sim r)$	F
$\sim(s \wedge t)$	V
$\sim(\sim p \wedge \sim q)$	V
$\sim r$	V
$\sim[p \wedge (q \wedge r)]$	V
$\sim(s \wedge t)$	V
$\sim(p \wedge q)$	F
$\sim r$	V
$\sim(\sim s \wedge \sim t)$	F

Algunos casos interesantes que presenta Copi de cómo negar y simbolizar una conjunción son los siguientes:

Jane y Dick no serán ambos elegidos. (27)
Jane y Dick ambos no serán elegidos. (28)⁵⁵

En estos ejemplos, el orden de aparición de las palabras “ambos” y “no” en las oraciones es de vital importancia en el momento de la simbolización. En la oración (27), la expresión “ambos” tiene sólo el énfasis de resaltar que “No serán elegidos ambos”, es decir, “No serán elegidos Jane y Dick”. Así pues, para poder simbolizar (27) es necesario parafrasear esta oración como:

No es cierto que Jane y Dick serán elegidos

tal que la frase “no es cierto que” niegue la conjunción de la oración: “Jane y Dick serán elegidos”. Distribuyendo el predicado en cada uno de los sujetos de la oración, (27) queda finalmente expresada como:

No es cierto que Jane será elegida y Dick será elegido.

Luego, si utilizamos las variables “j” y “d” para representar, respectivamente, las oraciones: “Jane será elegida” y “Dick será elegido”, (27) queda simbolizada como:

$$\sim (j \wedge d)$$

En la oración (28), “Jane y Dick ambos no serán elegidos”, la expresión “ambos” tiene otro sentido que el señalado en (27). En (28), esta expresión tiene la función de indicar que “ninguno de los dos será elegido”, es decir, esta expresión tiene el mismo significado lingüístico que la frase “*ni* Jane será elegida *ni* Dick será elegido”, que más claramente se entiende como “*ni* Jane será elegida y *ni* Dick será elegido”. Por tanto, la oración (28) se simboliza como:

⁵⁵ Irving, M., Copi, *Introducción a la Lógica*, p. 330.

$$(\sim j \wedge \sim d)$$

y se lee como:

Jane *no* será elegida y Dick *no* será elegido.

Y en español, esta oración es lingüísticamente equivalente a las siguientes:

Ni Jane será elegida *ni* Dick será elegido.
Ninguno de los dos (Jane y Dick) será elegido.
Jane y Dick *ambos no* serán elegidos.

3.3 Disyunción

3.3.1 Función lógica de la disyunción: semántica y sintaxis

Una tercera conectiva veritativo-funcional es la **disyunción**, que en lenguaje castellano se expresa por medio de la partícula “o”:

Antonio se compró un pantalón o una camisa.

La “o” es otro término de enlace que une dos oraciones: “Antonio se compró un pantalón” y “Antonio se compró una camisa” para formar una oración compuesta: “Antonio se compró un pantalón o una camisa”. Sin embargo, esta partícula suele tener dos sentidos distintos, un sentido *exclusivo* y un sentido *inclusivo*.

En el sentido *exclusivo*, la disyunción de dos oraciones es verdadera únicamente cuando una de las oraciones es verdadera y la otra es falsa: si ambas oraciones son falsas o verdaderas, la disyunción resultará falsa, en otras palabras, esta disyunción *excluye* la posibilidad de que ambos disyuntos sean verdaderos si la disyunción es verdadera.⁵⁶ Luego, una disyunción es excluyente si, dado el contexto en que ésta aparece, se supone que sólo puede darse uno de los dos casos, pero no ambos.

Llueve o no llueve.
Antonio es culpable o inocente.

⁵⁶ Ma. Alicia, Pazos y Sandra Lucía, Ramírez Sánchez, pp. 45 y 46.

Indicadores que nos señalan que “o” tiene el significado de una disyunción exclusiva son las expresiones: “pero no ambas cosas” y “pero no las dos”.⁵⁷

Esta noche iremos a ver una película o iremos a la playa, **pero no ambas cosas**.
Esta noche iremos al cine o iremos a la playa, **pero no a los dos** lugares.

En el sentido *inclusivo*, la disyunción de dos oraciones es verdadera si al menos una de las dos oraciones es verdadera; así que si se da el caso de que ambas oraciones sean verdaderas, entonces la disyunción será verdadera; pero si las oraciones son ambas falsas, entonces la disyunción será también falsa, es decir, esta disyunción *incluye* la posibilidad de que ambas oraciones sean verdaderas. Indicadores que nos señalan que se trata de la disyunción *inclusiva* son las palabras: “o ambas cosas a la vez” e “y/o”.

Paulina Rubio está de vacaciones o Talía está de gira **o ambas cosas a la vez**.

Así como hicimos algunas observaciones para la conjunción, así también haremos algunas para la disyunción. Una de ellas es que debemos analizar el contexto para decir de qué disyunción se trata; otra, que a veces ocurre que la partícula “o” no significa ni una disyunción exclusiva, ni una disyunción inclusiva veritativo-funcional. Algunos ejemplos de expresiones que no indican una disyunción lógica son los siguientes:

Alternativas entre preguntas	¿Té o café?
Alternativas entre mandatos	¡La bolsa o la vida!

NOTA 1: Ni las órdenes, ni las preguntas pueden ser evaluadas como verdaderas o como falsas.

⁵⁷ L. T. F., Gamut, p. 34.

En la lógica deductiva se suele utilizar sólo la disyunción inclusiva y el símbolo que usaremos para esta disyunción será " \vee ".⁵⁸ Por ejemplo, en la oración:

El ser humano es cuerpo o es espíritu. (29)

La disyunción (29) queda simbolizada como: " $p \vee q$ " y se lee: " p o q ". La oración: "El ser humano es cuerpo" está representada por " p " y la oración: "El ser humano es espíritu" por " q ". En este ejemplo -y a lo largo de todo este trabajo- entendemos la disyunción como *inclusiva*; por consiguiente, (29) será verdadera incluso si el ser humano es tanto espíritu como cuerpo.⁵⁹ Cada una de las oraciones que componen una disyunción se llama "disyunto"; de manera que " p " es el primer disyunto y " q " el segundo disyunto. Con esta explicación, formulamos de la siguiente manera la disyunción inclusiva o, simplemente, disyunción como una conectiva veritativo-funcional:

Una disyunción es verdadera si y sólo si uno de sus componentes, o ambos, sean verdaderos y es falsa en otro caso.

Por ende, para determinar el valor de verdad total de una disyunción, lo único que importa, al igual que en una conjunción, es el inventario de los valores veritativos de los distintos componentes, es decir, si al menos uno de los componentes es verdadero, entonces la disyunción será verdadera; pero si todos los disyuntos son falsos, entonces, la disyunción será falsa. De este modo, dadas dos oraciones p y q , hay solamente cuatro conjuntos posibles de valores de verdad para ellos que se pueden representar como sigue:

Si p es verdadera (V) y q es verdadera (V), entonces " $p \vee q$ " será verdadera (V).

Si p es verdadera (V) y q es falsa (F), entonces " $p \vee q$ " será verdadera (V).

Si p es falsa (F) y q es verdadera (V), entonces " $p \vee q$ " será verdadera (V).

Si p es falsa (F) y q es falsa (F), entonces " $p \vee q$ " será falsa (F).

⁵⁸ El latín tiene palabras distintas para los dos sentidos del "o": *vel* para el sentido inclusivo y *aut* para el sentido exclusivo. En la lógica deductiva es corriente escribir " \vee ", reminiscencia de "vel", para significar "o" en el sentido no-exclusivo.

⁵⁹ Raymundo, Morado, p. 8.

Si representamos los valores de verdad “verdadero” y “falso” mediante las letras mayúsculas “V” y “F”, la determinación del valor de verdad de una disyunción por los valores de verdad de su conjunto se puede representar con más claridad por medio de la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

(Tabla 8: Tabla de verdad de la disyunción)

La tabla de verdad no. 9 se puede tomar como definición del símbolo “ \vee ”, porque explica qué valores de verdad toman “p” y “q” en cada caso posible. Además, notemos que a comparación de la conjunción lógica que tiene un único caso de verdad y tres casos de falsedad, en la disyunción ocurre lo contrario, pues ésta tiene tres casos posibles de verdad y un sólo caso de falsedad.

Por ejemplo, simbolicemos y obtengamos el valor de verdad de la siguiente oración que representa una disyunción:

O bien me casaré este año **o** terminaré la tesis.

Si descomponemos esta oración en sus oraciones componentes, tal que “s” represente la oración: “me casaré este año” y “t” la oración: “terminaré la tesis este año”, entonces nuestra oración original queda como:

Me casaré este año **o** terminaré la tesis

la cual simbolizamos de la siguiente manera:

$$s \vee t$$

Luego, suponiendo que tanto “s” como “t” son verdaderas, la fórmula anterior será verdadera:

$$\begin{array}{c} s \vee t \\ \underbrace{V \quad V} \\ \mathbf{V} \end{array}$$

Pero si alguna de las dos es falsa, entonces igualmente nuestra fórmula será verdadera:

$$\begin{array}{c} s \vee t \\ \underbrace{V \quad F} \\ \mathbf{V} \end{array} \qquad \begin{array}{c} s \vee t \\ \underbrace{F \quad V} \\ \mathbf{V} \end{array}$$

Y si ambas oraciones son falsas, entonces la fórmula que representa una disyunción será falsa:

$$\begin{array}{c} s \vee t \\ \underbrace{F \quad F} \\ \mathbf{F} \end{array}$$

Al igual que la conjunción, la disyunción también tiene la propiedad de ser conmutativa, asociativa e idempotente. Podemos reescribir “ $p \vee q$ ” por “ $q \vee p$ ”, pues las fórmulas “ $p \vee q$ ” y “ $q \vee p$ ” tienen el mismo valor de verdad, son lógicamente equivalentes, dada la misma asignación de valores de verdad a sus fórmulas componentes “p” y “q” y por tanto, la disyunción es conmutativa. Igualmente, las fórmulas “ $p \vee (q \vee r)$ ” y “ $(p \vee q) \vee r$ ” coinciden en su valor de verdad, son lógicamente equivalentes, dada la misma asignación de valores de verdad a sus fórmulas componentes: “p”, “q” y “r”, es decir, la disyunción es asociativa. Por último, la disyunción inclusiva es idempotente, pues podemos reducir “ $p \vee p$ ” a “p”:

3.3.2 Palabras, frases y construcciones gramaticales castellanas que cumplen con la función

En castellano expresamos la disyunción lógica o inclusiva normalmente con la letra “o”, pero también usamos algunas otras expresiones como:

Palabra o frase	Construcción gramatical castellana
y/o	El amor es una ilusión y/o una realidad.
O ambas cosas	El amor es una ilusión o una realidad, o ambas cosas.
O... o	O el amor es una ilusión o una realidad.
O bien..., o bien...	O bien el amor es una ilusión, o bien una realidad.
A menos que	El amor es una ilusión a menos que sea una realidad.

(Tabla no. 9)

Como la frase “a menos que” se usa en español para formular la disyunción de dos oraciones, en la que se afirma que *al menos uno de sus disyuntos es verdadero*, entonces, si echamos mano de la propiedad de la conmutatividad, las oraciones:

El amor es una ilusión **a menos que** sea una realidad

y

A menos que el amor sea una realidad es una ilusión

equivalen a:

O bien el amor es una ilusión **o** es una realidad

y se simboliza como “ $p \vee q$ ”, donde “p” representa a la oración “el amor es una ilusión” y “q”, la oración “el amor es una realidad”.

Un caso interesante de simbolización de la negación de una disyunción se ilustra con el siguiente ejemplo:

No es el caso que o bien Alejandra es hermana de Julio o Berenice es tía de Julio. (30)

Para simbolizar (30), primero identifiquemos las expresiones lingüísticas que nos indican una conectiva lógica, este caso, las expresiones son: “no es el caso que”, “o bien...o...”. Luego, como la expresión “no es el caso que” tiene el mismo significado lógico que la expresión “no es cierto que” entonces podemos reformular (30) como:

No es cierto que o bien Alejandra es hermana de Julio o Berenice es tía de Julio. (30')

Igualmente, como la frase “o bien Alejandra es hermana de Julio o Berenice es tía de Julio” tiene el mismo significado lógico que la partícula “o”, podemos expresar (30') como (30''):

No es cierto que (Alejandra es hermana de Julio **o** Berenice es tía de Julio.) (30'')

Hemos expresado (30) en la oración (30'') que es fácil de simbolizar si “h” representa la oración: “Alejandra es hermana de Julio” y “k”, la oración: “Berenice es tía de Julio”:

$$\sim (h \vee k)$$

Si suponemos que “h” es falsa y “k” verdadera, el valor de verdad final de esta fórmula sería:

$$\begin{array}{c} \sim (h \vee k) \\ \quad \underbrace{\begin{array}{cc} F & V \end{array}} \\ \quad \quad (V) \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ \mathbf{F} \end{array}$$

Por consiguiente, el valor de verdad final de la fórmula “ $\sim(h \vee k)$ ” es falso.

3.3.3 Ejemplos

En la siguiente tabla presentamos diez oraciones del español que utilizan distintas expresiones para representar una disyunción lógica. Para poder simbolizar dichas oraciones, hemos separado la estructura lingüística de cada oración por medio de paréntesis y corchetes, es decir, separamos cada disyunto de la oración mediante

paréntesis. Luego, parafraseamos y obtenemos nuestro diccionario de la oración para después simbolizar las partes internas de cada disyunto. Finalmente, obtenemos la fórmula lógica correspondiente a cada oración.

Oración disyuntiva	Estructura lingüística de la oración disyuntiva	Paráfrasis y diccionario	Fórmula lógica general de la oración disyuntiva
<p>○ España se une a E.U para invadir México y Japón se une con Brasil para las olimpiadas, ○ Irak cambiará de religión.</p>	<p>○ (España se une a E.U para invadir México y Japón se une con Brasil para las olimpiadas), ○ Irak cambiará de religión.</p>	<p>b: España se une a E.U para invadir México.</p> <p>c: Japón se une con Brasil para las olimpiadas.</p> <p>d: Irak cambiará de religión.</p>	<p>$(b \wedge c) \vee d$</p>
<p>Francia le ganará a Uruguay a menos que Alemania compita contra Ghana.</p>	<p>(Francia le ganará a Uruguay) a menos que (Alemania compita contra Ghana.)</p>	<p>f: Francia le ganará a Uruguay.</p> <p>g: Alemania competirá contra Ghana.</p>	<p>$f \vee g$</p>
<p>E.U <i>no</i> hará trampa en las olimpiadas del 2014, a menos que China vaya a las olimpiadas.</p>	<p>(E.U <i>no</i> hará trampa en las olimpiadas del 2014), a menos que (China vaya a las olimpiadas del 2014.)</p>	<p>h: E.U hará trampa en las olimpiadas del 2014.</p> <p>j: China va a las olimpiadas del 2014.</p>	<p>$\sim h \vee j$</p>
<p>México y Brasil fueron eliminados del Mundial de Sudáfrica ○ tanto España como Holanda llegaron a la final.</p>	<p>(México y Brasil fueron eliminados del Mundial de Sudáfrica) ○ (<i>tanto</i> España <i>como</i> Holanda llegaron a la final.)</p>	<p>k: México fue eliminado del Mundial de Sudáfrica.</p> <p>l: Brasil fue eliminado del Mundial de Sudáfrica.</p> <p>m: España llegó a la final del Mundial de Sudáfrica.</p> <p>n: Holanda llegó a</p>	<p>$(k \wedge l) \vee (m \wedge n)$</p>

		la final del Mundial de Sudáfrica.	
A menos que tanto Francia como Argentina cambien de director técnico para el Mundial del 2014, <i>ninguno</i> de ellos lo hará.	A menos que (<i>tanto</i> Francia como Argentina cambien de director técnico para el Mundial del 2014), (<i>ninguno de ellos</i> lo hará.)	ñ: Francia cambiará de director técnico para el Mundial del 2014. p: Argentina cambiará de director técnico para el Mundial del 2014.	$(\tilde{n} \wedge g) \vee (\sim \tilde{n} \wedge \sim g)$
O bien se pide más ayuda para la selección femenina mexicana o tanto Corea del Sur como Japón le seguirán ganando.	O bien (se pide más ayuda para la selección femenina mexicana) o (<i>tanto</i> Corea del Sur como Japón le seguirán ganando.)	q: Se pide más ayuda para la selección femenina mexicana. r: Corea del Sur le seguirá ganando a la selección femenina mexicana. s: Japón le seguirá ganando a la selección femenina mexicana.	$q \vee (r \wedge s)$
O bien los partidos de fútbol son una farsa o bien los hombres están obsesionados con el fútbol y las mujeres <i>no</i> encuentran la forma de librarse de los hombres.	O bien (los partidos de fútbol son una farsa) o (los hombres están obsesionados con el fútbol y las mujeres <i>no</i> encuentran la forma de librarse de los hombres.)	p: Los partidos de fútbol son una farsa. q: Los hombres están obsesionados con el fútbol r: Las mujeres encuentran la forma de librarse de los hombres.	$p \vee (q \wedge \sim r)$
<i>No es el caso que</i> Paula y Mauricio estén en el Mundial	[<i>No es el caso que</i> (Paula y Mauricio estén en el Mundial	x: Paula está en el Mundial de Sudáfrica.	$[\sim(x \wedge y)] \vee [\sim(z \wedge b)]$

de Sudáfrica, a menos que no sea el caso que Raúl y Sandra estén en el estadio Azteca.	de Sudáfrica)], a menos que [<i>no sea el caso que</i> (Raúl y Sandra estén en el estadio Azteca.)]	y: Mauricio está en el Mundial de Sudáfrica. z: Raúl está en el estadio Azteca. b: Sandra está en el estadio Azteca.	
O bien Calderón va a la inauguración del mundial y Shakira canta en la inauguración o <i>no</i> es el caso que a la vez Maradona sea el mejor entrenador del mundo y Pelé sea el entrenador de Brasil.	O bien (Calderón va a la inauguración del mundial y Shakira canta en la inauguración), o [<i>no es el caso que a la vez</i> (Maradona sea el mejor entrenador del mundo y Pelé sea el entrenador de Brasil.)]	p: Calderón va a la inauguración del mundial. q: Shakira canta en la inauguración del mundial. r: Maradona sea el mejor entrenador del mundo. s: Pelé sea el entrenador de Brasil.	$(p \wedge q) \vee [\sim(r \wedge s)]$
Tanto Guatemala como Colombia <i>no</i> juegan fútbol americano, a menos que Egipto organice un torneo de ajedrez y Jordania un torneo de ping pong.	(<i>Tanto</i> Guatemala como Colombia <i>no</i> juegan fútbol americano), a menos que (Egipto organice un torneo de ajedrez y Jordania un torneo de ping pong.)	t: Guatemala juega fútbol americano. s: Colombia juega fútbol americano. k: Egipto organiza un torneo de ajedrez. l: Jordania un torneo de ping pong.	$(\sim t \wedge \sim s) \vee (k \wedge l)$

(Tabla 10)

Así como hicimos para el caso de la conjunción y la negación, obtengamos el valor de verdad final de cada una de nuestras fórmulas disyuntivas anteriores con el método descrito anteriormente. Supongamos que “p”, “q”, “r”, “s”, “t”, “w”, “x”, “y” y “z” tienen

como valor de verdad (F) y, “b”, “c”, “d”, “f”, “g”, “h”, “j”, “k”, “l”, “m”, “n” y “ñ” tienen valor de verdad (V).

Fórmula lógica general de la oración disyuntiva	Método y diagrama para obtener el valor de verdad final de nuestras fórmulas	Valor de verdad final de la fórmula disyuntiva
$(b \wedge c) \vee d$	$\begin{array}{ccc} (b \wedge c) & \vee & d \\ \underbrace{V \quad V} & & V \\ (V) & & \\ \underbrace{\hspace{10em}} & & \\ \mathbf{V} & & \end{array}$	V
$f \vee g$	$\begin{array}{ccc} f & \vee & g \\ \underbrace{V \quad V} & & \\ \mathbf{V} & & \end{array}$	V
$\sim h \vee j$	$\begin{array}{ccc} \sim h & \vee & j \\ \underbrace{V} & & V \\ \mathbf{F} & & \\ \underbrace{\hspace{10em}} & & \\ \mathbf{V} & & \end{array}$	V
$(k \wedge l) \vee (m \wedge n)$	$\begin{array}{ccc} (k \wedge l) & \vee & (m \wedge n) \\ \underbrace{V \quad V} & & \underbrace{V \quad V} \\ (V) & & (V) \\ \underbrace{\hspace{10em}} & & \\ \mathbf{V} & & \end{array}$	V
$(\tilde{n} \wedge g) \vee (\sim \tilde{n} \wedge \sim g)$	$\begin{array}{ccc} (\tilde{n} \wedge g) & \vee & (\sim \tilde{n} \wedge \sim g) \\ \underbrace{V \quad V} & & \underbrace{V \quad V} \\ (V) & & (\mathbf{F} \quad \mathbf{F}) \\ \underbrace{\hspace{10em}} & & (\mathbf{F}) \\ \mathbf{V} & & \end{array}$	V

$q \vee (r \wedge s)$	$\begin{array}{c} q \vee (r \wedge s) \\ F \quad \underbrace{(F \quad F)} \\ \quad \quad (F) \\ \underbrace{\quad \quad \quad} \\ F \end{array}$	<p>F</p>
$p \vee (q \wedge \sim r)$	$\begin{array}{c} p \vee (q \wedge \sim r) \\ F \quad \underbrace{(F \quad F)} \\ \quad \quad \quad \vee \\ \underbrace{\quad \quad \quad} \\ (F) \\ \underbrace{\quad \quad \quad} \\ F \end{array}$	<p>F</p>
$[\sim(x \wedge y)] \vee [\sim(z \wedge b)]$	$\begin{array}{c} [\sim(x \wedge y)] \vee [\sim(z \wedge b)] \\ \underbrace{F \quad F} \quad \vee \quad \underbrace{F \quad V} \\ \underbrace{\quad \quad} (F) \quad \quad \underbrace{\quad \quad} (F) \\ \underbrace{[V] \quad \quad \quad [V]} \\ \quad \quad \quad \vee \\ V \end{array}$	<p>V</p>
$(p \wedge q) \vee [\sim(r \wedge s)]$	$\begin{array}{c} (p \wedge q) \vee [\sim(r \wedge s)] \\ \underbrace{F \quad F} \quad \vee \quad \underbrace{(F \quad F)} \\ \quad \quad (F) \quad \quad \quad (F) \\ \underbrace{\quad \quad \quad} [V] \\ \quad \quad \quad \vee \\ V \end{array}$	<p>V</p>
$(\sim t \wedge \sim s) \vee (k \wedge l)$	$\begin{array}{c} (\sim t \wedge \sim s) \vee (k \wedge l) \\ \underbrace{F \quad F} \quad \vee \quad \underbrace{V \quad V} \\ \underbrace{(V \quad V)} \quad \quad \quad (V) \\ \underbrace{\quad \quad \quad} (V) \\ \quad \quad \quad \vee \\ V \end{array}$	<p>V</p>

3.4 Condicional

3.4.1 Función lógica del condicional material: semántica y sintaxis

La cuarta conectiva lógica veritativo-funcional es el **condicional material**, que en diversos textos de lógica deductiva suele llamarse también “implicación material” o simplemente “condicional”. El término de enlace que utilizamos para formular una oración condicional está dado por la expresión: “**si.., entonces...**”.

Si llueve, entonces hay nubes. (31)

Simbolizaremos la conectiva condicional con el signo “ \supset ”⁶⁰ insertado en medio de dos fórmulas. La primera oración que aparece y que va después del “si” se llama *antecedente* y la segunda oración que va después del “entonces” se llama *consecuente*. Entonces, dado el siguiente diccionario:

p: Llueve

y

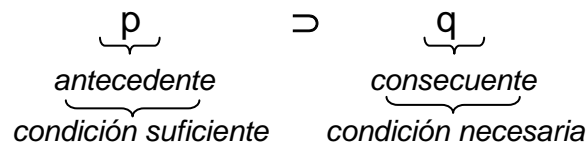
q: Hay nubes,

la oración condicional (31) se simboliza lógicamente como:

$p \supset q$ y se lee: “si p , entonces q ”

donde “p” es el antecedente y “q” el consecuente. Asimismo, el antecedente y el consecuente se suelen denominar: *condición suficiente* y *condición necesaria*, respectivamente. *La condición necesaria se enuncia en el consecuente de un condicional y aquello respecto de lo cual decimos que es necesario queda en el antecedente del condicional:*

⁶⁰ Al igual que la herradura “ \supset ”, también suele utilizarse la flecha “ \rightarrow ” como símbolo para representar el condicional material.



Cuando utilizamos los términos “condición necesaria” y “condición suficiente” en un condicional material, debemos siempre señalar al respecto de *qué* son considerados como condición necesaria o como condición suficiente, pues éstas son relativas al contexto. Por ejemplo, en la siguiente oración:

El oxígeno es necesario para los seres vivos,
pero no es necesario para que haya buenas relaciones personales entre ellos

estamos señalando que el oxígeno es un elemento necesario e indispensable para los seres vivos, ya que sin él es claro que no podríamos vivir; sin embargo, también estamos señalando en la segunda parte de la oración que el oxígeno no tiene el carácter de condición necesaria para que los seres humanos se lleven bien o que se logre una buena relación social, pues, obviamente, se requiere más que el simple oxígeno para que se mejoren las relaciones humanas en todo el mundo. Por ende, el oxígeno en unos contextos figura como condición necesaria, pero en otros no.

Algunas expresiones que indican el lugar que ocupan una condición necesaria y una condición suficiente son las siguientes:

Es suficiente que p para que q .
que q es necesaria para que p
Basta que p para que q .

y todas tienen la misma estructura lógica de un condicional lógico “ $p \supset q$ ”, donde el antecedente “ p ” expresa una condición suficiente respecto del consecuente “ q ” y éste, una condición necesaria en relación a “ p ”. Debemos hacer tres importantes observaciones con respecto a las oraciones condicionales veritativo-funcionales.

Primera observación: *Las oraciones condicionales veritativo-funcionales no expresan una relación de causalidad;* por ejemplo, la oración (31):

Si llueve, **entonces** hay nubes

señala sólo que es *suficiente*, que basta, que “llueve” para que “haya nubes” y, también, que es *necesario* que hay nubes si llueve. Sin embargo, no es suficiente que haya nubes para que llueva, ¿o sí? ¿O acaso siempre que hay nubes será porque llueve? Por lo tanto, (31) no está expresando una relación de causalidad, ya que la causa de que haya nubes no es que llueve y, en consecuencia, (31) es una oración condicional veritativo-funcional, porque la oración “llueve” está implicando a la oración “hay nubes” y no a la inversa. Y en términos lógicos, este es una parte del significado lógico de una oración condicional, a saber, que *el antecedente implica su consecuente*, es decir:

Un condicional no afirma que su antecedente sea verdadero o que su consecuente lo sea; sólo afirma que si antecedente es verdadero, entonces su consecuente es también verdadero.⁶¹

No obstante lo anterior, a veces una relación de causalidad sí puede ser formulada mediante un enunciado condicional:

Si combino el color amarillo y el azul, **entonces** obtengo el color verde. (32)

En (32), la relación que se da entre antecedente y consecuente es de tipo causal, pues la causa de que obtengamos el color verde se debe al hecho de que combinemos el color amarillo y el azul; por lo tanto, podemos decir que en la oración condicional (32) hay una *implicación causal entre antecedente y consecuente* y no una implicación material. En consecuencia, una relación de causalidad no puede ser considerada una función veritativa, porque al igual que la conjunción causal, una oración condicional causal enuncia una relación causal entre fenómenos.

⁶¹ Irving, M., Copi, *Lógica simbólica*, p. 31.

En una oración condicional, la causa se enuncia en el antecedente y el efecto en el consecuente. Otros ejemplos de oraciones condicionales causales son los siguientes:

Si el agua se calienta a 100⁰ Celsius, entonces se evapora.

Si introduzco azúcar en agua, entonces se disolverá.

Si mezclamos dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno, entonces obtenemos una molécula de agua.

Segunda observación: *No siempre que aparece la palabra “entonces” dentro de un enunciado nos encontramos frente a un enunciado condicional, pues la palabra “entonces” en nuestro idioma -al igual que la partícula “y”- puede indicar una relación temporal, en este caso de simultaneidad de eventos, como la frase “en ese momento”; por ejemplo:*

Al besar a Antonieta, me di cuenta *entonces* de que ella no era la mujer de mi vida. Escuché un gemido y sólo entonces me percaté de que María estaba dando a luz.

Por tanto, en un condicional material no se expresa una relación causal ni tampoco una temporal.⁶²

Tercera observación: *No hay que confundir nuestro condicional veritativo-funcional con la expresión cotidiana o natural “permite deducir que”, ya que ésta no es veritativo-funcional. Pongamos como ejemplo el caso que nos proporciona el lógico Raymundo Morado, en su artículo *Las conectivas lógicas*, para comprender mejor esta tercera observación:*

Supón que hubo un crimen del que tú eres inocente y nadie te vio en la escena del crimen, pues tú no estuviste ahí. Como tú no estuviste ahí, eso hace falsa a las dos oraciones “Te vieron en la escena del crimen” y “Tú eres culpable”. Como ambas oraciones son falsas, el condicional material “Te vieron en la escena del crimen \supset Tú eres culpable” es verdadero.⁶³

⁶² Ma. Alicia, Pazos y Sandra Lucía, Ramírez Sánchez, p. 50.

⁶³ Raymundo, Morado, p. 9.

Aunque el condicional material es verdadero, del antecedente no se sigue el consecuente, es decir, del antecedente *no se deduce* el consecuente. Saber los valores de verdad de las oraciones que figuran como antecedente y consecuente de un condicional no siempre basta para saber si de una se deduce la otra.⁶⁴

Cuarta observación: *Una oración condicional que exprese una decisión en sentido figurado, sí es tomada como un condicional material.*

Para poder definir el significado lógico de las oraciones condicionales, los lógicos se dan a la tarea de buscar entre las distintas clases de implicaciones (oraciones expresadas por medio de la frase “si..., entonces...”) las condiciones suficientes para establecer la falsedad de todas ellas. Cuando analizan las oraciones condicionales que expresan una decisión en sentido figurado, señalan que éstas son consideradas veritativo-funcionales cuando se da el caso en que su antecedente sea verdadero y el consecuente falso.⁶⁵ Por ejemplo, en la oración condicional:

Si el equipo de Juan gana este verano, entonces me aviento por la ventana

es considerada como veritativo-funcional, porque ella es falsa únicamente cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso, es decir, si es verdad que el equipo de Juan gana este verano y no me aviento por la ventana, la oración condicional será falsa. No obstante eso, por sentido común o *lógica* –entendiendo ésta última en términos cotidianos-, cuando hacemos una afirmación de este tipo no estamos diciendo que si el equipo de Juan gana este verano, vayamos efectivamente a aventarnos por la ventana. Lo que en realidad expresamos es un sentir emocional plasmado en un hecho o acción irreal que, en este caso, no estamos dispuestos a llevar a cabo, pues creemos imposible que resulte verdadero el suceso que afirmamos en el antecedente.

⁶⁴ *Id.*

⁶⁵ Irving, M., Copi, *Lógica simbólica*, p. 31.

En resumen, podemos señalar que una oración condicional que expresa una decisión en sentido figurado puede entenderse a partir de dos interpretaciones. Primera, para fines de la lógica deductiva, una oración condicional que expresa una decisión en sentido figurado es considerada veritativo-funcional únicamente cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso, pues ello expresa el significado en común que comparte con otras oraciones condicionales. Y segunda, en términos puramente coloquiales, una oración condicional que expresa una afirmación en sentido figurado, está señalando que en el caso de que se llegue a cumplirse o no lo que se afirma en el antecedente, estamos en la libertad de decidir si hacemos o no, el acto que describimos en el consecuente.

En consecuencia, y con base a las observaciones anteriores, ¿cuál es el significado lógico de una oración condicional?, ¿cuáles son las condiciones de verdad de un condicional lógico? Debido al significado que tienen las palabras en el lenguaje cotidiano, las personas se enfrentan a un dilema al no poder afirmar con exactitud cuándo una oración condicional es verdadera y cuándo no. Para aclarar el significado lógico de las oraciones condicionales y sus condiciones de verdad, consideremos el siguiente ejemplo que el Dr. y director de esta tesis, Pedro Ramos, presenta en clase:

Si no vengo hoy, vengo mañana. (33)

Si la oración: “no vengo hoy” es verdadera y la oración “vengo mañana” es también verdadera, entonces todas las personas convendríamos en que (33) es verdadera. Pero, si la oración “no vengo hoy” es verdadera y la oración “vengo mañana” es falsa, entonces todos convendríamos en que (33) es falsa. Estos dos casos de posibilidad de verdad y de falsedad que acabamos de enunciar son los únicos casos en los cuales las personas estarían seguras acerca de cuándo un enunciado condicional es verdadero y cuándo es falso, ya que estos casos se presentan a menudo en el uso cotidiano del lenguaje.⁶⁶ En consecuencia, podemos señalar una primera conclusión:

⁶⁶ Patrick, Suppes, *Introducción a la lógica simbólica*, CECSA, México, 1977, pp. 29-32.

C1: Un condicional lógico con antecedente y consecuente verdaderos será verdadero; pero si el antecedente es verdadero y el consecuente falso, entonces el condicional será falso.

No obstante lo anterior, existen dos casos más acerca del valor de verdad que puede tener un condicional material. Estas dos posibilidades o casos adicionales son los siguientes. Supóngase que la oración “no vengo hoy” es falsa, en este caso, ¿qué podríamos decir acerca de la verdad de (33)?, ¿es falsa o verdadera? Sin duda responderemos que (33) es verdadera, porque el decir que *es falso que no vengo hoy*, es afirmar que *vine hoy*, y afirmar que *vine hoy* está implicando que (33) es verdadera independientemente de que venga mañana o no. En consecuencia y con base en el ejemplo anterior, formulamos una segunda conclusión:

C2: Un condicional lógico con antecedente falso será verdadero independientemente del valor de verdad que tenga el consecuente

es decir, en un condicional lógico, cuando el antecedente es falso, la oración condicional será verdadera sin importar qué valor de verdad tenga el consecuente.

Si recordamos lo que mencionábamos en las primeras líneas de este apartado, a saber, que a un condicional lógico también se le llama “condicional material”, entenderemos que este calificativo de “material” se usa para indicar precisamente que sólo atendemos a la “materia” de las oraciones, a su verdad o falsedad y no al resto de su significado.⁶⁷ Esa materia es todo lo que requerimos para calcular el valor de verdad del condicional material y del bicondicional material, última conectiva lógica que analizaremos unas páginas más adelante.

⁶⁷ Raymundo, Morado, p. 10.

En consecuencia, el significado de una oración condicional veritativo-funcional se establece de la siguiente manera:

Un condicional material es verdadero en todos sus casos, excepto cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso.

En otras palabras, un condicional es falso si el antecedente es verdadero y el consecuente falso; en cualquier otro caso, el condicional es verdadero. Debemos observar que el símbolo de implicación material o condicional material, " \supset ", es un conectivo veritativo-funcional más y, como tal, se define mediante la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p \supset q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

(Tabla no. 11: Tabla de verdad del condicional lógico)

Observemos que el segundo renglón de la tabla 11 nos da el significado lógico del condicional material, pues está señalando que un condicional es falso si el antecedente es verdadero y el consecuente falso. Analicemos más despacio este significado.

El segundo renglón de la tabla de verdad del condicional lógico señala que un condicional es falso cuando:

El antecedente es verdadero y el consecuente falso (34)

es decir, cuando la conjunción que se marca en (34) es verdadera. La simbolización de (34) es la siguiente:

$$(p \wedge \sim q)$$

Pero entonces, para que un condicional sea verdadero, la fórmula anterior debe ser falsa:

$$\sim (p \wedge \sim q) \quad (35)$$

es decir, un condicional lógico es verdadero cuando la negación de la conjunción de su antecedente y la negación de su consecuente es verdadera, en otras palabras, un condicional es verdadero cuando:

Es falso que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso. (36)

Por lo tanto, podemos considerar (36) como parte del significado lógico de un condicional y entonces, un condicional lógico de la forma “si p entonces q ” es verdadero cuando, y sólo cuando, (36) es verdadera, es decir, un condicional lógico representado por la fórmula “ $p \supset q$ ” es verdadero si y sólo si la fórmula “ $\sim(p \wedge \sim q)$ ” es también verdadera.

Por otra parte, veamos el siguiente ejemplo:

No iré a la fiesta **a menos que** me inviten a Acapulco. (37)

Si “ p ” representa la oración: “iré a la fiesta” y “ q ” la oración: “me invitan a Acapulco”, entonces la expresión lógica de (37) es:

$$\sim p \vee q \quad (38)$$

pues, la frase “a menos que” indica una disyunción. Así, podemos parafrasear (37) como:

O no iré a la fiesta **o** me invitan a Acapulco

que no es más que decir:

No iré a la fiesta **si no** me invitan a Acapulco

es decir:

Si no me invitan a Acapulco, entonces no iré a la fiesta (39)

cuya expresión lógica es:

$$\sim q \supset \sim p \quad (40)$$

Luego, como las oraciones (37) y (39) tienen el mismo significado lingüístico, sus respectivas fórmulas, (38) y (40), son lógicamente equivalentes y su equivalencia lógica se representa por el símbolo “ \equiv ”:

$$(\sim p \vee q) \equiv (\sim q \supset \sim p) \quad (41)$$

Luego, por la ley lógica de la *Transposición*:

$$(\sim q \supset \sim p) \equiv (p \supset q)$$

En consecuencia, la equivalencia lógica (41) queda expresada propiamente como:

$$\begin{aligned} (\sim p \vee q) \equiv (p \supset q) \\ \text{(Implicación material)} \end{aligned} \quad (42)$$

Finalmente, nuestro condicional material que simbolizamos como “ $p \supset q$ ”, es lógicamente equivalente a las fórmulas: “ $\sim(p \wedge \sim q)$ ”, “ $(\sim q \supset \sim p)$ ” y “ $(\sim p \vee q)$ ” que, a su vez, son lógicamente equivalentes entre sí, de tal forma que:

$$[(p \supset q)] \equiv [\sim(p \wedge \sim q)] \equiv [(\sim p \vee q)] \equiv [(\sim q \supset \sim p)]$$

Lo anterior nos permite formular una quinta observación acerca del condicional material:

Quinta observación: *La frase “a menos que” tiene la función de señalar, además de una disyunción, un condicional con su antecedente negado.*

3.4.2 Palabras, frases y construcciones gramaticales castellanas que cumplen con la función

En castellano, las expresiones más comunes que utilizamos para formular un enunciado condicional son:

	Construcción gramatical castellana	Antecedente (p)	Consecuente (q)
Si p, entonces q	Si llueve, entonces se inundan las calles.	llueve	Se inundan las calles
q siempre que p	Asaltan a Luis los miércoles en la escuela siempre que va al seminario de Filosofía.	Luis va al seminario de Filosofía	Asaltan a Luis los miércoles en la escuela
p sólo si q	Veó la televisión sólo si termino la tarea.	Veó la televisión	Termino la tarea
q si p	Ariel es la princesa del mar si Úrsula es una malvada bruja del mar.	Úrsula es una malvada bruja del mar	Ariel es la princesa del mar
p solamente si q	Habrà elecciones solamente si hay acuerdos entre los candidatos.	Habrà elecciones	Hay acuerdos entre los candidatos
q a menos que p	No iré la fiesta a menos que me inviten.	No me invitan a la fiesta	No iré a la fiesta
p es condición suficiente para q	Tener ánimo es condición suficiente para ir de compras.	Tienes ánimo	Vas de compras
q es condición necesaria para p	Asistir el día del examen es condición necesaria para aprobarlo.	Apruebas el examen	Asistes el día del examen

(Tabla no. 12)

Un error muy usual que suele cometerse consiste en confundir el uso de la expresión “solamente si” con el sentido que tiene la palabra “si”. La oración:

Juan lleva a pasear a María **solamente si** Isabel está disgustada con él (42)

no tendría ordinariamente el mismo significado de la oración:

Juan lleva a pasear a María **si** Isabel está disgustada con él. (43)

Más bien, ¿no crees que sería más preciso interpretar (42) en el siguiente sentido de un condicional material?:

Si Juan lleva a pasear a María, **entonces** Isabel está disgustada con él.

Si ignoramos la frase entre paréntesis, nos damos cuenta de que “ p solamente si q ” significa lo mismo que “si p , entonces q ”.⁶⁸

3.4.3 Ejemplos

A continuación se consigna una lista de oraciones que expresan una oración condicional lógica.

Oración condicional	Paráfrasis y diccionario	Antecedente	Consecuente
Los seres humanos son cazadores si Bambi es un hermoso venadito.	p: Bambi es un hermoso venadito. q: Los seres humanos son cazadores.	Bambi es un hermoso venadito.	Los seres humanos son cazadores.
El Patito feo está triste sólo si (la rana y la lombriz se alejaron de él.)	p: El Patito feo está triste. p: La rana se alejó del Patito feo. r: La lombriz se	El Patito feo está triste.	La rana se alejó del Patito feo y la lombriz se alejó del Patito feo.

⁶⁸ Patrick, Suppes, p. 32.

	alejó del Patito feo.		
Para que el príncipe no se case con la bruja, es necesario que Ariel recupere su voz.	p: El príncipe no se casa con la bruja. q: Ariel recupera su voz.	El príncipe <i>no</i> se casa con la bruja.	Ariel recupera su voz.
Para que el lobo malvado pueda tirar la casa del cochinito Sam, es suficiente que (la casa del cochinito Sam sea de paja y el lobo malvado sople fuertemente.)	p: La casa del cochinito Sam es de paja. q: El lobo malvado sopla fuertemente. r: El lobo malvado puede tirar la casa del cochinito Sam.	La casa del cochinito Sam es de paja y el lobo malvado sopla fuertemente.	El lobo malvado puede tirar la casa del cochinito Sam.
El príncipe le dará un beso a Blancanieves solamente si ella comió de la manzana envenenada.	p: El príncipe le da un beso a Blancanieves. q: Blancanieves comió de la manzana envenenada.	El príncipe le da un beso a Blancanieves.	Blancanieves comió de la manzana envenenada.
Si Caperucita Roja le lleva panquecitos a su abuelita enferma, entonces el lobo feroz se la comerá.	p: Caperucita Roja le lleva panquecitos a su abuelita enferma. q: El lobo feroz se comerá a Caperucita Roja.	Caperucita Roja le lleva panquecitos a su abuelita enferma.	El lobo feroz se comerá a Caperucita Roja.
Siempre que Dorita veía el camino amarillo, lo seguía.	p: Dorita veía el camino amarillo. q: Dorita seguía el camino amarillo.	Dorita ve el camino amarillo.	Dorita seguía el camino amarillo.
Si Ricitos de oro entra a la casa de los tres osos, entonces se comerá la sopa del hijo oso.	p: Ricitos de oro entra a la casa de los tres osos. q: Ricitos de oro se comerá la sopa del hijo oso.	Ricitos de oro entra a la casa de los tres osos.	Ricitos de oro se comerá la sopa del hijo oso.
(La bruja se comió a Hansel y a Gretel)	p: La bruja se comió a Hansel.	La bruja se comió a Hansel y la bruja se	Hansel se comió la casa de dulce la

<p>solamente si (Hansel y Gretel se comieron la casa de dulce de la bruja.)</p>	<p>q: La bruja se comió a Gretel.</p> <p>r: Hansel se comió la casa de dulce la bruja.</p> <p>s: Gretel se comió la casa de dulce la bruja.</p>	<p>comió a Gretel.</p>	<p>bruja y Gretel se comió la casa de dulce la bruja.</p>
<p>Cenicienta <i>no</i> irá al baile a menos que (termine de lavar toda la ropa y de limpiar toda la casa.)</p>	<p>p: Cenicienta termina de lavar toda la ropa.</p> <p>q: Cenicienta termina de limpiar toda la casa.</p> <p>r: Cenicienta irá al baile.</p>	<p>No es cierto que (Cenicienta termina de lavar toda la ropa y la Cenicienta termina de limpiar toda la casa.)</p>	<p>Cenicienta <i>no</i> irá al baile.</p>

(Tabla 13)

Si suponemos que “p” y “q” son verdaderos y que “r” y “s” son falsos, entonces, el valor de verdad final de cada una de las fórmulas condicionales anteriores sería:

Simbolización	Método para obtener el valor de verdad final de la fórmula condicional	Valor de verdad final
$p \supset q$	$\begin{array}{c} p \supset q \\ \underbrace{V \quad V} \\ V \end{array}$	<p>V</p>
$p \supset (q \wedge r)$	$\begin{array}{c} p \supset (q \wedge r) \\ \underbrace{V \quad \underbrace{V \quad F}} \\ (F) \\ F \end{array}$	<p>F</p>

$\sim p \supset q$	$\underbrace{\sim p}_{V} \supset q$ \underbrace{F}_{V}	V
$(p \wedge q) \supset r$	$\underbrace{(p \wedge q)}_{V} \supset r$ $\underbrace{(V)}_{F}$	F
$p \supset q$	$\underbrace{p}_{V} \supset \underbrace{q}_{V}$ V	V
$p \supset q$	$\underbrace{p}_{V} \supset \underbrace{q}_{V}$ V	V
$p \supset q$	$\underbrace{p}_{V} \supset \underbrace{q}_{V}$ V	V
$p \supset q$	$\underbrace{p}_{V} \supset \underbrace{q}_{V}$ V	V
$(p \wedge q) \supset (r \wedge s)$	$\underbrace{(p \wedge q)}_{V} \supset \underbrace{(r \wedge s)}_{F}$ $\underbrace{(V)}_{F} \supset \underbrace{(F)}_{F}$	F
$\sim(p \wedge q) \supset \sim r$	$\underbrace{\sim(p \wedge q)}_{V} \supset \underbrace{\sim r}_{E}$ $\underbrace{(V)}_{F} \supset V$ \underbrace{F}_{V}	V

3.5 Bicondicional

3.5.1 Función lógica del bicondicional: semántica y sintaxis

La última conectiva que presentamos es el **bicondicional**, cuyo término de enlace es la expresión “**si y sólo si**” que nos indica que estamos frente a una oración bicondicional. Para representar una oración bicondicional utilizaremos el símbolo “ \equiv ”. A una oración bicondicional se le llama también una *equivalencia material* y las dos oraciones conectadas por medio de “si y sólo si” se llaman, respectivamente, el *primero* y el *segundo miembro de la equivalencia*. Si tenemos dos oraciones “p” y “q”, entonces la oración bicondicional queda expresada lógicamente como:

$$p \equiv q \quad (44)$$

y se lee “p si y sólo si q”.

Una oración bicondicional es analizable, como bien señala su nombre, por dos oraciones condicionales formuladas como:

$$p \text{ si } q \text{ y } p \text{ sólo si } q \quad (45)$$

Si separamos esta oración conjuntiva en sus componentes, tenemos:

$$(p \text{ si } q) \text{ y } (p \text{ sólo si } q) \quad (46)$$

Luego, si recordamos, las frases “p si q” y “p sólo si q” expresan condicionales lógicos de acuerdo con la tabla no. 12 de la sección 3.4.2; en consecuencia, (46) se simboliza como:

$$(q \supset p) \wedge (p \supset q)$$

y haciendo uso de la propiedad de la conmutatividad de la conjunción, obtenemos:

$$(p \supset q) \wedge (q \supset p) \quad (47)$$

que se lee como:

si p , entonces q y si q , entonces p .

Luego, si conmutamos la oración, tenemos:

si q , entonces p y si p , entonces q

es decir:

p si q y p sólo si q

que se simboliza como " $p \equiv q$ ". En consecuencia, (47) es lógicamente equivalente a (44):

$$[(p \supset q) \wedge (q \supset p)] \equiv (p \equiv q) \quad (48)$$

En resumen, un bicondicional o una equivalencia material es una fórmula lógica que puede descomponerse lógicamente en dos condicionales unidos por una conjunción. Si recordamos nuestro significado lógico de la conjunción y del condicional, nos daremos cuenta que (47) es verdadera únicamente cuando "p" y "q" son ambas verdaderas o son ambas falsas; pero, como (47) es lógicamente equivalente a (44), entonces establecemos el significado lógico para el bicondicional de la siguiente manera:

Una oración bicondicional es verdadera si y sólo si sus dos oraciones son ambas verdaderas o ambas falsas.

Es decir, si las oraciones componentes de un bicondicional tienen el mismo valor de verdad, entonces el bicondicional será verdadero; pero, si tienen distinto valor de verdad, entonces el bicondicional será falso.

Por tanto, la tabla de verdad de una fórmula bicondicional queda establecida de la siguiente manera:

P	q	$p \equiv q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

(Tabla no.14: Tabla de verdad del bicondicional material)

Ejemplo:

Los adultos son aburridos **si y sólo si** los niños son inquietos.

Sean “p”: Los adultos son aburridos y “q”: Los niños son inquietos, tales que “p” y “q” son ambas verdaderas, entonces el valor de verdad de la oración bicondicional anterior será verdadero, ya que tanto “p” como “q” tienen el mismo valor de verdad. Lo mismo ocurrirá si ambas oraciones son falsas:

$$\begin{array}{c} p \equiv q \\ \underbrace{V \quad V} \\ \mathbf{V} \end{array} \qquad \begin{array}{c} p \equiv q \\ \underbrace{F \quad F} \\ \mathbf{V} \end{array}$$

Pero, si la oración: “Los niños son inquietos” es falsa y la oración: “Los adultos son aburridos” es verdadera, entonces el valor de verdad de la oración bicondicional será falso, porque tienen diferente valor de verdad y viceversa, si “p” es falsa y “q” verdadera, la fórmula “ $p \equiv q$ ” será falsa:

$$\begin{array}{c} p \equiv q \\ \underbrace{V \quad F} \\ \mathbf{F} \end{array} \qquad \begin{array}{c} p \equiv q \\ \underbrace{F \quad V} \\ \mathbf{F} \end{array}$$

Algunas reflexiones importantes acerca del bicondicional y que se deducen del condicional material son las siguientes:

Reflexión 1: Como una oración de tipo bicondicional puede analizarse como la conjunción de dos oraciones condicionales, entonces la fórmula bicondicional “ $p \equiv q$ ” tiene la misma fuerza que la conjunción de dos condicionales: “ $p \supset q$ ” y “ $q \supset p$ ”, es decir, el símbolo “ \equiv ” es analizable como la conjunción de dos fórmulas condicionales que van “en sentido opuesto”. Para ilustrar esto, considérese un ejemplo en lenguaje cotidiano:

Estos campos se inundan **si y sólo si** el agua alcanza esta altura.

La oración en castellano significa que si el campo se inunda, entonces el agua alcanza cierta altura; pero, también que si el agua alcanza cierta altura, entonces el campo se inunda. En consecuencia, “ $p \equiv q$ ” puede interpretarse como la conjunción de dos condicionales:

$$(p \supset q) \wedge (q \supset p)^{69}$$

y, en consecuencia:

$$(p \equiv q) \equiv [(p \supset q) \wedge (q \supset p)] \quad (49)$$

Reflexión 2: De acuerdo con las observaciones que hicimos para el condicional material, debe intuirse que “ $p \equiv q$ ” es equivalente a decir: “ p es condición necesaria y suficiente para q ” al igual que “ q es condición necesaria y suficiente para p .”⁷⁰

Reflexión 3: Si las condiciones que conforman un bicondicional son tanto necesarias como suficientes a ambos lados del símbolo de equivalencia, entonces podemos cambiar el orden de las oraciones sin alterar el significado de la oración

⁶⁹ Patrick, Suppes y Shirley, Hill, p. 106.

⁷⁰ Patrick, Suppes, p. 33.

bicondicional compuesta, cosa que no puede hacerse con el simple condicional material.⁷¹

Reflexión 4: Puesto que el bicondicional material no es más que dos enunciados condicionales unidos por una conjunción, se aplican a ella las restricciones señaladas para las oraciones condicionales, esto es, un bicondicional material no expresa una relación de causalidad ni tampoco una relación de temporalidad.⁷²

Reflexión 5: Frecuentemente usamos las oraciones bicondicionales para elaborar definiciones.⁷³ Por ejemplo, “Una figura geométrica es un triángulo *si y sólo si* tiene tres lados.”

Reflexión 6: Considerar que “ $p \equiv q$ es verdadera sólo en caso de que p implique materialmente a q y q implique materialmente a p .”⁷⁴ Esta observación la hicimos respecto del condicional material, ¿recuerdas?: sólo atendemos al valor de verdad de “ p ” y de “ q ” y no al resto de su significado.

Reflexión 7: Un bicondicional es lógicamente equivalente a las siguientes dos fórmulas lógicas:

$$(p \equiv q) \equiv [(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)] \quad (49)$$

$$(p \equiv q) \equiv [(p \supset q) \wedge (q \supset p)] \quad (50)$$

y se les denomina a ambas *Equivalencia material*. Informalmente, (49) puede expresarse como:

Es tan verdadero “ p ” como “ q ” o tan falso “ p ” como “ q ”

⁷¹ Ma. Alicia, Pazos y Sandra Lucía, Ramírez Sánchez, p. 52.

⁷² *Ibidem*, p. 53.

⁷³ *Id.*

⁷⁴ L. T. F., Gamut, p. 36.

lo cual nos da la idea de que “p” y “q” equivalen, es decir, “valen” lo mismo.

Por otra parte, una manera no tan obvia de expresar (50) es la siguiente:

Si p , entonces q , **pero** si no p , entonces no q (51)

que literalmente se simboliza como:

$$(p \supset q) \wedge (\sim p \supset \sim q) \quad (52)$$

Pero, de acuerdo con la quinta observación que hicimos del condicional material, una manera de expresar en castellano el segundo conyunto de (52) que, a su vez, constituye un condicional, es:

no q **a menos que** p ; (53)

pero la frase “a menos que” también revela una disyunción, de modo que (53) se expresa como:

$$\sim q \vee p \quad (54)$$

que es lógicamente equivalente a “ $q \supset p$ ”:

$$(\sim q \vee p) \equiv (q \supset p) \quad (55)$$

En consecuencia, el segundo conyunto de (52) es lógicamente equivalente a (55), es decir:

$$(\sim p \supset \sim q) \equiv (q \supset p) \quad (56)$$

Por lo tanto, la expresión (51) enuncia una fórmula bicondicional en la que su segundo componente, que constituye, a su vez, una fórmula condicional, o tiene negados e invertidos el antecedente y el consecuente:

$$[(p \supset q)] \equiv [(p \supset q) \wedge (\sim p \supset \sim q)] \equiv [(p \supset q) \wedge (q \supset p)]$$

3.5.2 Palabras, frases y construcciones gramaticales castellanas que cumplen con la función

A veces una equivalencia material se presenta mediante las siguientes frases:

<i>p</i> si y sólo si <i>q</i>	Las películas de clasificación "C" son para adultos si y sólo si las películas infantiles son hechas especialmente para los niños.
Es tan verdadero que <i>p</i> como que <i>q</i> o tan falso que <i>p</i> como que <i>q</i>	Es tan verdadero que la Tierra gira alrededor del sol como que el sol es una estrella o tan falso que la Tierra gira alrededor del sol como que el sol es una estrella.
No hay diferencia entre decir que <i>p</i> o decir que <i>q</i>	No hay diferencia entre decir que 2 por 5 igual a 10 o decir que 5 por 2 igual a 10.
<i>p</i> cuando y sólo cuando <i>q</i>	En el desierto hace frío cuando y sólo cuando es de madrugada.
Si <i>p</i> , <i>q</i> , pero si no <i>p</i> , no <i>q</i>	Si un líquido es agua, su punto de ebullición es de 100 °C al nivel del mar; pero si no es agua, no tiene ese punto de ebullición.

(Tabla 15)

3.5.3 Ejemplos

Ejemplos de oraciones bicondicionales y su simbolización:

Oración bicondicional	Estructura lingüística de la oración bicondicional	Paráfrasis y diccionario	Fórmula bicondicional
La masa se mide en kilogramos <i>y</i> la longitud en metros si y sólo si el sistema de unidades que se utiliza es el Internacional.	(La masa se mide en kilogramos <i>y</i> la longitud en metros) si y sólo si (el sistema de unidades que se utiliza es el Internacional.)	<i>p</i> : La masa se mide en kilogramos. <i>q</i> : La longitud se mide en metros. <i>r</i> : El sistema de	$(p \wedge q) \equiv r$

		unidades que se utiliza para medir el kilogramo y la longitud es el Internacional.	
Las cargas iguales se repelan y las cargas diferentes se atraen en un campo magnético cuando y sólo cuando los protones tienen carga positiva y los neutrones tienen carga negativa.	(Las cargas iguales se repelan y las cargas diferentes se atraen en un campo magnético) cuando y sólo cuando (los protones tienen carga positiva y los neutrones tienen carga negativa.)	m: Las cargas iguales se repelan en un campo magnético. n: Las cargas distintas se atraen en un campo magnético. p: Los protones tienen carga positiva. q: Los neutrones tienen carga negativa.	$(m \wedge n) \equiv (p \wedge q)$
Es tan verdadero que René Descartes fue uno de los científicos más destacados del siglo XVII como que Girolamo Cardano enunció las leyes que rigen los números negativos o tan falso que René Descartes fue uno de los científicos más destacados del siglo XVII como que Girolamo Cardano enunció las leyes que rigen los números negativos.	Es tan verdadero que [(René Descartes fue uno de los científicos más destacados del siglo XVII) y (Girolamo Cardano enunció las leyes que rigen los números negativos)] o tan falso que [(René Descartes fue uno de los científicos más destacados del siglo XVII) y (Girolamo Cardano enunció las leyes que rigen a los números negativos.)]	s: René Descartes fue uno de los científicos más destacados del siglo XVII. t: Girolamo Cardano enunció las leyes que rigen los números negativos.	$[(s \wedge t) \vee (\sim s \wedge \sim t)]$ que es lógicamente equivalente a “ $(s \equiv t)$ ”, es decir: $[(s \wedge t) \vee (\sim s \wedge \sim t)] \equiv (s \equiv t)$
Si 10 entre 5 es igual a 2, 100 entre 5 es igual a 20; pero si 10 entre 5 no es igual a 2, 100 entre 5 no es igual a 20.	(Si 10 entre 5 es igual a 2, entonces 100 entre 5 es igual a 20); pero (si 10 entre 5 no es igual a 2, entonces 100 entre 5 no es igual a	p: 10 entre 5 es igual a 2 q: 100 entre 5 es igual a 20	$(p \supset q) \wedge (\sim p \supset \sim q)$ que es lógicamente equivalente a “ $(p \equiv q)$ ”, es decir: $[(p \supset q) \wedge (\sim p \supset \sim q)] \equiv (p \equiv q)$

	20.)		
No hay diferencia entre decir que Tomás de Aquino escribió la <i>Summa Theológica</i> o decir que El Aquinate escribió la <i>Summa Theológica</i> .	No hay diferencia entre decir que (Tomás de Aquino escribió la <i>Summa Theológica</i>) o decir que (El Aquinate escribió la <i>Summa Theológica</i> .)	t: Tomás de Aquino escribió la <i>Summa Theológica</i> . m: El Aquinate escribió la <i>Summa Theológica</i> .	$t \equiv m$
Juan es soltero si y sólo si no está casado.	(Juan es soltero) si y sólo si (Juan no está casado.)	s: Juan es soltero. t: Juan está casado.	$s \equiv t$
Es tan verdadero que el área de un triángulo es $\frac{b \times h}{2}$ como que el área de un círculo es πr^2 , o tan falso que el área de un triángulo es $\frac{b \times h}{2}$ como que el área de un círculo es πr^2 .	Es tan verdadero que el área de un triángulo es $\frac{b \times h}{2}$ como que el área de un círculo es πr^2 , o tan falso que el área de un triángulo es $\frac{b \times h}{2}$ como que el área de un círculo es πr^2 .	n: El área de un triángulo es $\frac{b \times h}{2}$. r: El área de un círculo es πr^2 .	$[(n \wedge r) \vee (\sim n \wedge \sim r)] \equiv (n \equiv r)$
No hay diferencia entre decir que el 3 es un número impar o decir que el 3 es non.	No hay diferencia entre decir que (el 3 es un número impar) o decir que (el 3 es un número non.)	p: El 3 es un número impar. q: El 3 es un número non.	$p \equiv q$
Si las matemáticas son difíciles, la lógica lo es más; pero si las matemáticas no son difíciles, la lógica no lo es más.	(Si las matemáticas son difíciles, entonces la lógica lo es más;) pero (si las matemáticas no son difíciles, entonces la lógica no lo es más.)	r: Las matemáticas son difíciles, s: La lógica es más difícil que las matemáticas.	$[(r \supset s) \wedge (\sim r \supset \sim s)] \equiv (r \equiv s)$
La potencia aumenta cuando y sólo cuando el área disminuye.	(La potencia aumenta) cuando y sólo cuando (el área disminuye.)	m: La potencia aumenta. n: El área disminuye.	$m \equiv n$

(Tabla 16)

Si “p”, “q” y “r” son falsas y las demás variables: “s”, “t”, “m” y “n” son verdaderas, el valor de verdad final de las fórmulas bicondicionales sería el siguiente:

Fórmula bicondicional	Valor de verdad final de la fórmula bicondicional
$\begin{array}{c} (p \wedge q) \equiv r \\ \underbrace{F \quad F} \quad F \\ (F) \\ \underbrace{\quad} \\ \mathbf{V} \end{array}$	V
$\begin{array}{c} (m \wedge n) \equiv (p \wedge q) \\ \underbrace{V \quad V} \quad \underbrace{F \quad F} \\ (V) \quad (F) \\ \underbrace{\quad} \\ \mathbf{F} \end{array}$	F
$\begin{array}{c} [(s \wedge t) \vee (\sim s \wedge \sim t)] \equiv (s \equiv t) \\ \underbrace{V \quad V} \quad \underbrace{V} \quad \underbrace{V} \quad \underbrace{V \quad V} \\ (V) \quad (F \quad F) \quad (V) \\ \underbrace{\quad} (F) \\ \underbrace{[V]} \\ \mathbf{V} \end{array}$	V
$\begin{array}{c} [(p \supset q) \wedge (\sim p \supset \sim q)] \equiv (p \equiv q) \\ \underbrace{F \quad F} \quad \underbrace{F} \quad \underbrace{F} \quad \underbrace{F \quad F} \\ (V) \quad (V \quad V) \quad V \\ \underbrace{\quad} (V) \\ \underbrace{[V]} \\ \mathbf{V} \end{array}$	V
$\begin{array}{c} t \equiv m \\ \underbrace{V \quad V} \\ \mathbf{V} \end{array}$	V

$\begin{array}{c} s \equiv t \\ \underbrace{V \quad V} \\ \mathbf{V} \end{array}$	V
$\begin{array}{c} [(n \wedge r) \vee (\sim n \wedge \sim r)] \equiv (n \equiv r) \\ \underbrace{V \quad F} \quad \underbrace{V \quad F} \quad \underbrace{V \quad F} \\ (F) \quad (F \quad V) \quad (F) \\ \underbrace{\quad (F)} \\ \underbrace{[F]} \\ \mathbf{V} \end{array}$	V
$\begin{array}{c} p \equiv q \\ \underbrace{F \quad F} \\ \mathbf{V} \end{array}$	V
$\begin{array}{c} [(r \supset s) \wedge (\sim r \supset \sim s)] \equiv (r \equiv s) \\ \underbrace{F \quad V} \quad \underbrace{F \quad V} \quad \underbrace{F \quad V} \\ (V) \quad (V \quad F) \quad F \\ \underbrace{\quad (F)} \\ \underbrace{[F]} \\ \mathbf{V} \end{array}$	V
$\begin{array}{c} m \equiv n \\ \underbrace{V \quad V} \\ \mathbf{V} \end{array}$	V

Una vez que hemos explicado y desarrollado la semántica y la sintaxis de las conectivas lógicas como conceptos funcionales, estamos listos para pasar a la última parte de esta tesis en la que realizaremos una evaluación semántica de validez de algunos razonamientos deductivos que hemos extraído de la ciencia y filosofía.

4. SIMBOLIZACIÓN DE RAZONAMIENTOS

4.1 Ejemplos extraídos de la ciencia y la filosofía

Cuando deseamos realizar una prueba de validez a cualquier argumento es necesario primero extraer su forma lógica a partir de su estructura gramatical, ya que ello no sólo nos permitirá tener una mejor comprensión del argumento mismo y de algunas cosas que pueden estar implícitas en él, sino que, además, una estructura lógica tiene la función (entre muchas otras) de presentar modelos o estructuras de razonamientos válidos que debemos seguir o implementar cuando deseamos argumentar correctamente, o bien, si deseamos salirnos con la nuestra, podremos emplear un razonamiento inválido, es decir, formular un argumento con una estructura inválida. Esa es una función muy importante que hay que resaltar acerca de la estructura lógica de un razonamiento: que es precisamente ella la que nos permite saber si estructuramos correctamente nuestros pensamientos a la hora de discurrir con alguien y presentarle nuestra postura a través de razones y no de meras opiniones. Al ser engañoso, ambiguo y enredado, el lenguaje cotidiano ocasiona que podamos decir cosas sin sentido que pueden sonar a veces como verosímiles, o incluso verdaderas, al momento de dialogar; pero, si estructuramos lógicamente nuestros pensamientos en razonamientos, podremos evitar este error tan común. En otras ocasiones podremos darnos cuenta de que, aunque nuestro razonamiento parezca plausible o muy viable lingüísticamente, tiene en realidad una estructura inválida, lo que implicaría, que estamos razonando incorrectamente y que, por ende, debemos reformularlo a partir de una estructura lógica válida que muy difícilmente podrán echar abajo nuestros contendientes o, por lo menos, no podrán echar abajo la estructura válida que hemos formulado.

A continuación, proponemos algunos pasos que debemos seguir para obtener o extraer la estructura lógica de un razonamiento:

1. Paráfrasis del razonamiento: Hacer la paráfrasis del razonamiento, de tal forma que todas las oraciones que lo integran expresen pensamientos completos.
2. Estructura lingüística del razonamiento: Separar los componentes del razonamiento (premisas y conclusión) mediante el marcaje de las expresiones derivativas y conjuntivas que figuren en el texto.
3. Inventario del razonamiento: Separar y enumerar las premisas y las conclusiones que componen el razonamiento.
4. Construcción gramatical lógica: A través de un uso adecuado de los signos de puntuación lógicos (paréntesis), indicar la estructura gramatical lógica de cada uno de los componentes del razonamiento, es decir, señalar la estructura lógica general de las premisas y la conclusión a partir de identificar las palabras o frases que cumplen con alguna función lógica veritativo-funcional, dentro de ellas.
5. Diccionario lógico del razonamiento: Identificar y numerar las distintas oraciones dentro del razonamiento para poder obtener un *diccionario lógico* en el cual, se utilicen distintas variables para representar cada una y sólo una de las oraciones del razonamiento.
6. Sustitución de variables en la construcción gramatical lógica: Sustituir en la construcción gramatical lógica las variables lógicas que han sido elegidas para representar cada una de las oraciones del razonamiento.
7. Estructura lógica del razonamiento: Presentar la forma lógica (o simbolización) general del razonamiento a partir de variables y constantes lógicas.

Posteriormente a estos pasos, presentamos tres razonamientos deductivos que hemos elegido de distintas áreas del conocimiento, para demostrar su validez en el siguiente y último capítulo de esta Tesis. El primer razonamiento lo hemos obtenido de la filosofía y se refiere a la inexistencia del ser; el segundo razonamiento consiste propiamente en observar cómo razonamos lógicamente y lingüísticamente un problema matemático y el

tercero, es una refutación en contra de la afirmación de que la homosexualidad es científicamente natural. Dichos razonamientos son los siguientes:

A) La inexistencia del ser

Y ciertamente ni el ser existe. Porque si el ser existe, sin duda o es eterno o creado o al mismo tiempo eterno y creado; pero ni es eterno ni creado ni ambas cosas, según hemos mostraremos; por lo tanto, no existe el ser.⁷⁵

B) ¿Se puede confiar en los amigos?

Arturo necesita \$775 para mandar a arreglar la bicicleta de montaña que su amigo Antonio le vendió en una "ganga". Para conseguir el dinero, Arturo decide vender limonadas afuera de su casa. Él va al mercado y por 5kg de limones le cobran \$50; pero su amigo le dice que, haciendo cuentas, necesita comprar 155 kg de limones para poder conseguir el dinero necesario para arreglar la bicicleta. ¿Cuánto dinero debe pagar Arturo por 155 kg de limones?, ¿le conviene a Arturo mandar arreglar la bicicleta de montaña que su amigo Antonio le vendió en una supuesta "ganga"?

C) "¡Yo nací así!" "¡Yo no puedo cambiar!"

Si existen investigaciones científicas que apoyan la presencia de un gen homosexual, entonces la homosexualidad es innata. Si la homosexualidad es innata, la atracción sexual por el mismo sexo no se puede evitar. Pero, la terapia psicológica probó ser exitosa en poder cambiar y/o evitar la atracción sexual por el mismo sexo. Por lo tanto, existen investigaciones científicas que apoyan la presencia de un gen homosexual.⁷⁶

⁷⁵ Gorgias, *Fragmentos*, p. 2.

⁷⁶ Reelaborado de: <http://www.accionfamilia.org>

Siguiendo los pasos que hemos mencionado para obtener o extraer la estructura lógica de un razonamiento, los tres ejemplos de razonamiento presentados se simbolizan de la siguiente forma:

A) La inexistencia del ser

Y ciertamente ni el ser existe. Porque si el ser existe, sin duda o es eterno o creado o al mismo tiempo eterno y creado; pero ni es eterno ni creado ni ambas cosas, según hemos mostraremos; por lo tanto, no existe el ser.

1. Paráfrasis del razonamiento: Hacer la paráfrasis de cada una de las oraciones que aparecen en el razonamiento, de tal forma que expresen pensamientos completos. En nuestro argumento, la paráfrasis que realizamos para completar oraciones queda señalada en letras cursivas.

Ciertamente el ser no existe. Porque si el ser existe, entonces o bien el ser es eterno o el ser es creado, o bien ocurre que el ser es eterno y el ser es creado. Sin embargo, no es cierto que el ser sea eterno y no es cierto que el ser sea creado y, no es cierto que al mismo tiempo el ser sea eterno y el ser sea creado. Por lo tanto, no es cierto que el ser existe.

En esta paráfrasis, lo importante que hay que resaltar y entender es que la expresión “sin duda” del argumento original está implicando una condición necesaria en el consecuente del condicional “si el ser existe, entonces *o bien el ser es eterno o el ser es creado, o bien ocurre que el ser es eterno y el ser es creado.*”

2. Estructura lingüística del razonamiento: Separar los componentes del razonamiento (premisas y conclusión) mediante el marcaje de las expresiones derivativas y conjuntivas que figuren en el texto. Dichas expresiones serán subrayadas en el argumento y las oraciones serán puestas entre paréntesis.

Ciertamente (el ser no existe). Porque (si el ser existe, entonces o bien el ser es eterno o el ser es creado, o bien ocurre que el ser es eterno y el ser es creado). Sin embargo, (no es cierto que el ser sea eterno y no es cierto que el ser sea creado y no es cierto que al mismo tiempo el ser

sea eterno y el ser sea creado). Por lo tanto, (no es cierto que el ser existe.)

observemos que la expresión “sin embargo” es una expresión que conjunta las dos premisas del argumento.

3. Inventario del razonamiento: Separar y enumerar las premisas y las conclusiones que componen el razonamiento.

Premisa 1: Si el ser existe, entonces o bien el ser es eterno o el ser es creado, o bien ocurre que el ser es eterno y el ser es creado.

Premisa 2: No es cierto que el ser sea eterno y no es cierto que el ser sea creado y no es cierto que al mismo tiempo el ser sea eterno y el ser sea creado.

Conclusión: No es cierto que el ser existe.

4. Construcción gramatical lógica: Señalar la estructura lógica general que tienen las premisas y la conclusión a partir de identificar las palabras o frases que cumplen con alguna función lógica veritativa-funcional dentro de ellas.

Como primer paso, en la premisa 1 encerremos entre paréntesis únicamente las oraciones simples, es decir, las oraciones que no contienen alguna frase lógica.

Premisa 1: Si (el ser existe), entonces o bien ocurre que (el ser es eterno o el ser es creado), o bien (el ser es eterno) y (el ser es creado).

Luego, marcamos en negritas la frase lógica principal de la oración:

Premisa 1: **Si** (el ser existe), **entonces** o bien ocurre que (el ser es eterno) o (el ser es creado), o bien (el ser es eterno) y (el ser es creado).

Después, encerramos entre llaves cada uno de los componentes del condicional material que figura como frase lógica principal de la oración:

Premisa 1: **Si** {(el ser existe)}, **entonces** {o bien ocurre que (el ser es eterno) o (el ser es creado), o bien (el ser es eterno) y (el ser es creado)}.

Como el consecuente del condicional está compuesto a su vez por una oración compuesta, en particular, por una disyunción lógica, señalamos en cursivas la frase que expresa dicha disyunción y encerremos entre corchetes sus disyuntos:

Premisa 1: **Si** [(el ser existe)], **entonces** [*o bien ocurre que* (el ser es eterno o el ser es creado), *o bien* (el ser es eterno y el ser es creado)].

Por último, como cada uno de los disyuntos que componen el consecuente del condicional, constituyen a su vez, oraciones compuestas: el primer disyunto una disyunción y el segundo disyunto una conjunción, subrayamos dichas frases lógicas:

Premisa 1: **Si** [(el ser existe)], **entonces** [*o bien ocurre que* (el ser es eterno o el ser es creado), *o bien* (el ser es eterno y el ser es creado)].

Para obtener la estructura gramatical lógica de la premisa 2, procedemos de la misma forma que con la premisa 1. Encerramos en paréntesis las oraciones simples:

Premisa 2: No es cierto que (el ser sea eterno) y no es cierto que (el ser sea creado) y no es cierto que al mismo tiempo (el ser sea eterno) y (el ser sea creado.)

Luego, marcamos en negritas la frase lógica principal de la oración:

Premisa 2: No es cierto que (el ser sea eterno) y no es cierto que (el ser sea creado) **y** no es cierto que al mismo tiempo (el ser sea eterno) y (el ser sea creado.)

Después, encerramos entre llaves cada uno de los componentes de la conjunción lógica que figura como frase lógica principal de la oración:

Premisa 2: {No es cierto que (el ser sea eterno) y no es cierto que (el ser sea creado)} y {no es cierto que al mismo tiempo (el ser sea eterno) y (el ser sea creado.)}

Como el primer conyunto de la conjunción principal está compuesto a su vez por una conjunción interna, marcamos ésta en cursivas y la encerramos entre corchetes. Luego, subrayamos la negación que está afectando cada uno de los conyuntos internos:

Premisa 2: {[No es cierto que (el ser sea eterno) y no es cierto que (el ser sea creado)]} y {no es cierto que al mismo tiempo (el ser sea eterno) y (el ser sea creado.)}

Ahora, observemos que la expresión “no es cierto que al mismo tiempo” del segundo conyunto, de la conjunción principal de toda la oración, es la frase lógica interna principal de este segundo conyunto, pues nos señala que la conjunción “el ser es eterno y el ser es creado” es falsa. Por tanto, señalamos en cursivas la frase lógica interna principal del segundo conyunto y encerramos entre corchetes la conjunción que niega:

Premisa 2: {[No es cierto que (el ser sea eterno) y no es cierto que (el ser sea creado)]} y {*no es cierto que al mismo tiempo* [(el ser sea eterno) y (el ser sea creado.)]}

Por último, subrayamos la partícula “y” que está al interior de los corchetes y que indica la conjunción lógica que es negada:

Premisa 2: {[No es cierto que (el ser es eterno) y no es cierto que (el ser es creado)]} y {*no es cierto que al mismo tiempo* [(el ser es eterno) y (el ser es creado.)]}

En la conclusión, como la única frase lógica que aparece es “no es cierto que”, entonces ésta la tomamos como la frase lógica de toda la oración y simplemente la marcamos en negritas para señalar su estructura gramatical lógica:

Conclusión: **No es cierto que** el ser existe.

5. Diccionario lógico del razonamiento: Identificar y numerar las distintas oraciones del razonamiento para luego poder utilizar distintas variables que representen cada una de las oraciones del razonamiento.

Oraciones:

- 1) El ser existe.
- 2) El ser es eterno.
- 3) El ser es creado.

Diccionario lógico:

- p: El ser existe.
q: El ser es eterno.
r: El ser es creado.

6. Sustitución de variables en la construcción gramatical lógica: Sustituir en la construcción gramatical lógica las variables lógicas que han sido elegidas para representar cada una de las oraciones del razonamiento.

Premisa 1: **Si** p, **entonces** [**o bien** (q o r), **o bien ocurre que** (q y r)].

Premisa 2: (no q y no r) **y no es cierto que** (q y r).

Conclusión: **no** p.

7. Estructura lógica del razonamiento: Sustituir cada una de las frases que expresan una función lógica por su respectiva expresión lógica. En este argumento, sustituimos la expresión “si..., entonces...” por el símbolo lógico “ \supset ”, la frase “o bien..., o bien...” por el símbolo lógico “ \vee ”, las frases “no” y “no es cierto que” por “ \sim ” y la partícula “y” por “ \wedge ”.

$$1. \quad p \supset [(q \vee r) \vee (q \wedge r)]$$

$$2. \quad (\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim (q \wedge r)$$

$$\therefore \quad \sim p$$

(Esquema no. 1)

Por tanto, la forma lógica del razonamiento sobre “la inexistencia del ser” es la que se presenta en el esquema 1.

B) ¿Se puede confiar en los amigos?

Arturo necesita \$775 para mandar a arreglar su bicicleta de montaña que su amigo Antonio le vendió en una "ganga". Para conseguir el dinero, Arturo decide vender limonadas afuera de su casa. Él va al mercado y por 5kg de limones le cobran \$50; pero su amigo le dice que, haciendo cuentas, necesita comprar 155 kg de limones para poder conseguir el dinero necesario para arreglar la bicicleta. ¿Cuánto dinero debe pagar Arturo por 155 kg de limones?, ¿le conviene a Arturo mandar arreglar la bicicleta de montaña que su amigo Antonio le vendió en una supuesta "ganga"?

Como este problema matemático nos pide resolver dos preguntas, entonces lo reformularemos en dos razonamientos deductivos y a cada uno de ellos les extraeremos su forma lógica.

Primer argumento: Si 5 kg de limones le cuestan a Arturo \$50, entonces 1 kg de limones le cuesta \$10 y si 1 kg de limones le cuesta \$10, entonces 155 kg de limones le cuestan \$1,550. Por lo tanto, si 5 kg de limones le cuestan a Arturo \$50, entonces 155 kg de limones le cuestan \$1,550.

1. Paráfrasis del razonamiento: Completamos oraciones y señalamos en letra cursiva la paráfrasis realizada.

Si 5 kg de limones le cuestan a Arturo \$50, entonces 1 kg de limones le cuesta *a Arturo* \$10 y si 1 kg de limones le cuesta *a Arturo* \$10, entonces 155 kg de limones le cuestan *a Arturo* \$1,550. Por lo tanto, si 5 kg de limones le cuestan a Arturo \$50, entonces 155 kg de limones le cuestan *a Arturo* \$1,550.

2. Estructura lingüística del razonamiento: Separar los componentes del razonamiento (premisas y conclusión) mediante el marcaje de las expresiones derivativas y conjuntivas que figuren en el texto

(Si 5 kg de limones le cuestan a Arturo \$50, entonces 1 kg de limones le cuesta a Arturo \$10) y (si 1 kg de limones le cuesta a Arturo \$10, entonces 155 kg de limones le cuestan a Arturo \$1,550.) Por lo tanto, (si 5 kg de limones le cuestan a Arturo \$50, entonces 155 kg de limones le cuestan a Arturo \$1,550.)

3. Inventario del razonamiento: Enumeramos y separamos las premisas de la conclusión.

Premisa 1: Si 5 kg de limones le cuestan a Arturo \$50, entonces 1 kg de limones le cuesta a Arturo \$10.

Premisa 2: Si 1 kg de limones le cuesta a Arturo \$10, entonces 155 kg de limones le cuestan a Arturo \$1,550.

Conclusión: Si 5 kg de limones le cuestan a Arturo \$50, entonces 155 kg de limones le cuestan a Arturo \$1,550.

4. Construcción gramatical lógica: En cada una de las premisas y en la conclusión marcamos en negritas la frase principal que expresa una función lógica y encerramos en paréntesis las oraciones que no contienen ninguna frase lógica veritativo-funcional.

Premisa 1: **Si** (5 kg de limones le cuestan a Arturo \$50), **entonces** (1 kg de limones le cuesta a Arturo \$10.)

Premisa 2: **Si** (1 kg de limones le cuesta a Arturo \$10), **entonces** (155 kg de limones le cuestan a Arturo \$1,550.)

Conclusión: **Si** (5 kg de limones le cuestan a Arturo \$50), **entonces** (155 kg de limones le cuestan a Arturo \$1,550.)

5. Diccionario lógico del razonamiento: Identificamos y numeramos las distintas oraciones del razonamiento para luego poder utilizar distintas variables que representen cada una de las oraciones del razonamiento.

Oraciones:

- 1) 5 kg de limones le cuestan a Arturo \$50.
- 2) 1 kg de limones le cuesta a Arturo \$10.
- 3) 155 kg de limones le cuestan a Arturo \$1,550.

Diccionario lógico:

- a: 5 kg de limones le cuestan a Arturo \$50.
- b: 1 kg de limones le cuesta a Arturo \$10.
- c: 155 kg de limones le cuestan a Arturo \$1,550.

6. Sustitución de variables en la construcción gramatical lógica: Sustituimos en la construcción gramatical lógica del punto 4 las variables que hemos definido en nuestro diccionario lógico.

Premisa 1: Si a, **entonces** b.
Premisa 2: **Si** b, **entonces** c.
Conclusión: **Si** a, **entonces** c.

7. Estructura lógica del razonamiento: Como la expresión “si..., entonces...” expresa un condicional lógico, sustituimos dicha expresión por el símbolo lógico “ \supset ”.

$$\begin{array}{l} 1. \quad a \supset b \\ 2. \quad b \supset c \\ \hline \therefore \quad a \supset c \end{array}$$

(Esquema no. 2)

Así pues, el primer argumento que hemos reconstruido a partir del problema matemático queda simbolizado mediante el esquema no. 2.

Segundo argumento: Si Arturo gasta más dinero del que necesita conseguir para mandar a arreglar su bicicleta, entonces no le conviene a Arturo arreglar la bicicleta que Antonio le vendió en una supuesta ganga. Y, en efecto, Arturo gastará más dinero del que necesita conseguir para mandar a arreglar su bicicleta. Por lo tanto, no le conviene a Arturo mandar arreglar la bicicleta que Antonio le vendió en una supuesta ganga.

1. Paráfrasis del razonamiento:

La paráfrasis en este caso es innecesaria, debido a que cada oración que figura en el argumento expresan ya un pensamiento completo.

2. Estructura lingüística del razonamiento: Subrayamos las expresiones derivativas y conjuntivas y encerramos entre paréntesis.

(Si Arturo gasta más dinero del que necesita conseguir para mandar a arreglar su bicicleta, entonces no le conviene a Arturo mandar a arreglar la bicicleta que Antonio le vendió en una supuesta ganga.) Y, en efecto,

(Arturo gastará más dinero del que necesita conseguir para mandar a arreglar su bicicleta.) Por lo tanto, (no le conviene a Arturo mandar arreglar la bicicleta que Antonio le vendió en una supuesta ganga.)

3. Inventario del razonamiento: Enumeramos y separamos las premisas de la conclusión.

Premisa 1: Si Arturo gasta más dinero del que necesita conseguir para mandar a arreglar su bicicleta, entonces no le conviene a Arturo mandar a arreglar la bicicleta que Antonio le vendió en una supuesta ganga.

Premisa 2: Arturo gasta más dinero del que necesita conseguir para mandar a arreglar su bicicleta.

Conclusión: No le conviene a Arturo mandar arreglar la bicicleta que Antonio le vendió en una supuesta ganga

4. Construcción gramatical lógica: En cada una de las premisas y la conclusión, marcamos y resaltamos las frases que expresan una función lógica veritativo-funcional según el sentido gramatical de las oraciones.

En la premisa 1, primero encerramos entre paréntesis las oraciones que no contienen alguna frase lógica; luego, la expresión lógica principal de esta premisa es “si..., entonces...” y la marcamos en negritas; después, la expresión lógica secundaria, de acuerdo con el sentido lingüístico de la oración, es la frase “no” y la indicamos en negrita-cursiva; por último, encerramos entre corchetes toda la oración negada.

Premisa 1: **Si** (Arturo gasta más dinero del que necesita conseguir para mandar a arreglar su bicicleta), **entonces** [*no* (le conviene a Arturo mandar a arreglar la bicicleta que Antonio le vendió en una supuesta ganga.)]

Como en la premisa 2 no aparece ninguna frase lógica, la dejamos tal cual.

Premisa 2: Arturo gasta más dinero del que necesita conseguir para mandar a arreglar su bicicleta.

Como la palabra “no” es la única expresión lógica que aparece en la conclusión, la debemos tomar como la expresión lógica principal de la oración, y por lo cual la marcamos en negritas y encerramos en paréntesis el resto de la oración.

Conclusión: **No** (le conviene a Arturo mandar arreglar la bicicleta que Antonio le vendió en una supuesta ganga.)

5. Diccionario lógico del razonamiento:

Oraciones:

- 1) Arturo gastó más dinero del que necesitaba conseguir para mandar a arreglar su bicicleta.
- 2) Le conviene a Arturo mandar arreglar la bicicleta que Antonio le vendió en una supuesta ganga.

Diccionario lógico:

- s: Arturo gasta más dinero del que necesita conseguir para mandar a arreglar su bicicleta.
t: Le conviene a Arturo mandar arreglar la bicicleta que Antonio le vendió en una supuesta ganga.

6. Sustitución de variables en la construcción gramatical lógica:

- Premisa 1: **Si** s, **entonces** (**no** t).
Premisa 2: s
Conclusión: **No** t.

7. Estructura lógica del razonamiento: Sustituir cada una de las expresiones lógicas que han aparecido por su respectivo símbolo lógico. Para simbolizar este argumento, sustituimos la expresión lógica “si..., entonces...” por “ \supset ” y la palabra “no” por el símbolo “ \sim ”.

$$\begin{array}{l} 1. \quad s \supset \sim t \\ 2. \quad s \\ \hline \therefore \sim t \end{array}$$

(Esquema no. 3)

Como vemos, el esquema no. 3 representa la forma lógica del segundo argumento del problema matemático.

C) “¡Yo nací así!” “¡Yo no puedo cambiar!”

Si existen investigaciones científicas que apoyan la presencia de un gen homosexual, entonces la homosexualidad es innata. Si la homosexualidad es innata, entonces la atracción sexual por el mismo sexo no se puede evitar. Pero, la terapia psicológica probó ser exitosa en poder cambiar y/o evitar la atracción sexual por el mismo sexo. Por lo tanto, existen investigaciones científicas que apoyan la presencia de un gen homosexual.

1. Paráfrasis del razonamiento: Completamos oraciones y señalamos en letra cursiva la paráfrasis realizada.

Pongamos atención en las oraciones “Si la homosexualidad es innata, la atracción sexual por el mismo sexo no se puede evitar” y “la terapia psicológica probó ser exitosa en poder cambiar y/o evitar la atracción sexual por el mismo sexo”. Lo primero que hay que observar es que la segunda oración niega lo que afirma el consecuente de la primera oración, es decir, que “la atracción sexual por el mismo sexo no se puede evitar”, pues de la segunda oración se desprende que *hay pruebas psicológicas de que se puede evitar la atracción sexual por el mismo sexo*. En consecuencia, puede hacerse la siguiente paráfrasis de dicha oración:

La atracción sexual por el mismo sexo se puede evitar.

Por lo tanto, la paráfrasis del argumento queda de la siguiente forma:

Si existen investigaciones científicas que apoyan la presencia de un gen homosexual, entonces la homosexualidad es innata. Si la homosexualidad es innata, entonces *no es cierto que la atracción sexual por el mismo sexo se puede evitar*. Pero, *la atracción sexual por el mismo sexo se puede evitar*. Por lo tanto, existen investigaciones científicas que apoyan la presencia de un gen homosexual.

2. Estructura lingüística del razonamiento: Subrayamos las expresiones derivativas y conjuntivas y encerramos entre paréntesis las oraciones.

(Si existen investigaciones científicas que apoyan la presencia de un gen homosexual, entonces la homosexualidad es innata.) (Si la homosexualidad es innata, entonces no es cierto que la atracción sexual por el mismo sexo se puede evitar.) Pero, (la atracción sexual por el

mismo sexo se puede evitar.) Por lo tanto, (existen investigaciones científicas que apoyan la presencia de un gen homosexual.)

3. Inventario del razonamiento: Enumeramos y separamos las premisas de la conclusión.

Premisa 1: Si existen investigaciones científicas que apoyan la presencia de un gen homosexual, entonces la homosexualidad es innata.

Premisa 2: Si la homosexualidad es innata, entonces no es cierto que la atracción sexual por el mismo sexo se pueda evitar.

Premisa 3: La atracción sexual por el mismo sexo se puede evitar.

Conclusión: Existen investigaciones científicas que apoyan la presencia de un gen homosexual.

4. Construcción gramatical lógica: En cada una de las premisas y en la conclusión marcamos en negritas la frase principal que expresa una función lógica y encerramos entre paréntesis las oraciones que no contienen ninguna frase lógica veritativo-funcional.

Premisa 1: **Si** (existen investigaciones científicas que apoyan la presencia de un gen homosexual), **entonces** (la homosexualidad es innata.)

En la premisa dos marcamos primero en negritas la frase principal de la oración que señala una función lógica; luego, encerramos entre corchetes cada uno de sus componentes y entre paréntesis las oraciones que no contienen alguna frase lógica veritativo-funcional:

Premisa 2: **Si** [(la homosexualidad es innata)], **entonces** [no es cierto que (la atracción sexual por el mismo sexo se pueda evitar.)]

Luego, señalamos en cursivas la frase lógica que aparece en el consecuente de la oración:

Premisa 2: **Si** [(la homosexualidad es innata)], **entonces** [*no es cierto que (la atracción sexual por el mismo sexo se pueda evitar.)*]

Por último, como en la premisa tres y en la conclusión no aparece ninguna frase lógica veritativo-funcional, éstas simplemente se enuncian como tales:

Premisa 3: La atracción sexual por el mismo sexo se puede evitar.

Conclusión: Existen investigaciones científicas que apoyan la presencia de un gen homosexual.

5. Diccionario lógico del razonamiento:

Oraciones:

- 1) Existen investigaciones científicas que apoyan la presencia de un gen homosexual.
- 2) La homosexualidad es innata.
- 3) La atracción sexual por el mismo sexo se pueda evitar.

Diccionario lógico:

- p: Existen investigaciones científicas que apoyan la presencia de un gen homosexual.
q: La homosexualidad es innata.
r: La atracción sexual por el mismo sexo se pueda evitar.

6. Sustitución de variables en la construcción gramatical lógica.

Premisa 1: **Si** *p*, **entonces** *q*.
Premisa 2: **Si** *q*, **entonces** (*no r*).
Premisa 3: *r*
Conclusión: *p*.

7. Estructura lógica del razonamiento:

$$\begin{array}{l} 1. \quad p \supset q \\ 2. \quad q \supset \sim r \\ 3. \quad r \\ \hline \therefore p \end{array}$$

(Esquema no. 4)

Por último, el esquema no. 4 representa la forma lógica del tercer razonamiento que versa sobre la homosexualidad. Ya tenemos nuestros tres razonamientos deductivos simbolizados. En el siguiente capítulo los evaluaremos por el método de reducción al absurdo por asignación de valores de verdad.

5. EVALUACIÓN SEMÁNTICA DE VALIDEZ DE RAZONAMIENTOS

5.1 Método de reducción al absurdo por asignación de valores de verdad

Dentro de la lógica proposicional existen distintos métodos para verificar la validez o invalidez de razonamientos deductivos. Hemos elegido el *método de reducción al absurdo por asignación de valores de verdad* para probar la validez de nuestros razonamientos deductivos, debido a que este método implica una metodología más económica y más eficiente en situaciones en las que nos interesa saber de una manera inmediata si un razonamiento es válido o no. El principio general de Reducción al absurdo (RAA) radica básicamente en lo siguiente:

Si se puede deducir una contradicción de un conjunto de premisas y del supuesto de haber agregado la negación de la conclusión deseada, como una premisa más, entonces nuestro supuesto es incorrecto y podemos deducir la conclusión deseada; por el contrario, si no podemos deducir una contradicción, entonces nuestro supuesto es correcto y no podemos deducir nuestra conclusión deseada.

En Lógica, a la fórmula: " $(p \wedge \sim p)$ " se le denomina una *fórmula lógicamente contradictoria* o una *contradicción lógica* y enuncia que dos fórmulas son contradictorias si una es la negación de la otra; nos indica sencillamente que estamos frente a una contradicción cuando se afirma al mismo tiempo que una misma fórmula es tanto verdadera como falsa. Como nosotros deseamos probar validez o invalidez en razonamientos deductivos mediante asignación de valores de verdad, el principio de RAA queda formulado de la siguiente manera:

Si del conjunto de premisas de un razonamiento deductivo formalizado y del hecho de suponer como premisa adicional lo contrario de lo que deseamos probar, es decir, validez, podemos deducir una contradicción (bajo la forma de una asignación contradictoria de valores veritativos (V y F) a una fórmula cualquiera de nuestro argumento), entonces ello implicará que nuestro razonamiento será válido; por el contrario, si no podemos deducir una contradicción lógica, entonces nuestro supuesto será correcto y, por ende, el razonamiento será inválido.

Veamos este principio con un ejemplo. Supongamos que tenemos la siguiente estructura lógica de un razonamiento cualquiera:

$$\begin{array}{l} 1. (p \supset q) \wedge r \\ 2. p \wedge r \\ \hline \therefore r \supset q \end{array}$$

y deseamos probar que dicho razonamiento es válido. Si seguimos el principio de RAA, debemos suponer de entrada lo contrario de lo que deseamos probar, es decir, debemos suponer la invalidez del razonamiento. Luego, suponer que un razonamiento es inválido equivale a aceptar lo contrario a nuestra noción intuitiva de validez (1b) descrita anteriormente (véase cap. 2, sección 2.2), la cual señalaba que: “no es posible que las premisas de un razonamiento sean verdaderas y su conclusión falsa”, es decir, como vamos a suponer invalidez, aceptamos, en consecuencia, que *es posible tener premisas verdaderas y conclusión falsa*. Por tanto, si suponemos invalidez como primer paso, nuestra fórmula lógica del razonamiento anterior quedaría representada de la siguiente manera:

$$\begin{array}{l} \textcircled{V} \quad 1. (p \supset q) \wedge r \\ \textcircled{V} \quad 2. p \wedge r \\ \hline \textcircled{F} \quad \therefore r \supset q \end{array}$$

Ahora bien, afirmar que ambas premisas del razonamiento son verdaderas y la conclusión falsa consiste en afirmar que ese es el valor de verdad que tiene la conectiva principal de las premisas y de la conclusión, es decir, el valor de verdad de la conectiva principal de cada una de las premisas es verdad y el valor de verdad de la conectiva principal de la conclusión es falsedad:

$$\mathbf{V} \quad 1. \quad (p \supset q) \wedge r$$

Ⓟ

$$\mathbf{V} \quad 2. \quad p \wedge r$$

Ⓟ

$$\mathbf{F} \quad \therefore r \supset q$$

Ⓟ

Luego, establecemos las condiciones de verdad que debe tener cada *conectiva interna* (si es que las hay) de cada uno de los componentes de la conectiva principal según nuestro supuesto. En nuestro argumento, sólo la premisa 1 tiene como primer conyunto, una conectiva interna que es un condicional; entonces, para que se cumpla nuestro supuesto de que esa premisa es verdadera, ambos conyuntos de la conjunción principal tienen que ser verdaderos de acuerdo con la tabla de verdad no. 1 de la conjunción lógica:

$$\mathbf{V} \quad 1. \quad (p \supset q) \wedge r$$

Ⓟ V Ⓟ

$$\mathbf{V} \quad 2. \quad p \wedge r$$

V

$$\mathbf{F} \quad \therefore r \supset q$$

F

Lo que a continuación tenemos que hacer es asignar valores de verdad únicos a cada una de las variables que figuran en las fórmulas internas de nuestro razonamiento y distribuir esos valores únicos en cada parte de las fórmulas en que las variables aparecen, de tal forma que respetemos las condiciones necesarias y suficientes para que se cumpla el valor de verdad que hemos supuesto que tiene la conectiva principal de las premisas y de la conclusión. Por ejemplo, como ya vimos que el valor de verdad de “r” debe ser verdadera (V), entonces este valor lo distribuimos en cada una de las demás fórmulas del argumento en que “r” aparece:

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{V} \quad 1. \quad (p \supset q) \wedge r \\
 \qquad \qquad \qquad \mathbf{V} \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{v} \\
 \\
 \mathbf{V} \quad 2. \quad p \wedge r \\
 \qquad \qquad \qquad \mathbf{V} \quad \mathbf{V} \\
 \hline
 \mathbf{F} \quad \therefore r \supset q \\
 \qquad \qquad \qquad \mathbf{V} \quad \mathbf{F}
 \end{array}$$

Como la conectiva principal de la conclusión es un condicional y su valor de verdad es F, entonces, si recordamos la tabla de verdad no.11 del condicional, tenemos que sólo hay una única manera en que un condicional puede ser falso y esto sucede cuando el antecedente es verdadero (V) y el consecuente falso (F); de modo que la única asignación de valores de verdad para que se cumpla el supuesto de que el condicional de la conclusión es falso, es que “r” sea V y “q” sea F.

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{V} \quad 1. \quad (p \supset q) \wedge r \\
 \qquad \qquad \qquad \mathbf{V} \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{v} \\
 \\
 \mathbf{V} \quad 2. \quad p \wedge r \\
 \qquad \qquad \qquad \mathbf{V} \quad \mathbf{v} \\
 \hline
 \mathbf{F} \quad \therefore r \supset q \\
 \qquad \qquad \qquad \mathbf{v} \quad \mathbf{F} \quad \mathbf{F}
 \end{array}$$

Luego, este valor de verdad único de “q” que hemos obtenido lo distribuimos en cada una de las demás fórmulas en que “q” aparece:

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{V} \quad 1. \quad (p \supset q) \wedge r \\
 \qquad \qquad \qquad \mathbf{V} \quad \mathbf{F} \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{v} \\
 \\
 \mathbf{V} \quad 2. \quad p \wedge r \\
 \qquad \qquad \qquad \mathbf{V} \quad \mathbf{v} \\
 \hline
 \mathbf{F} \quad \therefore r \supset q \\
 \qquad \qquad \qquad \mathbf{v} \quad \mathbf{F} \quad \mathbf{F}
 \end{array}$$

Después, volvemos a buscar en qué partes de nuestro argumento pueden hacerse nuevas asignaciones únicas de valores de verdad a partir de los valores únicos que ya hemos obtenido y distribuido. Por ejemplo, como tenemos la conjunción entre “ $p \wedge r$ ” en la premisa 2 y hemos supuesto que es verdadera y que, además, el segundo conyunto, “ r ”, es verdadero, entonces, si volvemos a la tabla de la conjunción lógica no. 1, observamos que una conjunción es verdadera únicamente cuando ambos conyuntos son verdaderos; por tanto, el valor de verdad que debe tener “ p ”, para que se cumpla nuestro supuesto de que la conjunción de la premisa 2 sea verdadera, es V:

V	1.	$(p \supset q) \wedge r$
		V F V v
V	2.	$p \wedge r$
		Ⓟ V v
F	∴	$r \supset q$
		v F F

distribuimos ahora este único valor de verdad que hemos obtenido para “ p ” en cada parte en que “ p ” aparezca dentro de nuestro argumento.

Ⓟ	1.	$(p \supset q) \wedge r$
		Ⓟ Ⓟ F V v
V	2.	$p \wedge r$
		v V v
F	∴	$r \supset q$
		v F F

Sin embargo, observemos que si le asignamos verdad a “ p ” en el primer conyunto de la premisa 1, el condicional: “ $p \supset q$ ” nos quedará falso y, entonces, la conectiva principal de la premisa 1 será falsa, pues tendremos que el primer conyunto será falso y el segundo conyunto verdadero, lo cual nos indica, a su vez, que esta premisa será falsa y no verdadera como habríamos supuesto desde el principio. Para que se cumpla nuestro

supuesto de que la premisa 1 sea verdadera, “p” tendría que tener como valor de verdad F o “q” tendría que ser V:

$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. (p \supset q) \wedge r \\ \quad \quad \textcircled{F} V \quad F \quad V \quad V \\ \\ \mathbf{V} \quad 2. p \wedge r \\ \quad \quad V \quad V \quad V \\ \\ \hline \mathbf{F} \quad \therefore r \supset q \\ \quad \quad V \quad \mathbf{F} \quad F \end{array}$	$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. (p \supset q) \wedge r \\ \quad \quad V \quad V \quad \textcircled{V} \quad V \quad V \\ \\ \mathbf{V} \quad 2. p \wedge r \\ \quad \quad V \quad V \quad V \\ \\ \hline \mathbf{F} \quad \therefore r \supset q \\ \quad \quad V \quad \mathbf{F} \quad F \end{array}$
---	---

pero ambas asignaciones contradicen nuestro supuesto inicial, de acuerdo con el cual llegamos al resultado necesario de que “p” tendría que ser V y “q” F. Por tanto, hemos encontrado una contradicción al suponer que nuestro razonamiento era inválido, pues encontramos que o bien “p” debe tener al mismo tiempo como valor de verdad a V y a F o bien “q” debe ser tanto verdadera como falsa, lo cual no puede ser, pues en Lógica una misma proposición no puede ser a la vez verdadera y falsa, es decir, no puede ocurrir que sea verdadera:

$$(p \wedge \sim p)$$

En consecuencia, por haber obtenido una asignación contradictoria de valores veritativos en ciertas fórmulas de nuestro razonamiento, a partir del supuesto de que nuestro razonamiento era inválido, podemos concluir que nuestro razonamiento es válido, en otras palabras, la conclusión de nuestro argumento, “ $r \supset q$ ”, sí es consecuencia lógica de sus premisas: “ $(p \supset q) \wedge r$ ” y “ $p \wedge r$ ”.

En resumen y para cerrar la reflexión sobre este ejemplo, si intentamos validar un argumento por el método de RAA por asignación de valores de verdad y encontramos una contradicción, entonces la estructura de ese argumento en particular no nos permite deducir una conclusión falsa a partir de suponerle premisas verdaderas y, en consecuencia, el argumento será válido; pero, si intentamos probar la validez de un argumento por este método y no encontramos una contradicción, entonces el

argumento será inválido, porque su estructura lógica permite deducir una conclusión falsa a partir de suponerle premisas verdaderas.

Con base en lo que hemos señalado en este capítulo y como continuación de los pasos enlistados sobre cómo simbolizar un argumento, proponemos de la siguiente metodología relativa a los pasos que debemos seguir para demostrar validez o invalidez de un razonamiento a través del método de RAA por asignación de valores de verdad.

Método de RAA por asignación de valores de verdad:

8. Suponer invalidez: Suponer que las premisas son verdaderas y la conclusión falsa, una vez que hemos extraído la forma lógica del razonamiento.
9. Suponer invalidez al interior de la forma lógica del razonamiento: Asignar verdad a la conectiva principal de cada premisa y falsedad a la conectiva principal de la conclusión.
10. Hallar una asignación única de valor de verdad para las variables lógicas: Una vez que hemos supuesto invalidez al interior de la forma lógica del razonamiento, observar si podemos deducir directamente y de manera única el valor de verdad de alguna de las variables que figuran en el interior de la forma lógica del razonamiento, respetando las condiciones de verdad de nuestras fórmulas lógicas.
11. Distribución de valores de verdad unívocos encontrados: Distribuir los valores de verdad que hemos encontrado de manera unívoca al resto de las fórmulas o componentes del razonamiento. En particular, si una variable aparece más de una vez en la estructura lógica del razonamiento, entonces ésta ha de ser tratada de la misma manera cada vez que aparezca en él; por ejemplo, si la variable “p” es verdadera en una parte de la fórmula lógica del razonamiento, entonces ha de ser verdadera siempre y en cada lugar de la fórmula lógica en que se ésta se presente.
12. Repetición de asignación de valores únicos de verdad: Continuar asignando valores de verdad internos y únicos al resto de las fórmulas o componentes del razonamiento, de la misma manera como procedimos en los pasos 11 y 12, hasta encontrar una contradicción lógica que contraste con nuestro supuesto.

13. Contradicción lógica: Si deducimos una contradicción lógica, bajo la forma de una asignación contradictoria de valores veritativos (V y F) a una fórmula cualquiera de nuestro razonamiento, nuestro supuesto habrá sido erróneo y, por tanto, el razonamiento será válido; de lo contrario, si no podemos deducir una contradicción, nuestro supuesto habrá sido correcto y, por ende, nuestro razonamiento será inválido.

A continuación, probamos la validez de los razonamientos que hemos elegido, con base en nuestra propuesta de evaluación semántica de validez mediante el método de RAA por asignación de valores de verdad.

5.2 Ejemplos extraídos de la ciencia y la filosofía

❖ Evaluación semántica de validez por el método de RAA para el razonamiento sobre la inexistencia del ser.

A) La inexistencia del ser

Una vez que ya tenemos simbolizado en el paso 8 el razonamiento:

$$\begin{array}{l} 1. \quad p \supset [(q \vee r) \vee (q \wedge r)] \\ 2. \quad (\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim (q \wedge r) \end{array}$$

$$\therefore \quad \sim p$$

(Esquema no. 1)

el paso siguiente (no. 9) para poder evaluar nuestro razonamiento consiste en suponer lo contrario de lo que deseamos probar, es decir, si deseamos probar que nuestro argumento sobre “la inexistencia del ser” es válido y vamos a proceder por el método de RAA, entonces debemos suponer que el razonamiento es inválido:

8. Suposición de invalidez:

$$\begin{array}{l}
 \textcircled{V} \quad 1. p \supset [(q \vee r) \vee (q \wedge r)] \\
 \textcircled{V} \quad 2. (\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim (q \wedge r) \\
 \hline
 \textcircled{F} \quad \therefore \sim p
 \end{array}$$

Una vez que ya tenemos simbolizado nuestro razonamiento, procedemos a probar su validez por el Método de RAA por asignación de valores de verdad; para ello, lo primero que hay que hacer es suponer lo contrario de lo que deseamos probar. Como deseamos probar validez, entonces suponemos, a modo de hipótesis, que el razonamiento es inválido, es decir, que es posible que tenga premisas verdaderas y conclusión falsa.

9. Suposición de invalidez al interior de la forma lógica del razonamiento:

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{V} \quad 1. p \supset [(q \vee r) \vee (q \wedge r)] \\
 \quad \quad \quad \textcircled{V} \\
 \mathbf{V} \quad 2. (\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim (q \wedge r) \\
 \quad \quad \quad \textcircled{V} \\
 \hline
 \mathbf{F} \quad \therefore \quad \sim p \\
 \quad \quad \quad \textcircled{F}
 \end{array}$$

Luego, a partir de nuestro supuesto, tenemos que la conectiva principal de cada una de las premisas es verdadera y que la conectiva principal de la conclusión es falsa.

10. Búsqueda de una asignación única de valor de verdad para las variables lógicas:

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{V} \quad 1. p \supset [(q \vee r) \vee (q \wedge r)] \\
 \quad \quad \quad \mathbf{V} \\
 \mathbf{V} \quad 2. (\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim (q \wedge r) \\
 \quad \quad \quad \mathbf{V} \\
 \hline
 \mathbf{F} \quad \therefore \quad \sim p \\
 \quad \quad \quad \mathbf{F} \textcircled{V}
 \end{array}$$

Observamos que en la conclusión podemos obtener un único valor de verdad para p , el cual es verdad, pues la falsedad de una fórmula negada nos da verdad en ésta (ver tabla 5).

11. Distribución de los valores de verdad unívocos encontrados:

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. \quad p \supset [(q \vee r) \vee (q \wedge r)] \\ \quad \quad \textcircled{\mathbf{V}} \quad \mathbf{V} \end{array}$$

$$\mathbf{V} \quad 2. \quad (\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim (q \wedge r)$$

\mathbf{V}

$$\mathbf{F} \quad \therefore \quad \sim p$$

$\mathbf{F} \quad \vee$

12. Búsqueda de nuevo de una asignación única de valor de verdad para las variables lógicas a partir de respetar las condiciones de verdad de la fórmulas internas:

$$\mathbf{V} \quad 1. \quad p \supset [(q \vee r) \vee (q \wedge r)]$$

$\vee \quad \mathbf{V} \quad \textcircled{\mathbf{V}}$

$$\mathbf{V} \quad 2. \quad (\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim (q \wedge r)$$

\mathbf{V}

$$\mathbf{F} \quad \therefore \quad \sim p$$

$\mathbf{F} \quad \vee$

La premisa 1 es un condicional que suponemos verdadero y hemos encontrado en el paso anterior que el antecedente debe ser verdadero, entonces, de acuerdo con las condiciones de verdad del condicional y para que se cumpla nuestro supuesto, el consecuente tiene que tener como único valor de verdad V. (ver tabla 11) Luego, como el consecuente, es a su vez, una disyunción, ésta tiene que ser verdadera (ver tabla 9).

Sin embargo, no podemos asignar de manera unívoca un valor de verdad a algún componente de la disyunción interna de la premisa 1, pues recordemos que en una fórmula disyuntiva tenemos tres casos posibles de verdad. Así, busquemos una nueva asignación única de valor de verdad para algún componente del argumento:

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. \quad p \supset [(q \vee r) \vee (q \wedge r)] \\ \quad \quad \vee \quad \mathbf{V} \quad \quad \quad \vee \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 2. \quad (\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim (q \wedge r) \\ \quad \quad \quad \textcircled{\mathbf{V}} \quad \quad \quad \mathbf{V} \quad \textcircled{\mathbf{V}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{F} \quad \therefore \quad \sim p \\ \quad \quad \quad \mathbf{F} \quad \vee \end{array}$$

La premisa 2 es una conjunción y como también supusimos que era verdadera, entonces cada conyunto tiene que ser verdadero para que se cumpla el supuesto de la premisa 2, pues una conjunción es verdadera sólo cuando ambos conyuntos son verdaderos (ver tabla 1).

En esta segunda premisa, sí podemos obtener una asignación única de valores de verdad para “q” y “r” pues como el primer conyunto está compuesto, a su vez, por otra conjunción interna y dicha conjunción interna debe ser verdadera, entonces cada una de las fórmulas de sus conyuntos tiene que ser verdadera:

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. \quad p \supset [(q \vee r) \vee (q \wedge r)] \\ \quad \quad \vee \quad \mathbf{V} \quad \quad \quad \vee \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 2. \quad (\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim (q \wedge r) \\ \quad \quad \quad \textcircled{\mathbf{V}} \quad \vee \quad \textcircled{\mathbf{V}} \quad \mathbf{V} \quad \vee \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{F} \quad \therefore \quad \sim p \\ \quad \quad \quad \mathbf{F} \quad \vee \end{array}$$

en consecuencia, “q” y “r” deben tener ambos como valor de verdad F, pues si una fórmula negada es verdadera, eso implica que la fórmula que está negado tiene F como valor de verdad (ver tabla 5):

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. \quad p \supset [(q \vee r) \vee (q \wedge r)] \\ \quad \quad \vee \quad \mathbf{V} \quad \quad \quad \vee \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 2. \quad (\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim (q \wedge r) \\ \quad \quad \quad \vee \textcircled{\mathbf{F}} \quad \vee \quad \vee \textcircled{\mathbf{F}} \quad \mathbf{V} \quad \vee \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{F} \quad \therefore \quad \sim p \\ \quad \quad \quad \mathbf{F} \quad \vee \end{array}$$

13. Distribución de valores de verdad unívocos encontrados:

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. \quad p \supset [(q \vee r) \vee (q \wedge r)] \\ \vee \quad \mathbf{V} \quad \textcircled{\mathbf{F}} \quad \textcircled{\mathbf{F}} \quad \vee \quad \textcircled{\mathbf{F}} \quad \textcircled{\mathbf{F}} \end{array}$$

Como hemos obtenido valores únicos para “q” y para “r”, distribuimos dichos valores al interior de cada fórmula lógica en las que aparecen.

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 2. \quad (\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim (q \wedge r) \\ \vee \quad \mathbf{F} \quad \vee \quad \vee \quad \mathbf{F} \quad \mathbf{V} \quad \vee \quad \textcircled{\mathbf{F}} \quad \textcircled{\mathbf{F}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{F} \quad \therefore \quad \sim p \\ \mathbf{F} \quad \vee \end{array}$$

Luego, la fórmula “(q ∨ r)” será falsa, pues cuando ambos disyuntos son falsos en una disyunción, la disyunción resulta falsa (ver tabla 8). Igualmente, la fórmula “(q ∧ r)” será falsa, porque cuando ambos conyuntos son falsos en la conjunción lógica, la conjunción será falsa (ver tabla 1):

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. \quad p \supset [(q \vee r) \vee (q \wedge r)] \\ \vee \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{F} \quad \textcircled{\mathbf{F}} \quad \mathbf{F} \quad \vee \quad \mathbf{F} \quad \textcircled{\mathbf{F}} \quad \mathbf{F} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 2. \quad (\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim (q \wedge r) \\ \vee \quad \mathbf{F} \quad \vee \quad \vee \quad \mathbf{F} \quad \mathbf{V} \quad \vee \quad \mathbf{F} \quad \textcircled{\mathbf{F}} \quad \mathbf{F} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{F} \quad \therefore \quad \sim p \\ \mathbf{F} \quad \vee \end{array}$$

14. Deducción de contradicción:

$$\begin{array}{c} \text{V} \\ \text{V} \end{array} \quad 1. \quad p \supset [(q \vee r) \vee (q \wedge r)]$$

$$\begin{array}{c} \text{V} \\ \text{V} \end{array} \quad 2. \quad (\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim (q \wedge r)$$

$$\begin{array}{c} \text{F} \\ \text{F} \end{array} \quad \therefore \quad \begin{array}{c} \sim p \\ \vee \end{array}$$

Como “(q ∨ r)” y “(q ∧ r)” resultaron ser ambas fórmulas falsas unidas en disyunción, entonces la fórmula “[(q ∨ r) ∨ (q ∧ r)]”, que compone el consecuente del condicional de la premisa 1, no será verdadero, sino falso, de acuerdo con las condiciones de verdad que señalamos de la disyunción lógica en la tabla 9.

Lo anterior, implica, a su vez, que el condicional de la premisa 1 tampoco es verdadero, como supusimos al inicio, ya que un condicional con antecedente verdadero y consecuente falso da un condicional falso. (ver tabla 11)

En consecuencia, deducimos una contradicción lógica: que “q ∧ ~q” o “r ∧ ~r” deberían ser verdaderas, al suponer que nuestro argumento era inválido.

Por lo tanto, nuestro supuesto de que el argumento era inválido es erróneo. Podemos deducir, finalmente, que el razonamiento que versa acerca de la inexistencia del ser es válido y, más aún, que la estructura lógica de este razonamiento nunca nos permitirá deducir una conclusión falsa a partir de premisas verdaderas, llénese dicha estructura con los contenidos que se desee.

❖ Evaluación semántica de validez para analizar cómo razonamos lógica y lingüísticamente un problema matemático.

B) ¿Se puede confiar en los amigos?

Antes que nada, supongamos que en un curso básico de matemáticas se nos pide resolver el siguiente problema:

Arturo necesita \$775 para mandar a arreglar su bicicleta de montaña que su amigo Antonio le vendió en una "ganga". Para conseguir el dinero, Arturo decide vender limonadas afuera de su casa. Él va al mercado y por 5 kg de limones le cobran \$50, pero su amigo le dice que, haciendo cuentas, necesita comprar 155 kg de limones para poder conseguir el dinero necesario para arreglar la bicicleta. ¿Cuánto dinero debe pagar Arturo por 155 kg de limones?, ¿le conviene a Arturo mandar arreglar la bicicleta de montaña que su amigo Antonio le vendió en una supuesta "ganga"?

Podemos responder la primera pregunta: “¿cuánto dinero debe pagar Arturo por 5 Kg de limones?”, simplemente estableciendo una “regla de tres” de la siguiente manera:

$$\begin{array}{ccc} 5 \text{ kg de limones} & \longrightarrow & \$50 \\ 155 \text{ kg de limones} & \longrightarrow & x \end{array}$$

que matemáticamente equivale a realizar la siguiente operación:

$$\frac{(155\text{kg}) \cdot (\$50)}{5\text{kg}} = x$$

es decir:

$$\frac{(155\text{kg}) \cdot (\$50)}{5\text{kg}} = \$1,550; \quad \therefore x = \$1,550$$

Por lo tanto, Arturo debe pagar \$1,550 por 155 kg de limones. Luego, para contestar la segunda pregunta del problema: “¿le conviene a Arturo mandar a arreglar la bicicleta de montaña que su amigo Antonio le vendió en una supuesta *ganga*?”, debemos comparar la cantidad que Arturo necesita para mandar arreglar su bicicleta con la cantidad que él debe pagar por los 155 kg de limones. Obviamente, si la cantidad que necesita para mandar a arreglar su bicicleta es menor que la que debe pagar por los 155 kg de limones, entonces sí le conviene a Arturo mandar a arreglar su bicicleta, de lo contrario, no le conviene.

Arturo necesita \$775 para mandar a arreglar su bicicleta,
pero debe pagar \$1,550 por 155 kg de limones.

En consecuencia:

$$\$775 < \$1,550$$

es decir, no le conviene a Arturo mandar a arreglar la bicicleta de montaña que su amigo Antonio le vendió en una "ganga", porque tiene que gastar más de lo que

necesita. En resumen, Antonio resultó muy astuto al venderle la bicicleta al pobre de Arturo.

Hemos resuelto nuestro problema matemático al haber echado mano de las herramientas adecuadas que nos brinda el álgebra, como son las operaciones elementales de la multiplicación y la división y de haber implementado una relación básica de orden. Estas herramientas nos permitieron resolver numéricamente el problema; sin embargo, la lógica también nos brinda una serie de herramientas con las cuales podemos analizar la estructura lógica de nuestro razonamiento al momento de resolver dicho problema, es decir, por medio de la lógica deductiva podemos establecer el razonamiento lógico y lingüístico que subyace al análisis de un problema matemático de este tipo. Ante este tipo de problema matemático, que implica una “regla de tres” o *regla de los cuatro términos*, ya reformulamos el problema en dos razonamiento deductivos, mediante los cuales se advierte la manera como analizamos y entendemos un problema matemático de esta índole. El primer argumento quedó simbolizado por el esquema no. 2.

8. Simbolización del razonamiento:

$$\begin{array}{l} 1. \quad a \supset b \\ 2. \quad b \supset c \\ \hline \therefore \quad a \supset c \end{array}$$

9. Suposición de invalidez:

$$\begin{array}{l} \textcircled{V} \quad 1. \quad a \supset b \\ \textcircled{V} \quad 2. \quad B \supset c \\ \hline \textcircled{F} \quad \therefore \quad a \supset c \end{array}$$

Una vez simbolizado nuestro razonamiento, pasamos a probar su validez por el método de RAA por asignación de valores de verdad. Como deseamos probar su validez, entonces establecemos desde el inicio nuestro supuesto de invalidez.

10. Suposición de invalidez al interior de la forma lógica del razonamiento:

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. \quad a \supset b \\ \quad \quad \quad \textcircled{\mathbf{V}} \end{array}$$

Suponemos que la conectiva principal de cada una de las premisas es verdadera y falsa la conectiva principal de la conclusión.

$$\mathbf{V} \quad 2. \quad b \supset c \\ \quad \quad \quad \textcircled{\mathbf{V}}$$

$$\mathbf{F} \quad \therefore \quad a \supset c \\ \quad \quad \quad \textcircled{\mathbf{F}}$$

11. Búsqueda de una asignación única de valor de verdad para las variables lógicas:

$$\mathbf{V} \quad 1. \quad a \supset b \\ \quad \quad \quad \mathbf{V}$$

Como tenemos que la fórmula lógica de ambas premisas es un condicional verdadero, según nuestro supuesto de invalidez, no podemos hacer una asignación única de valores de verdad para las variables “a”, “b” y “c” que aparecen en ellas pues, de acuerdo con las condiciones de verdad del condicional material, tenemos tres casos en los cuales un condicional lógico es verdadero (ver tabla 11).

$$\mathbf{V} \quad 2. \quad b \supset c \\ \quad \quad \quad \mathbf{V}$$

$$\mathbf{F} \quad \therefore \quad a \supset c \\ \quad \quad \quad \textcircled{\mathbf{V}} \quad \mathbf{F} \quad \textcircled{\mathbf{F}}$$

Sin embargo, en la conclusión sí podemos establecer que “a” y “c” deben tener como valores de verdad únicos V y F, respectivamente, porque una fórmula condicional es falsa sólo en el caso de que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso (ver tabla 11).

12. Distribución de los valores de verdad unívocos encontrados:

$$\mathbf{V} \quad 1. \quad a \supset b \\ \quad \quad \quad \textcircled{\mathbf{V}} \quad \mathbf{V}$$

$$\mathbf{V} \quad 2. \quad b \supset c \\ \quad \quad \quad \mathbf{V} \quad \textcircled{\mathbf{F}}$$

$$\mathbf{F} \quad \therefore \quad a \supset c \\ \quad \quad \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{F} \quad \mathbf{F}$$

13. Búsqueda de nuevo de una asignación única de valores de verdad para las variables lógicas a partir de respetar las condiciones de verdad de la fórmulas internas:

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. \ a \supset b \\ \quad \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{V} \end{array}$$

Como la premisa 1 es una fórmula condicional supuesta como verdadera, con antecedente "a" verdadero, entonces el consecuente "b" debe tener V como único valor de verdad para que se cumpla el supuesto de verdad de la premisa 1.

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 2. \ b \supset c \\ \quad \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{F} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{F} \quad \therefore \ a \supset c \\ \quad \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{F} \quad \mathbf{F} \end{array}$$

14. Distribución de valores de verdad unívocos encontrados:

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. \ a \supset b \\ \quad \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{V} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 2. \ b \supset c \\ \quad \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{F} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{F} \quad \therefore \ a \supset c \\ \quad \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{F} \quad \mathbf{F} \end{array}$$

15. Deducción de contradicción:

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. \ a \supset b \\ \quad \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{V} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 2. \ b \supset c \\ \quad \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{F} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{F} \quad \therefore \ a \supset c \\ \quad \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{F} \quad \mathbf{F} \end{array}$$

Como la premisa 2 es también una fórmula condicional con antecedente "b" verdadero y consecuente "c" falso, entonces dicha fórmula condicional nos da falsedad y no verdad (ver tabla 11) como supusimos desde el principio.

En consecuencia, encontramos la contradicción lógica: $(b \wedge \sim b)$ debería ser verdadera al suponer que nuestro argumento era inválido, pues para que se cumpla nuestro supuesto de que la premisa 2 sea verdadera, "b" tendría que tener F como valor de verdad, pero esto contradeciría del mismo modo el supuesto de que la premisa 1 debe ser verdadera.

Por lo tanto, como hemos deducido una contradicción al suponer que nuestro argumento era inválido, podemos en consecuencia afirmar que este primer razonamiento es válido; pero, ¿qué significa esto en relación a la solución del problema? Significa que hemos razonado y entendido correctamente este problema matemático y, gracias a ello y con las herramientas adecuadas del álgebra, pudimos contestar numéricamente y de forma correcta lo que se nos pedía en el problema. ¿No es sorprendente la lógica? Con ella podemos saber si estructuramos de manera adecuada nuestros pensamientos, nuestras ideas, nuestros conocimientos; ella nos ayuda a entender mejor las cosas con las que nos topamos día a día.

Pero, abordemos la segunda parte del problema matemático y veamos cómo razonamos lógica y lingüísticamente para contestar la segunda pregunta, a saber: “¿le conviene a Arturo arreglar la bicicleta de montaña que su amigo Antonio le vendió en una supuesta *ganga*?”. Como señalábamos cuando contestamos esta pregunta a partir de una relación de orden, no es difícil darse cuenta de que no vale la pena hacer un gasto mayor en arreglar algo ya usado si comprándolo nuevo gastamos menos y obtenemos una mercancía de mejor calidad. Esta reflexión nos ayuda a formular el segundo argumento del problema de la siguiente manera:

Segundo argumento: Si Arturo gasta más dinero del que necesita conseguir para mandar a arreglar su bicicleta, entonces no le conviene arreglar la bicicleta que Antonio le vendió en una supuesta *ganga*. Arturo gastaría más dinero del que necesitaba conseguir para mandar a arreglar su bicicleta. Por lo tanto, no le conviene a Arturo mandar arreglar la bicicleta que Antonio le vendió en una supuesta *ganga*.

Procedemos a demostrar la validez de nuestro razonamiento:

8. Simbolización del razonamiento:

$$1. \quad s \supset \sim t$$

$$2. \quad s$$

$$\therefore \quad \sim t$$

(Esquema no. 3)

9. Suposición de invalidez:

$$\begin{array}{l}
 \textcircled{V} \quad 1. \quad s \supset \sim t \\
 \textcircled{V} \quad 2. \quad s \\
 \hline
 \textcircled{F} \quad \therefore \sim t
 \end{array}$$

Como deseamos probar validez, entonces suponemos lo contrario, es decir, suponemos que el argumento es inválido.

10. Suposición de invalidez al interior de la forma lógica del razonamiento:

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{V} \quad 1. \quad s \supset \sim t \\
 \quad \quad \quad \textcircled{V} \\
 \\
 \mathbf{V} \quad 2. \quad s \\
 \quad \quad \quad \textcircled{V} \\
 \hline
 \mathbf{F} \quad \therefore \sim t \\
 \quad \quad \quad \textcircled{F}
 \end{array}$$

11. Búsqueda de una asignación única de valores de verdad para las variables lógicas:

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{V} \quad 1. \quad s \supset \sim t \\
 \quad \quad \quad \textcircled{V} \quad V \\
 \\
 \mathbf{V} \quad 2. \quad s \\
 \quad \quad \quad V \\
 \hline
 \mathbf{F} \quad \therefore \sim t \\
 \quad \quad \quad F
 \end{array}$$

Según nuestro supuesto de invalidez, como sólo aparece la variable "s" en la premisa 2, tiene como valor de verdad único a V y asignamos este mismo valor en cada fórmula del argumento en la que "s" aparezca.

12. Búsqueda de nuevo de una asignación única de valores de verdad para las variables lógicas a partir de respetar las condiciones de verdad de las fórmulas internas:

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. \quad s \supset \sim t \\ \quad \quad \quad \mathbf{V} \end{array}$$

Asignamos verdad a la variable "t" de la conclusión de acuerdo con las condiciones de verdad de la negación (ver tabla 5).

$$\mathbf{V} \quad 2. \quad \begin{array}{c} s \\ v \end{array}$$

$$\mathbf{F} \quad \therefore \quad \begin{array}{c} \sim t \\ \mathbf{F} \quad \textcircled{\mathbf{V}} \end{array}$$

13. Distribución de valores de verdad unívocos encontrados:

$$\mathbf{V} \quad 1. \quad \begin{array}{c} s \supset \sim t \\ v \quad \mathbf{V} \quad \textcircled{\mathbf{V}} \end{array}$$

$$\mathbf{V} \quad 2. \quad \begin{array}{c} s \\ v \end{array}$$

$$\mathbf{F} \quad \therefore \quad \begin{array}{c} \sim t \\ \mathbf{F} \quad v \end{array}$$

14. Deducción de contradicción:

$$\textcircled{\mathbf{V}} \quad 1. \quad \begin{array}{c} s \supset \sim t \\ v \quad \textcircled{\mathbf{V}} \quad \textcircled{\mathbf{F}} \quad v \end{array}$$

$$\mathbf{V} \quad 2. \quad \begin{array}{c} s \\ v \end{array}$$

$$\mathbf{F} \quad \therefore \quad \begin{array}{c} \sim t \\ \mathbf{F} \quad v \end{array}$$

Sin embargo, si asignamos V a "t" en la premisa 1, tenemos que es falsa la fórmula " $\sim t$ " que constituye su consecuente, lo cual implica que la fórmula condicional de la premisa no es verdadera sino falsa, pues un condicional es falso únicamente cuando su antecedente es verdadero y su consecuente falso. En consecuencia, hemos deducido una contradicción lógica: " $(t \wedge \sim t)$ " debería ser verdadera al suponer que la premisa 1 era verdadera.

Por lo tanto, podemos deducir que el argumento examinado es válido; así, a Arturo no le convine mandar a arreglar la bicicleta de montaña que Antonio le vendió en una supuesta “ganga” porque gastará más de lo que necesita para arreglarla. Es más, Antonio hizo su “agosto” con Arturo pues, de haber sabido Arturo que mandar arreglar la dichosa bicicleta le iba a salir más caro que comprar una nueva, entonces no le hubiera comprado a Antonio la bicicleta y mejor hubiera comprado una nueva desde el principio. Sin duda, Antonio se vio muy astuto con el pobre de Arturo, pues se rumora que unos días después, él traía bicicleta nueva.

❖ Evaluación semántica de validez del razonamiento que refuta la afirmación de que se nace homosexual.

C) “¡Yo nací así!”, “¡Yo no puedo cambiar!”

8. Simbolización del razonamiento:

$$\begin{array}{l} 1. \quad p \supset q \\ 2. \quad q \supset \sim r \\ 3. \quad r \\ \hline \therefore \quad p \end{array}$$

(Esquema no. 4)

9. Suposición de invalidez:

$$\begin{array}{l} \textcircled{V} \quad 1. \quad p \supset q \\ \textcircled{V} \quad 2. \quad q \supset \sim r \\ \textcircled{V} \quad 3. \quad r \\ \hline \textcircled{F} \quad \therefore \quad p \end{array}$$

10. Suposición de invalidez al interior de la forma lógica del razonamiento:

$$V \quad 1. \quad p \supset q \\ \textcircled{V}$$

Suponemos que la conectiva principal de cada una de las premisas es verdadera y falsa la conectiva principal de la conclusión.

$$V \quad 2. \quad q \supset \sim r \\ \textcircled{V}$$

$$V \quad 3. \quad r \\ \textcircled{V}$$

$$F \quad \therefore \quad p \\ \textcircled{F}$$

11. Búsqueda de una asignación única de valores de verdad para las variables lógicas:

$$V \quad 1. \quad p \supset q \\ V$$

Por la estructura lógica que tiene este razonamiento, obtenemos V como único valor de verdad posible de la variable "r" de la premisa no. 3 y F, como único valor de verdad posible de la variable "p" de la conclusión.

$$V \quad 2. \quad q \supset \sim r \\ V$$

$$V \quad 3. \quad r \\ \textcircled{V}$$

$$F \quad \therefore \quad p \\ \textcircled{F}$$

12. Distribución de los valores de verdad unívocos encontrados:

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. \quad p \supset q \\ \quad \quad \textcircled{\mathbf{F}} \quad \mathbf{V} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 2. \quad q \supset \sim r \\ \quad \quad \mathbf{V} \quad \textcircled{\mathbf{V}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 3. \quad r \\ \quad \quad \mathbf{V} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{F} \quad \therefore \quad p \\ \quad \quad \mathbf{F} \end{array}$$

13. Búsqueda de una nueva asignación única de valores de verdad para las otras variables lógicas, a partir de respetar las condiciones de verdad de las fórmulas internas:

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. \quad p \supset q \\ \quad \quad \mathbf{F} \quad \mathbf{V} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 2. \quad q \supset \sim r \\ \quad \quad \textcircled{\mathbf{F}} \quad \mathbf{V} \quad \textcircled{\mathbf{F}} \quad \mathbf{V} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 3. \quad r \\ \quad \quad \mathbf{V} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{F} \quad \therefore \quad p \\ \quad \quad \mathbf{F} \end{array}$$

Como en la premisa 2, “r” es verdadera, entonces “~r” debe ser F de acuerdo con las condiciones de verdad de la negación (ver tabla no. 5).

Asimismo, como la fórmula de esta premisa es un condicional que hemos supuesto verdadero y además, hemos encontrado que su consecuente: “~r” es falso, entonces el antecedente “q” debe tener como único valor de verdad F pues, de lo contrario, si “q” es V, nuestro supuesto no se cumpliría, es decir, el condicional de la premisa 2 no sería verdadero sino falso, de acuerdo con la tabla 11 del condicional material.

14. Distribución de los valores unívocos encontrados:

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 1. \quad p \supset q \\ \quad \quad \quad \mathbf{F} \quad \mathbf{V} \quad \textcircled{\mathbf{F}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 2. \quad q \supset \sim r \\ \quad \quad \quad \mathbf{F} \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{F} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{V} \quad 3. \quad r \\ \quad \quad \quad \mathbf{V} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{F} \quad \therefore \quad p \\ \quad \quad \quad \mathbf{F} \end{array}$$

Luego, al asignar falsedad al consecuente de la premisa 1, nuestro supuesto de que esta premisa es verdadera se cumple. Y no sólo ésta, sino también el supuesto que hicimos del resto de las premisas y de la conclusión.

Por lo tanto, al haber procedido por el método de RAA por asignación de valores de verdad y no haber encontrado contradicción lógica alguna, al asignar valores únicos de verdad en alguna parte de las fórmulas internas de nuestro argumento afirmamos, en consecuencia, que nuestro supuesto de invalidez es correcto y, por lo tanto, que el argumento es inválido, es decir, en este argumento deductivo, la conclusión no se sigue lógicamente de las premisas.

En resumen, hemos demostrado, a través del método de RAA por asignación de valores de verdad, que de los tres argumentos que presentamos los dos primeros son válidos y el tercero no; pero recordemos cómo lo hicimos. Nosotros queríamos demostrar que nuestros argumentos eran válidos; para demostrarlo, procedimos por el método de RAA que nos indicaba como primer paso fundamental suponer lo contrario de lo que queremos demostrar, es decir, suponer que el argumento era inválido. Luego, si a partir de este supuesto encontrábamos o deducíamos una contradicción lógica al asignar valores únicos de verdad a las variables del argumento, bajo la forma de una asignación contradictoria de valores veritativos (V y F) a una fórmula cualquiera de nuestro razonamiento nuestro supuesto de invalidez era erróneo y, en consecuencia, demostrábamos la validez del argumento; pero si no hallábamos una contradicción lógica, nuestro supuesto era correcto y, por ende, el argumento era inválido.

Por último, para concluir y sintetizar en una sola idea todo lo que hemos presentado a lo largo de esta tesis, es conveniente contestar las siguientes preguntas: “¿cuál es la importancia de simbolizar un argumento y saber que es válido o inválido?”, “¿qué ganamos con ello?” Cuando simbolizamos un argumento, lo primero que ganamos con ello es la obtención de su estructura lógica, la cual puede resultar válida o inválida. Dependiendo de cómo sea dicha estructura, podemos apelar a ella y formular diversos argumentos con la misma forma lógica según nuestros intereses, es decir, si deseamos formular un argumento inválido, podemos recurrir a una forma inválida; por el contrario, si queremos formular un argumento válido, que es lo más conveniente al momento de discurrir razonablemente con otra persona, expresamos un argumento que contenga una estructura válida que muy difícil será de refutar, por lo menos no por su forma lógica pues recuérdese que vimos que la validez depende únicamente de la forma y no propiamente del contenido.

Luego, podemos decir que ganamos claridad al momento de descomponer el argumento -por decirlo de alguna manera-, ya que gracias a la lógica deductiva podemos saber qué es lo que se trata de demostrar y cuáles son las razones que se dan a favor o en contra de ello. Podemos saber de qué tipo de argumento se trata y si es un argumento deductivo, podemos echar mano de la lógica deductiva para saber bajo qué condiciones las afirmaciones que se hacen en el argumento son o no verdaderas; a su vez, esto nos da la oportunidad de saber cuál o cuáles premisas atacar para echar abajo o quitarle veracidad a la conclusión del argumento. Con esto ganamos que el argumento no ofrezca razones contundentes a favor de su conclusión: puede tener una estructura válida, pero no contar con razones realmente categóricas para defender su conclusión, con lo cual ésta queda en entre dicho.

Igualmente, lo anterior nos permitiría formular más cosas de lo que el mismo argumento está diciendo a primera vista, es decir, podemos quizás concluir otra u otras cosas; reformular el argumento para que no sólo tenga una estructura válida, sino que sus aseveraciones sean contundentes, verdaderas y difíciles de refutar. Mas hacer todo esto es rebasar los límites de la lógica, es hacer ya filosofía, porque nos lleva a realizar una investigación más a fondo del tema, reflexionar más allá de lo que se nos presenta; indagar nuevas alternativas, nuevas formulaciones, nuevas estructuras válidas a partir

de tomar en cuenta distintos puntos de vista acerca de un tema es hacer filosofía, es renovar, transformar lo ya dicho, es crear. Considero que todo esto es la filosofía y el propósito de este pequeño manual de lógica consiste en poder coadyuvar al estudiante de filosofía en dicha tarea.

6. CONCLUSIONES

Por una parte, a lo largo de esta investigación observamos que el estudio de la lógica proposicional nos permite contar con una herramienta de análisis del discurso argumentativo en distintos ámbitos de nuestra vida personal, ya que ésta se encuentra inmiscuida en la cotidianidad de los seres humanos. Asimismo, nos dimos cuenta de que el estudio de esta ciencia exacta nos permite incrementar nuestra capacidad de razonamiento y reflexión para detectar y no incurrir más en los errores que comúnmente cometemos cuando argumentamos, pues los símbolos especiales de la lógica deductiva, al permitirnos exhibir con mayor claridad la estructura lógica de los argumentos y aclarar la naturaleza de la inferencia deductiva (válida e inválida), pueden evitar que nos enfrentemos a problemas de vaguedad, ambigüedad y particularidades idiomáticas y metafóricas con las que podemos toparnos en las formulaciones obscuras del lenguaje ordinario.

Por otra parte, en esta tesis se enfatizó el señalar que existen distintos tipos de razonamientos, de los cuales sólo el razonamiento deductivo tiene la tarea fundamental de intentar proporcionar razones contundentes en favor de lo que queremos probar y eso es lo importante al momento de debatir con otra persona: que proporcionemos razones categóricas carentes de ambigüedad y no simples opiniones. Igualmente, aprendimos que existen distintas expresiones gramaticales del castellano que suelen representar una conjunción, una negación, una disyunción, un condicional o un bicondicional, pero no todas tienen una función lógica. Vimos que la lógica deductiva se encarga de extraer su significado lógico y llamar *conectiva lógica* al resultado. Con esto, se hace posible el poder estructurar lógicamente nuestros argumentos y evaluarlos como válidos o inválidos mediante el uso de distintos métodos que nos proporciona la lógica. En particular, en este trabajo se echó mano del método de *reducción al absurdo* por asignación de valores de verdad para evaluar los tres argumentos deductivos que presentamos.

Sin embargo, más allá de lo dicho en los capítulos correspondientes acerca de la fundamentación teórica de la lógica como tal y de los temas concernientes a ella, como el objetivo principal de este trabajo era la elaboración de un material de apoyo para la

enseñanza de la lógica proposicional, deseo mencionar, a modo de conclusión, algunos comentarios que alumnos de la licenciatura en Filosofía e Historia de la Ideas de la UACM hicieron sobre de este trabajo, que es en sí mismo un trabajo pensado para ellos:

Es un trabajo muy interesante, porque es un manual de lógica muy distinto a los que actualmente hay o a los que se utilizan en las clases de lógica. Se presentan los temas de una manera agradable e interesante a los estudiantes; por ejemplo, se utilizan ejemplos de cuentos infantiles para explicar algunos conceptos lógicos, cosa que ningún manual de lógica que yo conozca hace. Eso se me hace muy interesante pedagógicamente. Patricia E. Miranda Luzuriaga.

Explica las conectivas lógicas de una manera muy sencilla. Es un manual muy didáctico; refleja que la lógica está en la vida real. Es un material que los alumnos podemos utilizar como apoyo para entender los argumentos de los filósofos que a veces no entendemos y nos ayuda a mejorar nuestra forma de argumentar. Jazmín E. Castro Farías.

Me gustó mucho. Me ha despertado el interés por investigar y conocer más el ámbito de la lógica y me ha cambiado la opinión que tenía de ella, pues pensaba que era una ciencia muy abstracta y difícil. Para personas mayores esta ciencia puede resultar muy difícil de comprender; pero este manual es muy sencillo y facilita entender conceptos lógicos como validez, argumento, conectivas lógicas, etc., gracias a los ejemplos de fútbol, de ciencia y de cuentos infantiles que se manejan. Creo que es de gran utilidad para las personas que estudiamos filosofía; es un apoyo didáctico de consulta tanto a nivel profesional como personal. Luis Zúñiga Mancha.

Una gran satisfacción profesional para la autora sería que este trabajo pudiera trascender a las aulas como material didáctico de apoyo para la enseñanza de la lógica... no lo sé, lo ignoro por el momento. Pero, lo que sí sé con seguridad es que, a nivel personal, la elaboración de este pequeño manual de lógica me ha dejado una gran satisfacción, al saber que a algunos de mis compañeros les ha sido de gran utilidad para el estudio y la comprensión de la lógica y, por ende, de la filosofía misma. Ellos han comprendido que la lógica está en su realidad de todos los días y consideran esta investigación como un material de apoyo que consultarán cuando lo consideren necesario. Esto representa para mí una gran satisfacción como futura practicante de la filósofa, pues considero que el trabajo de un filósofo consiste en dejar huellas útiles que permitan a los demás crecer y, a partir de los comentarios señalados, creo que he logrado un poco de ese trabajo en este pequeño manual de lógica proposicional.

BIBLIOGRAFÍA

Aliseda-Llera, Atocha, *Seeking Explanations: Abduction in Logia, Philosophy of Science and Artificial Intelligence*, Institute for Logic, Language and Computation, Holanda, 1997, pp.1-33.

Cohen, Carl y M., Copi, Irving, *Introducción a la lógica*, LIMUSA, México, 2009.

Copi, Irving M., *Lógica simbólica*, Patria, México, 2009.

Cornman, J., W., Pappas, G.S. y Lehrer, K., *Problemas y argumentos filosóficos*, UNAM, México, 1990, pp. 17-31 y 49-68.

Ferrater M., José y Leblanc, Hugues, *Lógica matemática*, FCE, México, 1990.

Gamut, L.T.F., *Introducción a la lógica*, Eudeba, Argentina, 2002.

Gorgias, *Fragmentos* [tr. Pedro C. Tapia Zúñiga], Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM, 1980.

La Biblia.

Lozano, Mario, “Una propuesta para la enseñanza de la cuantificación lógica como concepto funcional”, Ponencia al XI Encuentro Internacional de la Lógica, Miahuatlán de Porfirio Díaz, Oaxaca, México, Nov. 2008.

Morado, Raymundo, “Las conectivas lógicas”, Taller de Didáctica de la Lógica, Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM, México, s/a.

Orayen, Raúl, *Lógica formal: su naturaleza y límites*, Universidad Nacional del Comahue, Argentina, 1982.

_____, *Lógica, significado y ontología*, UNAM, México, 1989.

Pazos, Ma. Alicia y Ramírez Sánchez, Sandra Lucía, *Conectivas y usos del lenguaje: hacia un discurso argumentativo*, (Colección de Pensamiento crítico 1), UACM, México, 2003.

Quine, Willard Van Orman, *Los métodos de la lógica*, ARIEL, España, 1969.

Ramos, Villegas, Pedro, A., "Oraciones, portadores de verdad y ejemplos de sustitución de matrices en *Lógica, significado y ontología*", en ezcurdia, Maite (comp.), *Orayen: de la forma lógica al significado*, Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM, México, 2007.

Salmon, Wesley, C., *Lógica*, Colofón, México, 1995.

Suppes, Patrick, *Introducción a la lógica simbólica*, CECSA, México, 1977.

Suppes, Patrick y Hill, Shirley, *Introducción a la lógica matemática*, REVERTÉ, México, 1999.

<http://www.accionfamilia.org/temas-polemicos/homosexualidad/respondiendo-argumentos-cientificos-mov-homosexual/>