



Nada humano me es ajeno

COLEGIO DE HUMANIDADES Y CIENCIAS SOCIALES
LICENCIATURA EN FILOSOFÍA E HISTORIA DE LAS IDEAS

LAS CRÍTICAS DE SLATER Y BÉZIAU A **LP**

TRABAJO RECEPCIONAL
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADA EN
FILOSOFÍA E HISTORIA DE LAS IDEAS

PRESENTA
SANDRA DOLORES CUENCA

DIRECTOR
Dr. Luis Estrada González

Ciudad de México, diciembre de 2021

SISTEMA BIBLIOTECARIO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE LA CIUDAD DE MÉXICO COORDINACIÓN ACADÉMICA

RESTRICCIONES DE USO PARA LAS TESIS DIGITALES

DERECHOS RESERVADOS ©

La presente obra y cada uno de sus elementos está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor; por la Ley de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, así como lo dispuesto por el Estatuto General Orgánico de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México; del mismo modo por lo establecido en el Acuerdo por el cual se aprueba la Norma mediante la que se Modifican, Adicionan y Derogan Diversas Disposiciones del Estatuto Orgánico de la Universidad de la Ciudad de México, aprobado por el Consejo de Gobierno el 29 de enero de 2002, con el objeto de definir las atribuciones de las diferentes unidades que forman la estructura de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México como organismo público autónomo y lo establecido en el Reglamento de Titulación de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México.

Por lo que el uso de su contenido, así como cada una de las partes que lo integran y que están bajo la tutela de la Ley Federal de Derecho de Autor, obliga a quien haga uso de la presente obra a considerar que solo lo realizará si es para fines educativos, académicos, de investigación o informativos y se compromete a citar esta fuente, así como a su autor ó autores. Por lo tanto, queda prohibida su reproducción total o parcial y cualquier uso diferente a los ya mencionados, los cuales serán reclamados por el titular de los derechos y sancionados conforme a la legislación aplicable.

A 河田 ソウヤ

Agradecimientos

Para la realización de este trabajo conté con el apoyo de los proyectos UNAM PAPIIT IN401619 “Lógicas No Clásicas y la Argumentación en Ciencias” y IN403719 “Intensionalidad hasta el final: un nuevo plan para la relevancia lógica”.

Quiero agradecer especialmente a mi director Luis Estrada González por dirigir este trabajo, por su apoyo, su tiempo y sobre todo, su paciencia. También, agradezco la ayuda de Ricardo Nicolás, Elisángela Ramírez, Christian Romero, Fernando Cano y Claudia Tanus. Sus comentarios y críticas me impulsaron a reflexionar e investigar más, para mejorar este trabajo.

Se que durante este proceso conté con el apoyo de muchas personas, ente las que destacan Amílcar Arroyo, ~~Cecilio Torres~~, Pola RG, Alejandro Estrada, Daniel Guijosa, así como muchos profesores de la UACM. También me gustaria agradecerle a mis lectores, David Gaytán y especialmente a Adrián Espinosa, por todo su apoyo para poder concluir mi proceso de titulación.

Finalmente, agradezco a mis padres, Teresa Cuenca y Orlando Dolores, por apoyarme en todo momento, a mis hermanos, al “Mugritas”, a Amx GC, y a mis amigos.

En verdad, muchas gracias a todos.

Índice general

0.1. Introducción	3
1. Un breve repaso de LP	9
1.1. Un lenguaje para LP	10
1.2. Dos semánticas para LP	10
1.3. V_{LP3}	10
1.4. Algunas de las características de LP	12
2. La crítica de Slater	19
2.1. La reconstrucción de Paoli	20
2.2. La reconstrucción de Restall	25
2.3. Mi reconstrucción	27
3. La crítica del Béziau	34
3.1. La reconstrucción de Martin	35
3.2. La reconstrucción de Estrada González	38
3.3. Mi reconstrucción	43

0.1. Introducción

La pregunta que pretendo responder en esta tesis es si las críticas que presentan Slater y Béziau a **LP** son *sólidas*¹. B. H. Slater [21] pone en duda la existencia de las lógicas paraconsistentes, pues para él, la negación de estas lógicas no es una negación genuina debido a que no es formadora de contradicciones. De acuerdo con Slater una *negación genuina formadora de contradicciones* es aquella en la que no ocurre que la interpretación de una oración y su negación sea en ambos casos verdadera y tampoco ocurre que en ambos casos sea falsa. Dado que en las lógicas paraconsistentes hay interpretaciones en las que una oración y su negación son verdaderas, la negación de las lógicas paraconsistentes no es formadora de contradicciones. Slater usa esta característica para mostrar que no existen las lógicas paraconsistentes pues si un sistema no contiene una negación genuina, entonces no es una lógica.

Béziau [3] en su crítica pretende mostrar que **LP** no es compatible con el *dialetheísmo relativo*², y que de hecho implica un *dialetheísmo trivial*, es decir, que en esta lógica toda oración es una dialethía. Según Béziau, esto es así porque en **LP** ‘ α es verdadera’ puede entenderse de dos maneras:

- (a) α es sólo verdadera.
- (b) α es verdadera y falsa.

Con la manera (a), ninguna oración en **LP** es una dialethía. Con la manera (b), dice Béziau, todas las oraciones en esta lógica resultan ser dialethías, porque para todas las oraciones hay una asignación de valores tal que les corresponde la interpretación verdadera y falsa.

Cabe mencionar que estas no son las únicas críticas contra **LP**. Arenhart y Safra Melo [18] afirman que la solución que presenta Priest a la paradoja del

¹Un argumento es sólido si y sólo si tiene premisas verdaderas y además es válido.

²El *dialetheísmo relativo* es la tesis según la cual sólo algunas oraciones, no todas, son dialethías.

mentiroso es insatisfactoria pues no contempla la distinción entre contradicciones internas y externas, las cuales al no ser iguales no deberían tener el mismo método solución. Carnielli y Rodrigues [22] proponen otra crítica presentando una lógica que no tolera contradicciones verdaderas. Otro autor que también presenta una crítica es Young [24], él sostiene que el dialetheísmo defendido por Graham Priest tiene problemas de *venganza*³.

Young muestra que éste tipo de dialetheísmo no puede expresar la distinción entre las nociones de inválido y dialethéicamente inválido por lo que esta postura enfrenta un problema de venganza en la noción de invalidez.

El objetivo de esta investigación es doble, en primera instancia presentaré en castellano un análisis introductorio de algunos de los argumentos más comunes contra **LP** para que los estudiantes de licenciatura que no tienen un buen dominio del habla inglesa tengan acceso a las discusiones en torno a esta lógica. De igual forma, pretendo hacer una contribución a la literatura sobre **LP** presentando una réplica a las críticas propuestas por Slater y Béziau.

La hipótesis que sostendré es que las críticas de Slater y Béziau no son sólidas. En cuanto a la crítica de Slater, mostraré que la noción de contradictoriedad puede entenderse por lo menos de una forma diferente, aunque clásicamente equivalente, a como la entiende Slater. Esto implica que algunas lógicas paraconsistentes, como **LP**, sean inmunes a esta crítica.

En cuanto a la crítica de Béziau, el argumento que presentaré pretende mos-

³Un problema de venganza se da cuando al intentar solucionar una paradoja utilizando recursos teóricos, resulta una nueva paradoja que implica los recursos teóricos utilizados. Algunas de las soluciones de la paradoja del mentiroso, dan como resultado una paradoja del mentiroso fortalecida. Si una solución tiene problemas de venganza de ella pueden resultar oraciones como “esta oración no es verdadera” o “esta oración carece de valor de verdad”. Por ejemplo, la solución a la paradoja del mentiroso propuesta por Kripke [8] no se puede expresar con precisión sin caer en una paradoja del mentiroso fortalecida. Según Kripke la paradoja del mentiroso es una oración infundada, es decir, su valor no puede establecerse a partir de hechos empíricos. Toda oración infundada carece de valor de verdad, por lo que según Kripke la paradoja del mentiroso, carece de valor de verdad. El problema con esta solución es que es necesario incluir en el lenguaje el predicado “carece de valor de verdad” y al hacer esto se pueden expresar oraciones como, ‘esta oración es falsa o carece de valor de verdad’.

trar que Béziau se equivoca al creer que **LP** es una lógica que no es compatible con el dialetheísmo relativo, pues a pesar de usar la noción de “ser verdadero” para referirnos a las interpretaciones $\{1\}$ y $\{1,0\}$, estas interpretaciones no son iguales en la semántica de esta lógica, por lo que es posible mostrar que en **LP** no todas las oraciones son dialetheías y por lo tanto, se puede mostrar que **LP** es una lógica compatible con el dialetheísmo relativo. Considero que uno de los problemas que tiene la crítica de Béziau, es que en esta no se contemplan las distintas formas en las que se relacionan las oraciones con los valores de verdad en la semántica de **LP**.

Las críticas de Arenhart y Safra Melo, Carnielli y Rodrigues y Young no serán abordadas en este trabajo, pues la crítica de Arenhart y Safra Melo está centrada en sólo una de las aplicaciones de **LP** y este trabajo busca mostrar un panorama más general de esta lógica. En la crítica de Carnielli y Rodrigues se propone una nueva lógica, es posible que ese texto puede ayudar a comparar lógicas pero considero que en este momento no nos ayuda a tener una mejor comprensión de **LP**. En cuanto a la crítica de Young me parece que no es compatible con el objetivo de este trabajo, pues lo que pretendo hacer es un análisis introductorio y esta crítica requiere un conocimiento más amplio de lógica y de **LP**.

Asumo que los lectores de este texto tienen conocimiento de lógica clásica por lo que ese tema no será abordado con profundidad aquí, tampoco escribiré nada sobre el impacto de puedan tener mis respuestas a las críticas de Slater y Béziau en otras lógicas paraconsistentes.

Considero que esta investigación es importante por lo menos por tres motivos. El primero es porque en la actualidad existen diversas confusiones en torno a la semántica de **LP**, algunas de los cuales fueron ocasionadas gracias a la notación en la que se ha presentado la semántica de esta lógica, pues la inter-

pretación ‘P’ resulta difícil de comprender y creo que éste trabajo puede ayudar a clarificar algunas de estas confusiones. El segundo motivo es que es importante hablar de las diferentes definiciones de contradictoriedad que hay, pues no existe mucha literatura en español al respecto. Finalmente es importante porque **LP** tiene diversas aplicaciones en distintas áreas, como por ejemplo, en filosofía con la solución de paradojas como la del mentiroso (véase [7]), la de Curry (véase [20]) y la de Russell (véase [6]). También tiene otras aplicaciones en el terreno de las matemáticas inconsistentes (véase [10]), donde nos ayuda a considerar teorías matemáticas inconsistentes pero no triviales. Otra aplicación la podemos encontrar al trabajar con la noción de mundos imposibles (véase[2]) pues permite obtener una extensión de la teoría de mundos de Lewis para aceptar mundos imposibles. Si las críticas de Slater y Béziau a **LP** son sólidas, entonces la solución que da esta lógica a las áreas en donde es empleada puede no ser adecuada, por lo que deberíamos descartar esas soluciones y buscar nuevos métodos para poder trabajar con esos problemas. Sin embargo si las críticas de Slater y Béziau no son sólidas podríamos tener razones para tomar a **LP** como una buena solución a algunos problemas filosóficos.

La estructura del trabajo es la siguiente. En la sección 1 presentaré el lenguaje formal de **LP** con algunas características de esta lógica y dos de sus semánticas, una funcional y otra relacional. En la sección 2 presentaré y analizaré la solidez del argumento de la crítica de Slater, para ello presentaré y analizaré algunas reconstrucciones de la crítica de Slater que han hecho autores como Restall y Paoli, así como una reconstrucción de autoría propia, de igual forma presentaré las respuestas que estos autores han escrito a esta crítica y sugeriré una posible respuesta. Por último en la sección 3 presentaré y analizaré el argumento de la crítica de Jean-Yves Béziau. Al igual que en la sección de Slater, en esta sección analizo y presento el trabajo de algunos autores que

han participado en la discusión, como son Estrada González y Martin. Además, nuevamente sugiero una posible respuesta a la crítica de Béziau, distinta a las de Martin y Estrada González.

Capítulo 1

Un breve repaso de LP

Florencio González Asenjo [1] presentó una lógica equivalente a **LP** mediante tablas de verdad, uno de los objetivos González Asenjo fue extender la lógica clásica para incluir operaciones con *antinomias*¹.

En 1979 Graham Priest [13] presenta **LP**, una lógica que tiene la misma semántica que la lógica propuesta por Gonzalez Asenjo. Posteriormente, Priest [15], ofrece otra semántica para **LP**. La diferencia principal con respecto a las semánticas anteriores es el uso de sólo dos valores de verdad.

El trabajo de Priest es relevante para el estudio de **LP** porque él explota el potencial filosófico de esta lógica empleándola por ejemplo en el *dialethéismo*² (véase [5]), así como en la solución de paradojas (véase [14]), en teoría de mundos imposibles (véase[17]), matemáticas inconsistentes (véase[16]) y otras áreas (véase[23]).

¹Una antinomia es una oración que es verdadera y falsa en la misma interpretación

²El dialetheísmo es la tesis de que algunas contradicciones son verdaderas

1.1. Un lenguaje para LP

Considero un lenguaje L que contiene un conjunto finito C de conectivas y un conjunto P de variables proposicionales. Los elementos de C son los usuales: $\sim, \wedge, \vee, \rightarrow, \equiv$. Utilizaré letras griegas minúsculas como letras esquemáticas para fórmulas del lenguaje, además de letras romanas en minúsculas, de p en adelante, para fórmulas atómicas. Usaré paréntesis $(,)$ para agrupar conectivas y variables proposicionales.

1.2. Dos semánticas para LP

1.3. V_{LP3}

Graham Priest presenta por lo menos dos semánticas para **LP**. La primera es una semántica trivaluada funcional [13] y es la siguiente.

Una *interpretación* I para L es una función $I : L \rightarrow V_{LP3}$, donde $V_{LP3} = \{\{1\}, \{1, 0\}, \{0\}\}$. A cada elemento de V le llamaré *evaluación*. Esto quiere decir que a cada fórmula del lenguaje le corresponde alguna evaluación.

Las conectivas se interpretan como funciones del siguiente tipo:

$I_{\sim} : V \rightarrow V$	
I_{\sim}	
$\{1\}$	$\{0\}$
$\{1,0\}$	$\{1,0\}$
$\{0\}$	$\{1\}$

$I_{\vee} : V \times V \rightarrow V$			
I_{\vee}	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$
$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$
$\{1,0\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{1,0\}$
$\{0\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$

$I_{\wedge} : V \times V \rightarrow V$			
I_{\wedge}	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$
$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$
$\{1,0\}$	$\{1,0\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$

$I_{\rightarrow} : V \times V \rightarrow V$			
I_{\rightarrow}	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$
$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$
$\{1,0\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{1,0\}$
$\{0\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$

$I_{\equiv} : V \times V \rightarrow V$			
I_{\equiv}	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$
$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$
$\{1,0\}$	$\{1,0\}$	$\{1,0\}$	$\{1,0\}$
$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1,0\}$	$\{1\}$

La noción de consecuencia lógica en **LP** se define del siguiente modo: $\Gamma \Vdash_{\mathbf{LP}} \alpha$ si y sólo si no es el caso que para toda $\beta \in \Gamma$, $1 \in I(\beta)$ y $1 \notin I(\alpha)$. De manera equivalente, si y sólo si para toda $\beta \in \Gamma$, si $1 \in I(\beta)$ entonces $1 \in I(\alpha)$.

Es importante señalar que las interpretaciones $\{1\}$ y $\{1,0\}$ pertenecen al conjunto de valores designados $D+$. Mientras que la interpretación $\{0\}$ pertenecen al conjunto de antidesignados $D-$.

1.4. Algunas de las características de LP

Algunas de las características de **LP** es que se preservan las verdades de la lógica clásica. Priest [13] prueba que A es una verdad lógica en lógica clásica si y sólo si es una verdad lógica en **LP**. La prueba es la siguiente.

Primero, se debe probar que toda interpretación bivaluada es trivaluada. En lógica clásica las conectivas en se interpretan como funciones del siguiente tipo:

$I_{\sim} : V \rightarrow V$	
I_{\sim}	
{1}	{0}
{0}	{1}

$I_{\vee} : V \times V \rightarrow V$		
I_{\vee}	{1}	{0}
{1}	{1}	{1}
{0}	{1}	{0}

$I_{\wedge} : V \times V \rightarrow V$		
I_{\wedge}	{1}	{0}
{1}	{1}	{0}
{0}	{0}	{0}

$I_{\rightarrow} : V \times V \rightarrow V$		
I_{\rightarrow}	{1}	{0}
{1}	{1}	{0}
{0}	{1}	{1}

$I_{\equiv} : V \times V \rightarrow V$		
I_{\equiv}	{1}	{0}
{1}	{1}	{0}
{0}	{0}	{1}

En la lógica clásica el conjunto de las conectivas $\{\sim, \wedge\}$, es funcionalmente completo, es decir, a partir de este conjunto se puede expresar el resultado de las funciones de las demás conectivas, por lo que basta con ver las interpretaciones de estas conectivas para probar que las interpretaciones de la semántica bivaluada de la lógica clásica se encuentran en la semántica trivaluada de **LP**.

Si se comparan las matrices de las interpretaciones de la conectivas \sim , tanto en lógica clásica y como en **LP** se puede observar que los renglones uno y dos en la tabla de la lógica clásica son idénticos a los renglones uno y tres de la tabla de **LP**. En el caso de la conectiva \wedge si se omite la interpretación $\{1,0\}$ los renglones restantes son idénticos entre ambas tablas.

$I_{\sim} : V \rightarrow V$	
I_{\sim}	
{1}	{0}
{0}	{1}

$I_{\sim} : V \rightarrow V$	
I_{\sim}	
{1}	{0}
{1,0}	{1,0}
{0}	{1}

$I_{\wedge} : V \times V \rightarrow V$		
I_{\wedge}	{1}	{0}
{1}	{1}	{0}
{0}	{0}	{0}

$I_{\wedge} : V \times V \rightarrow V$			
I_{\wedge}	{1}	{1,0}	{0}
{1}	{1}	{1,0}	{0}
{1,0}	{1,0}	{1,0}	{0}
{0}	{0}	{0}	{0}

Con esto se puede observar que todas las interpretaciones de la semántica bivaluada se encuentran en la semántica trivaluada.

La siguiente parte de la prueba consiste en demostrar que las interpretaciones de la semántica trivaluada están en la semántica bivaluada. Dado que en **LP** las conectivas no son funcionalmente completas es necesario ver el comportamiento de todas las conectivas para probar esta parte del teorema.

La prueba que ofrece Priest consta en tomar las tablas de las conectivas en **LP**, y cambiar todas las interpretaciones **{1,0}** por **{1}**. Lo que da como resultado las siguientes tablas:

$I_{\sim} : V \rightarrow V$	
I_{\sim}	
$\{1\}$	
$\{1\}$	
$\{0\}$	

$I_{\vee} : V \times V \rightarrow V$			
I_{\vee}	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{0\}$
$\{1\}$			
$\{1\}$			
$\{0\}$			

$I_{\wedge} : V \times V \rightarrow V$			
I_{\wedge}	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{0\}$
$\{1\}$			
$\{1\}$			
$\{0\}$			

$I_{\rightarrow} : V \times V \rightarrow V$			
I_{\rightarrow}	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{0\}$
$\{1\}$			
$\{1\}$			
$\{0\}$			

$I_{\equiv} : V \times V \rightarrow V$			
I_{\equiv}	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{0\}$
$\{1\}$			
$\{1\}$			
$\{0\}$			

Este cambio es posible gracias a que en la semántica de **LP** las interpretaciones $\{1,0\}$ y $\{1\}$ son el valor de las verdades lógicas. Ahora bien, si se eliminan las funciones que se repiten, y se agrega el resultado de las funciones restantes, quedan las siguientes tablas.

$I_{\sim} : V \rightarrow V$		
I_{\sim}		
{1}	{0}	
{0}	{1}	

$I_{\vee} : V \times V \rightarrow V$		
I_{\vee}	{1}	{0}
{1}	{1}	{1}
{0}	{1}	{0}

$I_{\wedge} : V \times V \rightarrow V$		
I_{\wedge}	{1}	{0}
{1}	{1}	{0}
{0}	{0}	{0}

$I_{\rightarrow} : V \times V \rightarrow V$		
I_{\rightarrow}	{1}	{0}
{1}	{1}	{0}
{0}	{1}	{1}

$I_{\equiv} : V \times V \rightarrow V$		
I_{\equiv}	{1}	{0}
{1}	{1}	{0}
{0}	{0}	{1}

Si se comparan estas tablas con las que presenté para ver el comportamiento de las conectivas en lógica clásica, se puede observar que los resultados son los mismos, por lo que podemos afirmar que las interpretaciones de **LP** son las interpretaciones de la lógica clásica, por lo que no es de extrañar que en **LP** se preserven las verdades de la lógica clásica.

Otra de las características que tiene **LP**, es que en esta lógica, el principio de explosión, $\alpha, \sim \alpha \Vdash \beta$ no es un argumento válido. Esto puede verificarse asignando las siguientes evaluaciones $I\alpha = \{1, 0\}$ y la $I\beta = \{0\}$. Dada nuestra noción de consecuencia, tenemos el caso en el que el argumento es inválido porque en esta interpretación nuestras premisas que son verdaderas y conclusión no verdadera. Toda lógica en la que el principio de explosión no es válido se conoce como *lógica paraconsistente*.

Otros argumentos inválidos en **LP** son, Silogismo disyuntivo ($\sim \alpha, \alpha \vee \beta \Vdash \beta$) y *Modus ponens* ($\alpha, \alpha \rightarrow \beta \Vdash \beta$), las pruebas para inválidar estos argumentos son las siguientes:

Silogismo disyuntivo. Consideremos el siguiente esquema de argumento $\sim \alpha, \alpha \vee \beta \Vdash \beta$ El argumento es inválido es decir, tiene premisas verdaderas y

conclusión no verdadera con las siguientes interpretaciones $I\alpha = \{1, 0\}$ y $I\beta = \{0\}$.

Modus ponens. Consideremos el siguiente esquema de argumento $\alpha, \alpha \rightarrow \beta \Vdash \beta$. El argumento es inválido es decir, tiene premisas verdaderas y conclusión no verdadera con las siguientes interpretaciones $I\alpha = \{1, 0\}$ y $(I\beta) = \{0\}$

V_{LP2}

La segunda semántica que presenta Priest para **LP** es una semántica bivaluada relacional (cf. [15]) y es la siguiente.

Una interpretación I para **L** es una relación, aunque no necesariamente una función, entre un lenguaje formal L y un conjunto de valores, $V_{LP2} = \{1, 0\}$, en la que se excluye el caso en el que una fórmula no esté relacionada con 1 ni con 0.

En **LP**, una oración α está relacionada con los valores de las siguientes tres maneras:

Si α no esta relacionada con 1, es decir, $1 \notin I(\alpha)$, α no es verdadera.

Si α no esta relacionada con 0, es decir, $0 \notin I(\alpha)$, α no es falsa.

α está relacionada con 1 pero no con 0, es decir, $1 \in I(\alpha)$ y $0 \notin I(\alpha)$, esto se abreviará como $I(\alpha) = \{1\}$.

α está relacionada con 1 y con 0, es decir, $1 \in I(\alpha)$ y $0 \in I(\alpha)$, esto se abreviará como $I(\alpha) = \{1, 0\}$.

α está relacionada con 0 pero no con 1, es decir, $0 \in I(\alpha)$ y $1 \notin I(\alpha)$, esto se abreviará como $I(\alpha) = \{0\}$.

Si α no esta relacionada con 1 significa que α no es verdadera, y si α no esta relacionada con 0 significa que α no es falsa.

Esta relación produce conjuntos de valores de verdad, de modo que una interpretación es un conjunto de valores de verdad.

La evaluación de las conectivas es la siguiente:

$1 \in I(\sim \alpha)$ si y sólo si $0 \in I(\alpha)$

$0 \in I(\sim \alpha)$ si y sólo si $1 \in I(\alpha)$

$1 \in I(\alpha \wedge \beta)$ si y sólo si $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\beta)$

$0 \in I(\alpha \wedge \beta)$ si y sólo si $0 \in I(\alpha)$ o $0 \in I(\beta)$

$1 \in I(\alpha \vee \beta)$ si y sólo si $1 \in I(\alpha)$ o $1 \in I(\beta)$

$0 \in I(\alpha \vee \beta)$ si y sólo si $0 \in I(\alpha)$ y $0 \in I(\beta)$

Priest define la noción de consecuencia para esta lógica de la siguiente manera $\Gamma \Vdash_{\mathbf{LP}} \alpha$ si y sólo si no es el caso que para toda $\beta \in \Gamma$, $1 \in I(\beta)$ y $1 \notin I(\alpha)$.

De manera equivalente, $\Gamma \Vdash_{\mathbf{LP}} \alpha$ si y sólo si para toda $\beta \in \Gamma$, si $1 \in I(\beta)$ entonces $1 \in I(\alpha)$.

Conclusión

Este capítulo fue dedicado a hablar de **LP**, presenté dos de las semánticas de esta lógica. La primera semántica que mostré fue V_{LP3} que es una semántica trivaluada funcional, la segunda semántica fue V_{LP2} cuya semántica es bivaluada relacional. Además de esto, expuse algunas de las características que tiene **LP**.

Capítulo 2

La crítica de Slater

La discusión en torno a la crítica que propone Slater [21] contra las lógicas paraconsistentes es bastante extensa. Existen diversas reconstrucciones y respuestas contra este argumento, pero en esta ocasión sólo pretendo presentar tres, la reconstrucción y respuesta de Restall [19], la reconstrucción y respuesta de Paoli [12] y por último, una reconstrucción y respuesta de autoría propia. Esto con el objetivo de tener un panorama general de la discusión, pues los autores anteriormente mencionados encuentran diferentes problemas en la crítica de Slater.

Mi objetivo en esta sección no es de carácter meramente expositivo, por lo que después de presentar las reconstrucciones del argumento de Slater y las respuesta que cada uno de estos autores propone, realizaré una evaluación de cada una de éstas, con la intención de clarificar si las respuestas ofrecidas, resuelven el problema que plantea Slater.

Slater trata de mostrar que la negación de las lógicas paraconsistentes no es una negación genuina debido a que no es formadora de contradicciones¹.

¹Una *negación genuina formadora de contradicciones* es aquella en la que no ocurre que la interpretación de una oración y su negación sea en ambos casos verdadera y tampoco ocurre que en ambos casos sea falsa.

Para Slater dos oraciones α y β son contradictorias si y sólo si no hay una interpretación tal que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\beta)$ y tampoco hay una interpretación tal que $0 \in I(\alpha)$ y $0 \in I(\beta)$. Dado que en las lógicas paraconsistentes, hay interpretaciones que en las que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\beta)$, Slater usa esa característica para mostrar que no existen las lógicas paraconsistentes.

2.1. La reconstrucción de Paoli

La primera reconstrucción del argumento de Slater que presentaré es la que realizó Paoli [12]. Cuya reconstrucción es la siguiente:

(PI1) Las oraciones contradictorias no pueden ser verdaderas juntas y tampoco pueden ser falsas juntas. (Por (Def.))

(PI2) Una oración y su negación son contradictorias. (Por (Def.))

(PI3) En la semántica de las lógicas paraconsistentes \mathbf{L} hay evaluaciones “inconsistentes” en las que una oración y su negación son verdaderas. (Por (Def.))

(PI4) Si \mathbf{L} es una lógica paraconsistente, entonces se da el caso en el que una oración y su negación son verdaderas de acuerdo a \mathbf{L} . (Por.(PI3))

(PI5) Si una oración y su negación son verdaderas en las lógicas paraconsistentes \mathbf{L} una oración y su negación pueden no ser contradictorias. (Por(PI1), (PI2) y (PI4))

(PI6) Por tanto, las negaciones paraconsistentes no son negaciones. (Por (PI1-PI5))

Con la finalidad de tener una mayor precisión, a continuación presento una reconstrucción formal del argumento de Paoli.

(PF1) Dos oraciones α y β son contradictorias si no ocurre que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\beta)$ y que $0 \in I(\alpha)$ y $0 \in I(\beta)$.

(PF2) Una oración y su negación son contradictorias.(Por (Def.))

(PF3) En la semántica de las lógicas paraconsistentes \mathbf{L} , hay interpretaciones “inconsistentes” en las que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\sim \alpha)$. (Por (Def.))

(PF4) Si \mathbf{L} es una lógica paraconsistente, entonces se da el caso de que $1, 0 \in I(\alpha)$ y $1, 0 \in I(\sim \alpha)$, por lo que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\sim \alpha)$ de acuerdo a \mathbf{L} . (Por.(PF3))

(PF5) Si $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\sim \alpha)$ en las lógicas paraconsistentes \mathbf{L} una oración y su negación no pueden no ser contradictorias. (Por (PF1), (PF2), (PF4))

(PF6) Por lo tanto, las negaciones paraconsistentes no son negaciones. (Por PF1-PF5).

Una vez expuestas estas versiones de la reconstrucción del argumento de Slater, ahora presentaré la respuesta que ofrece Paoli y posteriormente la evaluación de esta.

Para Paoli, el argumento que presenta Slater no es sólido, pues en la premisa **(PF3)** Slater describe una característica que supuestamente tienen las lógicas paraconsistentes, a saber, que hay interpretaciones “inconsistentes” en las que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\sim \alpha)$. Sin embargo, Paoli pretende mostrar que **(PF3)** no es verdadera, pues esta característica no se cumple en todas las semánticas paraconsistentes. Para mostrar que **(PF3)** no es verdadera, Paoli presenta una clasificación de diferentes tipos de semánticas paraconsistentes.

La clasificación de semánticas paraconsistentes que propone Paoli es la siguiente; 1) Paraconsistencia dialetheísta, los paraconsistentistas afines a este tipo de semánticas tienen la creencia de que hay contradicciones verdaderas. 2) Paraconsistencia no dialetheísta, los paraconsistentistas no dialetheístas, niegan la existencia de contradicciones reales o posiblemente verdaderas, y por último, Paoli presenta, 3) Paraconsistencia de teoría de pruebas, este enfoque define a una lógica L como paraconsistente si y sólo si en ella hay teorías inconsistentes pero no triviales, por lo que este tipo de semánticas no tienen ningún compromi-

so con las interpretaciones inconsistentes ni con la verdad de las contradicciones.

Según Paoli, mediante la teoría de pruebas se puede presentar por lo menos una semántica adecuada para la paraconsistencia, ya que en la teoría de pruebas no hay interpretaciones, y mucho menos interpretaciones inconsistentes, ni contradicciones verdaderas. Estas características permiten que este tipo de paraconsistencia sea inmune a la crítica de Slater. Es por ello que Paoli considera que **LL** al tener una semántica de teoría de pruebas, es inmune a la crítica de Slater.

En lo que sigue me basaré en la presentación de **LL** que Paoli presento en el año 2002 [11]. El lenguaje formal L de **LL**, contiene un conjunto numerable de variables proposicionales P y un número dado de conectivas C . Las variables proposicionales se expresan con letras romanas de p en adelante y los elementos de C son: $\{\sim, \otimes, \oplus, \rightarrow, \wedge, \vee, 1, 0\}$. En donde, la conectiva \sim es una conectiva unaria, las conectivas $\otimes, \oplus, \rightarrow, \wedge, \vee$ son binarias, y las conectivas 1 y 0 son conectivas de aridad cero o también llamadas constantes proposicionales de aridad cero.

Las metavariables serán expresadas con letras romanas mayúsculas.

La expresión más básica de este calculo tiene la forma $\Gamma \Rightarrow \Delta$ la cual se lee como, Γ es derivable de Δ . Esta estructura se conoce como seciente. Los secientes están compuestos por un antecedente y por un consecuente, en este caso serían Γ y Δ respectivamente. Es importante señalar que si hay alguna coma antes del signo \Rightarrow , la coma será tomada como una conjunción y si se encuentra una coma después del signo \Rightarrow , será una disyunción.

Los postulados de este cálculo son reglas y axiomas. Las reglas, son pares ordenados o triples de secientes, que tienen alguna de estas dos formas.

$$\frac{S1}{S2}$$

$$\frac{S1 \quad S2}{S3}$$

El secuyente que se encuentra encima de la línea horizontal es denominado como secuyente superior o premisa de la regla, mientras que, el secuyente que está debajo de la línea, se le conoce como secuyente inferior o la conclusión de la regla.

Los postulados para **LL** son los siguientes.

Axioma $A \Rightarrow A$

La única regla estructural que contiene **LL** es corte.

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \quad A, \Pi \Rightarrow \Sigma}{\Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma}$$

Las reglas operacionales son las siguientes.

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\sim A, \Gamma \Rightarrow \Delta} (\sim L)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \sim A} (\sim R)$$

$$\frac{A, B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \otimes B, \Gamma \Rightarrow \Delta} (\otimes L)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \quad \Pi \Rightarrow \Sigma, B}{\Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma, A \otimes B} (\otimes R)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \quad B, \Pi \Rightarrow \Sigma}{A \oplus B, \Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma} (\oplus L)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \oplus B} (\oplus R)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \quad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta} (\wedge L)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \quad \Gamma \Rightarrow \Delta B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B} (\wedge R)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \quad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta} (\vee L)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B} \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B} (\vee R)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \quad B \Pi \Rightarrow \Sigma}{A \rightarrow B, \Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma} (\rightarrow L)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \rightarrow B} (\rightarrow R)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{1, \Gamma \Rightarrow \Delta} (1L)$$

$$\Rightarrow 1(1R)$$

$$0 \Rightarrow (0L)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, 0} (0R)$$

Uno de los argumentos que no es válido en esta lógica es el principio de ex-

plosión ($A, \sim A \rightarrow B$), pues para que el principio de explosión sea un argumento válido es necesario que la regla de debilitamiento esté dentro del conjunto de reglas estructurales.

La regla de debilitamiento es la siguiente.

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A}{A, \Gamma \Rightarrow \Delta} (WL) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A} (WR)$$

Si tuviéramos debilitamiento, la prueba para mostrar que el principio de explosión $A, \sim A \rightarrow B$ es un argumento válido sería la siguiente.

$$\frac{\frac{A \Rightarrow A}{\sim A, A \Rightarrow} (\sim L)}{\sim A, A \Rightarrow B} (WR)$$

Sin embargo, como en **LL** la regla de debilitamiento no está dentro del conjunto de reglas estructurales, no es posible derivar explosión. Recordemos, que por definición, toda lógica en la que el principio de explosión no es un argumento válido es paraconsistente.

Con todo esto, Paoli ha mostrado que es posible tener una lógica paraconsistente que en ningún momento ha apelado a interpretaciones inconsistentes ni contradicciones verdaderas. Por lo que la premisa **PF3** del argumento de Slater no es verdadera, por lo tanto, según Paoli, el argumento de Slater no es sólido.

Dicho esto, haré la evaluación de esta respuesta. Considero que la respuesta que ofrece Paoli ayuda a debilitar la tesis de Slater, evidenciando que existe por lo menos una lógica paraconsistente. Sin embargo, **LL** es un caso especial, pues al parecer, la semántica de esta lógica no fue contemplada por Slater al formular su crítica. Si bien, Paoli ofrece una respuesta satisfactoria para la crítica de Slater, esta respuesta no puede ser aplicada en las lógicas que Slater sí contempló. Es por este motivo, que considero que es pertinente generar otra respuesta para Slater, pues en particular, en este trabajo, me interesa el caso de **LP**, cuya semántica pertenece a la paraconsistencia dialetheísta, y la respuesta

de Paoli no es aplicable en este tipo de semánticas.

2.2. La reconstrucción de Restall

Otro de los autores que participa en la discusión en torno a la crítica de Slater es Restall [19]. La reconstrucción del argumento que presenta es la siguiente.

(RI1) Las contradictorias no pueden ser verdaderas juntas y tampoco pueden ser falsas. (Def.)

(RI2) Una oración α y su negación $\sim\alpha$ son contradictorias. (Def.)

(RI3) De acuerdo con la semántica de las lógicas paraconsistente, por ejemplo, **LP** de Priest, existen evaluaciones de las proposiciones en las que se les asigna a α y a $\sim\alpha$ un valor verdadero. (Por las semánticas de las lógicas paraconsistentes.)

(RI4) En las lógicas paraconsistente, α y su negación $\sim\alpha$ no son contradictorias. (Por. (RI1) y (RI3))

(RI5) Por lo tanto, las lógicas paraconsistente, no trabajan con una negación lógica. (Por (RI1) y (RI4)).

Al igual que en la reconstrucción del argumento de Paoli a continuación presentaré una reconstrucción formal del argumento de Restall.

(RF1) Dos oraciones son contradictorias si no ocurre que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\beta)$ o $0 \in I(\alpha)$ y $0 \in I(\beta)$. (Def.)

(RF2) Una proposición α y su negación β son contradictorias. (Def.)

(RF3) De acuerdo a la semántica de las lógicas paraconsistentes por ejemplo, **LP** de Priest, existen interpretaciones de las oraciones en las que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\sim\alpha)$. (Por las semántica de las lógicas paraconsistentes.)

(RF4) En las lógicas paraconsistentes α y su negación $\sim\alpha$ no son contradictorias. (Por. (RF1) y (RF3).)

(RF5) Por lo tanto, las lógicas paraconsistentes no trabajan con una forma de negación lógica. (Por (RF1) y (RF4).)

La respuesta que ofrece Restall consiste en mostrar que existen diferentes semánticas de lógicas paraconsistentes, dado que Slater no contempla ninguna distinción en estas lógicas, no se da cuenta de que su la crítica no genera el mismo impacto en todas las semánticas. La distinción que hace Restall sobre lógicas paraconsistentes es la siguiente. El primer tipo que define es la paraconsistencia dialetheísta que tiene como rasgo distintivo la creencia real o posible de las contradicciones verdaderas, este tipo de paraconsistencia tiene dos subdivisiones; 1) Dialetheísmo regular y 2) Dialetheísmo ligero. El dialetheísmo regular es la tesis de que existen contradicciones verdaderas, mientras que el dialetheísmo ligero es la tesis de que algunas contradicciones podrían ser verdaderas, pero en realidad no lo son. El segundo tipo de paraconsistencia que propone Restall es la paraconsistencia no dialetheísta. Para los paraconsistentistas no dialetheístas la interpretación de las contradicciones no puede ser verdadera.

Según Restall, dada esta distinción de lógicas paraconsistentes, el argumento de Slater no tiene la misma fuerza contra cada una de estas perspectivas. Pues en la paraconsistencia no dialetheístas, hay algunas lógicas que resultan inmunes a la crítica, a saber, las lógicas de la relevancia. Sin embargo el caso de la paraconsistencia dialetheísta es distinto, pues sufre mayores inconvenientes.

El motivo por el cual las lógicas de la relevancia son inmunes a la crítica de Slater es que estas lógicas no tiene ningún compromiso ontológico con el valor de las contradicciones. Por lo que un paraconsistencista no dialetheísta no tiene ningún problema con aceptar el argumento de Slater. Incluso puede parecer que **(RF3)** resulte un problema, pero aún si un relevantista acepta que hay interpretaciones inconsistentes eso no implica que en realidad esas contradicciones sean verdaderas.

El caso de los paraconsistencistas dialetheísta es diferente, pues al tener contradicciones verdaderas (**RF1**), resulta un problema. Según Restall, lo que deben hacer los dialetheístas es aceptar que Slater tiene razón, pero no por esto todo está perdido. Si bien, Slater tiene razón en que en **LP** α y $\sim \alpha$ no son contradictorias según (**RF1**), α y $\sim \alpha$ son contradictorias en **LP** bajo la misma definición, quizá esto suene un poco extraño pero es posible gracias a que la semántica de **LP** es contradictoria.

Al igual que la respuesta que ofrece Paoli, me parece que la respuesta de Restall es insatisfactoria para el objetivo de esta investigación, pues nuevamente se repite la estrategia de mostrar independencia frente al enfoque dialetheísta, y no sólo esto, si no que además esta respuesta está incompleta pues no basta con apelar a las propiedades de la semántica de **LP** para solucionar el problema que plantea Slater.

Considero que se puede mostrar que Slater se equivoca en su crítica, sin apelar a ninguna independencia frente a algún tipo de paraconsistencia y este es justo mi objetivo en lo que sigue.

2.3. Mí reconstrucción

Mi reconstrucción del argumento de Slater es la siguiente.

(SI1) Dos oraciones α y β son *contradictorias* si y sólo si no pueden ser ambas verdaderas ni ambas falsas. (Def.)

(SI2) En una *negación genuina formadora de contradicciones* (\sim), α y su negación $\sim \alpha$ son contradictorias. (Def.)

(SI3) Una lógica **L** es *paraconsistente* si y sólo si en ella el Principio de Explosión $\alpha, \sim \alpha \Vdash \beta$ no es un argumento válido. (Def.)

(SI4) En las lógicas paraconsistentes es posible que una oración α y su negación

$\sim \alpha$ sean ambas verdaderas. (Por las semánticas de las lógicas paraconsistentes.)

(SI5) Si en las lógicas paraconsistentes se da el caso de que α y $\sim \alpha$ sean verdaderas, entonces α y $\sim \alpha$ no son contradictorias. (Por SI1.)

(SI6) Por lo tanto, la negación de las lógicas paraconsistentes no es formadora de contradicciones (Por SI1 y SI5.)

Al igual que en las reconstrucciones anteriores, a continuación presentaré una versión formal de mi reconstrucción.

(SF1) Dos oraciones α y β , son *contradictorias* si y sólo si no hay una interpretación tal que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\beta)$ y tampoco hay una interpretación tal que $0 \in I(\alpha)$ y $0 \in I(\beta)$. (Def.)

(SF2) Cuando se tiene *negación genuina formadora de contradicciones* (\sim) no ocurre que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\sim \alpha)$ o que $0 \in I(\alpha)$ y $0 \in I(\sim \alpha)$. (Def.)

(SF3) Una lógica **L** es *paraconsistente* si y sólo si en ella el Principio de Explosión $\alpha, \sim \alpha \vdash \beta$ no es un argumento válido. (Def.)

(SF4) En una lógica paraconsistente es posible que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\sim \alpha)$ (Por las semánticas de las lógicas paraconsistentes.)

(SF5) Si en una lógica paraconsistente ocurre que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\sim \alpha)$, entonces α y $\sim \alpha$ no son contradictorias. (Por SF1.)

(SF6) Por lo tanto, la negación con la que operan las lógicas paraconsistentes no es formadora de contradicciones. (Por SF1 y SF5).

Al igual que Restall y Paoli considero que la crítica de Slater no es sólida pues hay un problema con **(SF1)**. Sostengo² que es posible tener una definición de contradicción clásicamente equivalente a la definición de ‘contradictoriedad’ que usa Slater, y esta otra definición es la que está presente en **LP**.

La definición de ‘contradictoriedad’ que usa Slater, no es la única definición que existe. Sin embargo, Slater no contempla otras definiciones al formular su

²Por sugerencia de Luis Estrada González.

crítica, por lo que no logra dar cuenta de que en **LP** está presente otra definición de ‘contradictoriedad’. Sostengo³ que en **LP** hay una definición de ‘contradictoriedad’ distinta a la que usa Slater, sin embargo, esta otra definición, es clásicamente equivalente a la definición que usa Slater.

Recordemos que la definición que usa Slater es la siguiente:

Dos oraciones α y β son *contradictorias* si y sólo si no hay una interpretación tal que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\beta)$ y tampoco hay una interpretación tal que $0 \in I(\alpha)$ y $0 \in I(\beta)$. A esta definición la llamaré ‘Definición 1’.

Esto es, que dos oraciones contradictorias no pueden ser ambas verdaderas ni ambas falsas. En la lógica clásica, esto es equivalente a:

$$[1 \in I(\alpha) \leftrightarrow 0 \in I(\beta)] \wedge [1 \in I(\beta) \leftrightarrow 0 \in I(\alpha)].$$

Esto me permite dar la siguiente definición equivalente, a la que llamaré ‘Definición 2’.

Definición 2 de contradictoriedad: Dadas dos oraciones contradictorias, una es verdadera (respectivamente, falsa) si y sólo si la otra es falsa (respectivamente, verdadera).

Considero que si se acepta la Definición 1, que es la que usa Slater, no hay razones para rechazar alguna definición que sea clásicamente equivalente.

Por si quedara duda, la prueba de que estas dos definiciones son equivalentes en la lógica clásica es la siguiente:

Supongamos que α y β son contradictorias. Por la Definición 1, $1 \in I(\alpha)$ sólo si $1 \notin I(\beta)$ y que $0 \in I(\alpha)$ sólo si $0 \notin I(\beta)$. Es decir que $1 \in I(\alpha)$ si y sólo si $0 \in I(\beta)$ y $0 \in I(\alpha)$ si y sólo si $1 \in I(\beta)$. Pero esto es la Definición 2.

Supongamos de nuevo que α y β son contradictorias. Por la Definición 2, se sigue que $1 \in I(\alpha)$ si y sólo si $0 \in I(\beta)$ y $1 \in I(\beta)$ si y sólo si $0 \in I(\alpha)$. Pero, por lógica clásica, esto es equivalente a $1 \in I(\alpha)$ si $1 \notin I(\beta)$ o $1 \in I(\beta)$ si $1 \notin I(\alpha)$, otras interpretaciones posibles son si que $0 \in I(\alpha)$ si $0 \notin I(\beta)$ o $0 \in I(\beta)$ si

³Por sugerencia de Luis Estrada González.

$0 \notin I(\alpha)$. Pero esto es la Definición 1.

No obstante, es fácil ver que estas dos definiciones no son equivalentes en **LP**. La prueba es la siguiente.

Supongamos que α y β son contradictorias. Por la Definición 1, se sigue que $1 \in I(\alpha)$ sólo si $1 \notin I(\beta)$ y que $0 \in I(\alpha)$ sólo si $0 \notin I(\beta)$. Pero, en **LP** es posible que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\beta)$, esto se logra gracias a la interpretación $\{1,0\}$ pues $1,0 \in I(\alpha)$ si $1,0 \in I(\beta)$ y $1,0 \in I(\beta)$ si $1,0 \in I(\alpha)$ y esto no es equivalente a la Definición 1.

(**SF1**) resulta un problema para **LP** por la interpretación $\{1,0\}$. En (**SF1**) se define a dos oraciones como contradictorias si y sólo si no hay una interpretación tal que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\beta)$ y tampoco hay una interpretación tal que $0 \in I(\alpha)$ y $0 \in I(\beta)$. Ahora bien, si recordamos la tabla de verdad de la función (\sim), si $1,0 \in I(\alpha)$ entonces, $1,0 \in I(\sim \alpha)$, por lo que en **LP** es posible que una oración y su negación sean ambas verdaderas y sean ambas falsas.

Sin embargo, con la definición $[1 \in I(\alpha) \leftrightarrow 0 \in I(\beta)] \wedge [1 \in I(\beta) \leftrightarrow 0 \in I(\alpha)]$ **LP** no sufre ningún problema. El caso que podría resultar extraño, nuevamente es el de la interpretación $\{1,0\}$. Cabe señalar que esta interpretación es el resultado de la unión de las interpretaciones $\{1\}$ y $\{0\}$. Ahora, para que la definición $[1 \in I(\alpha) \leftrightarrow 0 \in I(\beta)] \wedge [1 \in I(\beta) \leftrightarrow 0 \in I(\alpha)]$, sea satisfecha en **LP**, debe pasar que, cuando $1 \in I(\alpha)$ entonces $0 \in I(\sim \alpha)$ y cuando $1 \in I(\sim \alpha)$, entonces $0 \in I(\alpha)$. Con la interpretación $\{1,0\}$ ocurre lo siguiente:

$$\begin{aligned} \underline{1}, 0 \in I(\alpha) & \text{ si y sólo si } 1, \underline{0} \in I(\sim \alpha) \\ 1, \underline{0} \in I(\alpha) & \text{ si y sólo si } \underline{1}, 0 \in I(\sim \alpha) \end{aligned}$$

Con el subrayado quiero hacer explícito que, dados los requisitos de la Definición 2, si 1 (respectivamente, 0) pertenece a la interpretación de una oración α , 0 (respectivamente, 1) esta presente en la negación de esa oración, $\sim \alpha$.

Por lo que la interpretación $\{1, 0\}$, cumple con las propiedades que se piden en la definición, esto implica que la crítica de Slater, en realidad no es un problema para **LP**, pues, si se acepta la definición de contradicción que usa Slater, entonces, no hay un motivo por el cual rechazar alguna definición que resulte clásicamente equivalente a esta. Considero que si ajustamos la definición de contradictoriedad que esta presente en **LP**, se puede dar una respuesta satisfactoria a la crítica de Slater pues ya no es necesario mostrar independencia frente a ningún enfoque de paraconsistencia y además se ataca el argumento central de Slater.

Una de las posibles objeciones a la propuesta que presenté en este trabajo contra la crítica de Slater, es si realmente podemos tomar a la lógica clásica como autoridad para aceptar otras definiciones de contradictoriedad. Al respecto, quiero hacer el señalamiento de que no me parece muy claro, quién debería ser la máxima autoridad en este caso, pues, ni el propio Slater justifica el motivo por el que tomó la definición de contradictoriedad que tomó o por qué la consideró como la única definición legítima. Con mi propuesta sólo quiero hacer evidente que existen otras definiciones de contradictoriedad que están presentes en algunas lógicas.

Conclusiones

En este capítulo presenté la crítica de Slater, así como las reconstrucciones del argumento y respuestas que autores como Restall y Paolli han ofrecido. Evalué las respuestas de estos autores, y consideré pertinente generar una nueva respuesta a Slater, ya que las respuestas de Restall y Paolli no eran compatibles con **LP**, pues no solucionaban el problema que planteó Slater. Al igual que Restall y Paolli consideré que la crítica de Slater no es sólida. El problema que encontré con el argumento de Slater es que la noción de contradictoriedad puede

entenderse por lo menos de una forma diferente, aunque clásicamente equivalente, a como la entiende Slater. Esto implica que algunas lógicas paraconsistentes, como **LP**, sean inmunes a la crítica que propone.

Capítulo 3

La crítica del Béziau

Béziau [3] en su crítica pretende mostrar que **LP** no es compatible con el dialetheísmo relativo. El *dialetheísmo relativo* es la tesis según la cual sólo algunas oraciones, no todas, son dialethías. Según Béziau, **LP** de hecho implica un *dialetheísmo trivial*, es decir, que en esta lógica toda oración es una dialethía. Béziau afirma que, esto es así porque en **LP** ‘ α es verdadera’ puede entenderse de dos maneras:

- (a) α es sólo verdadera.
- (b) α es verdadera y falsa.

Con la manera (a), ninguna oración en **LP** es una dialethía. Con la manera (b), dice Béziau, todas las oraciones en esta lógica resultan ser dialethías, porque hay una evaluación en la que a toda oración le corresponde la interpretación verdadera y falsa.

Algunos de los autores que respondieron a la crítica de Béziau son Estrada González [4] y Martin [9]. En esta sección analizó y presentó las respuestas de estos autores al trabajo de Béziau, esto con el objetivo de tener un panorama general de la discusión. Al igual que en el capítulo dedicado a la objeción de

Slater, mi objetivo en esta sección no es de carácter meramente expositivo, por lo que después de presentar las reconstrucciones del argumento de Béziau y las respuesta que cada uno de los autores anteriormente mencionados, realizaré una evaluación de cada una de estas. También pretendo ofrecer una reconstrucción y una posible respuesta de autoría propia para la crítica de Béziau, distinta a las presentadas por Estrada González y Martin.

3.1. La reconstrucción de Martin

La reconstrucción del argumento de Béziau que realizó Martin [9] es la siguiente:

(MI1) Una *dialethéia* es una oración α tal que ella y su negación $\sim \alpha$ son verdaderas. (Def).

(MI2) Una lógica \mathbf{L} es compatible con el dialetheísmo relativo si y sólo si, en ella algunas oraciones no son dialethéias. (Def).

(MI3) Una oración α tiene una *interpretación verdadera* si y sólo si ocurre que cuando α es verdadera, su negación $\sim \alpha$ es falsa. (Def.)

(MI4) Si en \mathbf{LP} ser ‘verdadero’ refiere únicamente a la interpretación $\{1\}$, ninguna oración es una dialethéia. (Por (MI1), (MI3) y la semántica de \mathbf{LP} .)

(MI5) En \mathbf{LP} ser ‘verdadero’ debe referir necesariamente a la interpretación $\{1, 0\}$ para que haya dialethéias. (Por (MI1), (MI3) la semántica de \mathbf{LP} .)

(MI6) Para toda oración atómica S hay una evaluación en la que S es $\{1, 0\}$. (Por la semántica de \mathbf{LP} .)

(MI7) Si $\{1, 0\}$ es la interpretación de toda oración atómica S entonces toda oración S es una dialethéia en \mathbf{LP} . (Por (MI1) y (MI6).)

(MI8) Para toda oración molecular M hay una evaluación en la que M es $\{1, 0\}$. (Por la semántica de \mathbf{LP} .)

(**MI9**) Si $\{1, 0\}$ es el valor de la interpretación de M entonces toda oración M es una dialethéa en **LP**. (Por (MI1) y (MI8).)

(**MI10**) En **LP** todas las oraciones son dialethéas. (Por (MI7) y (MI9))

(**MI11**) Por lo tanto, **LP** no es compatible con el dialetheísmo relativo. (Por MI1 - MI10.)

Al igual que en la sección de Slater, con la finalidad de tener una mayor precisión, a continuación presento una formulación formal de la reconstrucción del argumento que propone Martin.

(**MF1**) Una *dialethéa* es una oración α tal que tanto ella como su negación $\sim \alpha$ son verdaderas. (Def).

(**MF2**) Una lógica L es compatible con el dialetheísmo relativo si y sólo si, en ella algunas oraciones no son dialethéas. (Def).

(**MF3**) Una oración α es *verdadera* si y sólo si $I(\alpha) = \{1\}$. (Def.)

(**MF4**) Si en **LP** ser ‘verdadero’ refiere únicamente al caso en el que $I(\alpha) = \{1\}$ ninguna oración es dialethéa. (Por (MI1), (MI3) y la semántica de **LP**.)

(**MF5**) En **LP** es necesario que ser ‘verdadero’ refiera al caso en el que $I(\alpha) = \{1, 0\}$ para que haya dialethéas. (Por (MF1), (MF3) la semántica de **LP**.)

(**MF6**) Para toda oración atómica α en **LP** hay una asignación de valores tal $I(\alpha) = \{1, 0\}$. (Por la semántica de **LP**.)

(**MF7**) Si $I(\alpha) = \{1, 0\}$ entonces toda oración atómica es una dialethéa en **LP**. (Por (MF1), (MF5) y (MF6).)

(**MF8**) Para toda oración molecular α en **LP** hay una asignación de valores tal que $I(\alpha) = \{1, 0\}$. (Por la semántica de **LP**.)

(**MF9**) Si $I(\alpha) = \{1, 0\}$ entonces toda oración molecular α es una dialethéa en **LP**. (Por (MF1), (MF5) y (MF8).)

(**MF10**) En **LP** todas las oraciones son dialethéas. (Por (MF7) y (MF9))

(**MF11**) Por lo tanto, **LP** no es compatible con el dialetheísmo relativo. (Por

MF1 - MF10.)

Para Martin, la crítica que propone Béziau no es sólida, pues las premisas **(MF7)** y **(MF9)** no son verdaderas.

Martin afirma que, la premisa **(MF7)** no es verdadera, ya que Béziau no toma en cuenta que la interpretación de las dialethías no refiere a interpretaciones semánticas, es decir, una dialethía es una oración que es verdad en el mundo, según Martin, las dialethías, no son portadoras de la verdad que es $\{1,0\}$ en una interpretación, si no que más bien, son portadoras de la verdad que es $\{1,0\}$ en una interpretación simpliciter. Una *interpretación simpliciter* es aquella interpretación que no depende únicamente de las interpretaciones semánticas de un lenguaje L .

Martin considera que Béziau tiene razón en que, si a una oración atómica α se le asigna la interpretación $\{1,0\}$, la negación de esa oración $\sim \alpha$ es $\{1,0\}$. Sin embargo, esto no demuestra que toda oración es una dialethía, sólo muestra que en **LP** no existe el impedimento para que las oraciones atómicas sean dialethías, por lo que no es el caso, que toda oración atómica en **LP** es una dialethía.

Con respecto a **(MF9)** Martin presenta una prueba, en la que concediendo que **LP** no tiene restricciones lógicas para evitar que algunas oraciones atómicas sean dialethías, trivialmente se sigue que, hay una interpretación en **LP** en la que toda oración atómica es una dialethía. Si tomamos dos oraciones atómicas que son dialethías, por ejemplo, las oraciones α y β , así como las conectivas negación, conjunción y disyunción. $\sim \alpha$, $\alpha \wedge \beta$, $\beta \vee \alpha$, estas oraciones también resultan ser dialethías. Con esta prueba Martin trata de hacer evidente que no toda oración molecular en **LP** es una dialethía. Si no que más bien, toda oración es una dialethía en una interpretación de **LP**. Así que, **LP** no puede impedir lógicamente que cualquier oración sea una dialethía.

En resumen, para Martin, Béziau se equivoca al creer que en **LP** todas

las oraciones atómicas y moleculares son dialethías, pues con el argumento que propone Béziau sólo se puede llegar a concluir que, en **LP** hay una interpretación en la que toda oración es una dialethía, por lo que **LP**, no puede impedir lógicamente que cualquier oración sea una dialethía, pero la crítica de Béziau, en realidad no arroja evidencia para poder afirmar que **LP** no es compatible con el dialetheísmo relativo.

Mi evaluación de la respuesta que ofrece Martin a la crítica de Béziau es la siguiente. Considero que Martín tiene razón al creer que el argumento de Béziau no arroja la suficiente evidencia para poder afirmar que **LP** no es compatible con el dialetheísmo relativo. Sin embargo considero que se puede ofrecer una respuesta a la crítica de Béziau sin apelar a recursos extra lógicos, pues, es posible mostrar la distinción entre las interpretaciones, sólo verdadero y verdadero y falso a partir de la semántica de **LP**.

3.2. La reconstrucción de Estrada González

Estrada González [4] es otro de los autores que participó en la discusión en torno a la crítica de Béziau. La reconstrucción del argumento que presentó es la siguiente.

(LI1) Una *dialethía* es una oración que es tanto verdadera como falsa. (Def.)

(LI2) Una lógica es *dialetheísta trivial* si y sólo si en ella todas las oraciones son dialethías. (Def.)

(LI3) Para toda oración atómica α en **LP** hay una evaluación en la que la interpretación de S es $\{1, 0\}$. (Por la semántica de **LP**.)

(LI4) Si la interpretación de toda oración atómica α es $\{1, 0\}$ entonces toda oración α es una dialethía en **LP**. (Por (LI1) y (LI3).)

(LI5) Para toda oración molecular α en **LP** hay una evaluación en la que la

interpretación de α es $\{1, 0\}$. (Por la semántica de **LP**.)

(LI6) Si la interpretación de toda oración molecular α es $\{1, 0\}$ entonces toda oración α es una dialethéa en **LP**. (Por (LI1) y (LI5).)

(LI7) En **LP** todas las oraciones son dialethéas. (Por, (LI4) y (LI6).)

(LI8) **LP** es una lógica dialetheísta trivial. (Por, (LI2) y (LI7).)

(LF9) Por lo tanto, **LP** compromete a los dialetheístas con el trivialismo. (Por(LI1)-(LI8))

Al igual que en las secciones anteriores a continuación presentaré una formulación formal del argumento de Estrada González.

(LF1) Una *dialethéa* es una oración que es tanto verdadera como falsa. (Def.)

(LF2) Una lógica es *dialetheísta trivial* si y sólo si en ella todas las oraciones son dialethéas. (Def.)

(LF3) Para toda oración atómica α en **LP** hay una asignación de valores tal $I(\alpha) = \{1, 0\}$. (Por la semántica de **LP**.)

(LF4) Si $I(\alpha) = \{1, 0\}$ entonces toda oración atómica es una dialethéa en **LP**. (Por (LF1) y (LF3).)

(LF5) Para toda oración molecular α en **LP** hay una asignación de valores tal que $I(\alpha) = \{1, 0\}$. (**LP**)

(LF6) Si $I(\alpha) = \{1, 0\}$ entonces toda oración α es una dialethéa en **LP** (Por (LF1) y (LF5).)

(LF7) En **LP** todas las oraciones son dialethéas. (Por, (LF4) y (LF6).)

(LF8) **LP** es una lógica dialetheísta trivial. (Por, (LF2) y (LF7).)

(LF9) Por lo tanto, **LP** compromete a los dialetheístas con el trivialismo. (Por. (LF1) - (LF8))

Para Estrada González, la respuesta que ofrece Martin a la crítica de Béziau evidencia algunos de los problemas que tiene la crítica. Sin embargo, considera que es mejor dar una respuesta sin apelar a la noción de verdad simpliciter,

pues esta noción le parece algo problemática. Además, Estrada González en su respuesta pretende mostrar que Béziau se aferró injustificadamente a una de las interpretaciones admisibles de **LP**.

Según Estrada González, la crítica de Béziau no es sólida, ya que las premisas (**LF7**) y (**LF9**) no son verdaderas, para evidenciar esto, Estrada González analiza 3 teoremas. El primer teorema que analiza fue presentado por Béziau en su crítica, y es el siguiente¹.

Teorema 1. En **LP** ser ‘verdadero’ refiere a las interpretaciones $\{1\}$ y $\{1,0\}$, por lo que todas las oraciones moleculares son dilethéias en esta lógica.

La prueba que ofrece Béziau para demostrar el teorema es la siguiente. Si se considera una oración molecular M , hay al menos una asignación de valores en la que todas las oraciones atómicas tienen la interpretación $\{1,0\}$. La única asignación de valores da como resultado que la interpretación de M y de $\sim M$ sea $\{1,0\}$. Además, como corolario, Béziau asegura que en **LP** no hay antilogías, es decir, fórmulas que siempre son falsas.

Estrada González considera que con esta prueba no se puede concluir que en **LP** todas las oraciones son dialethéias. A lo mucho, se puede llegar a afirmar que en **LP** todas las oraciones pueden ser dialetheias bajo una interpretación. Además, el teorema es trivial, porque basta con observar las tablas de verdad de **LP** para evidenciar que hay por lo menos una interpretación con la que las oraciones son dialethéias, a saber, con la interpretación $\{1,0\}$.

Este no es el único problema que encuentra Estrada González en la crítica de Béziau, pues él considera que si se acepta el razonamiento de Béziau, diversas lógicas paraconsistentes serían triviales, como es el caso de la lógica clásica positiva. Al respecto, Estrada González propone un teorema semejante al de Béziau, el cual es el siguiente.

Teorema 2. En lógica clásica positiva ser ‘verdadero’ refiere al valor de-

¹La notación fue ajustada.

signado en su semántica habitual de dos valores, por lo que toda oración es verdadera.

La prueba que propone Estrada González es la siguiente. La lógica clásica positiva es el fragmento sin negación de la lógica clásica. Si se considera una oración molecular M . Hay al menos una evaluación en la que las oraciones atómicas tienen el valor $\{1\}$. La asignación única da como resultado $\{1\}$ a M , por lo que la lógica clásica positiva sólo puede ser apoyada por trivialistas, es decir, aquellos que creen que todas las oraciones son verdaderas.

De ser cierto el teorema, tendría como consecuencia que algunas lógicas paraconsistentes serían triviales. Sin embargo, Estrada González afirma nuevamente que la demostración del teorema no prueba que toda oración sea verdadera en la lógica clásica positiva.

En cuanto al corolario que plantea Béziau, Estrada González dice que es un hecho bastante conocido que en **LP** no hay antilogías, es decir, oraciones que siempre sean falsas. Sin embargo, esto no significa que en **LP** no haya medios para obtener oraciones con la interpretación $\{0\}$, la cuestión ésta en que esos medios son extralógicos. Por lo que no hay una justificación para afirmar que los dialetheístas que trabajan con **LP** están comprometidos con sólo una de sus interpretaciones admisibles, y es por esto que Estrada González afirma que Béziau se se aferró injustificadamente a una de las interpretaciones admisibles de **LP**.

Esto nos lleva al tercer teorema que plantea Estrada González, con el objetivo de mostrar que no es justificada la afirmación de que **LP**, compromete a los dialetheístas con el trivialismo.

Teorema 3. En **LP** referirnos como ‘ser verdadero’ a las interpretaciones $\{1\}$ y $\{1,0\}$, es compatible con el dialetheísmo relativo. La prueba que realiza Estrada González de este teorema es la siguiente.

Si en **LP** tenemos una oración molecular M , cada una de las oraciones atómicas que la conforma podría obtener una de las tres interpretaciones admisibles de esta lógica, a saber $\{1\}$, $\{1,0\}$ o $\{0\}$. De acuerdo con esto, la interpretación de M , podría ser $M = \{1\}$, o $M = \{0\}$, o $M = \{1,0\}$. Ahora, si tenemos por ejemplo la siguiente oración $(p \wedge \sim p) \vee q$, y además, sabemos que p es una dialéthéia, es decir, $I(p) = \{1,0\}$, y que $I(q) = \{0\}$, entonces la interpretación de M quedaría de la siguiente forma $I((p \wedge \sim p) \vee q) = \{1,0\}$. Con esta asignación, Estrada González quiere mostrar que incluso, si las interpretaciones $\{1\}$ y $\{1,0\}$, son llamadas ambas verdaderas, hay oraciones moleculares que están designadas y no es necesario que las oraciones atómicas que la conforman también lo están. Además, Estrada González hace el señalamiento de que el teorema 1 es incorrecto, y asegura que este teorema y el teorema 3 son contradictorios. Aunque el teorema 3 es correcto, él lo califica como desafortunado pues sólo exhibe algunas de las características de las tablas de verdad de **LP**.

Finalmente, según Estrada González otro de los motivos que evidencian que Béziau se aferró injustificadamente a una sola interpretación de **LP**, es que Béziau olvidó que las verdades lógicas de **LP** son las mismas que las de la lógica clásica, así que hay oraciones que no son verdaderas en estas lógicas. Y no sólo esto, en **LP** no todos los argumentos son válidos pues **LP** es una lógica paraconsistente, por lo que no es válido el principio de explosión, así que es posible tener argumentos que no son válidos en esta lógica.

Considero que la respuesta de Estrada González es buena. Sin embargo, así como él complementa la respuesta que ofrece Martin a Béziau, me parece que hay una característica en una de las interpretaciones de **LP**, que han dejado fuera de sus respuestas tanto Estrada González como Martin y esta característica, la trataré de desarrollar en lo que sigue.

3.3. Mi reconstrucción

Mi reconstrucción del argumento de Béziau es la siguiente.

(SI1) Una *dialethéia* es una oración α tal que tanto ella y su negación $\sim \alpha$ son verdaderas. (Def.)

(SI2) El *dialetheísmo relativo* es la tesis de que sólo algunas oraciones son dialethéias. (Def.)

(SI3) En **LP** una oración α es *sólo verdadera* si y sólo si ocurre que cuando la interpretación de α es sólo verdadera, su negación $\sim \alpha$ es sólo falsa. (Def.)

(SI4) Una oración α es *verdadera y falsa* si y sólo si ocurre que cuando la interpretación de α es verdadera y falsa, su negación $\sim \alpha$ es verdadera y falsa. (Def.)

(SI5) Una lógica L es compatible con el dialetheísmo relativo si y sólo si en esa lógica algunas oraciones no son dialethéias. (Por (BSI2)).

(SI6) Si en **LP** se restringe el nombre de ‘verdadero’, únicamente a la interpretación sólo verdadera, ninguna oración en esta lógica es una dialethéia. (Por la semántica de **LP**, (BSI1), (SI3) y (SI4).)

(SI7) En **LP** ser ‘verdadero’ debe referir a las interpretaciones sólo verdadera y verdadera y falsa para que haya dialethéias en esta lógica. (Por la semántica de **LP** y (BSI1), (SI3) y (SI4).)

(SI8) En **LP** hay una asignación de valores tal que para toda oración atómica S la interpretación de S es verdadera y falsa. (Por la semántica de **LP**.)

(SI9) Si en **LP** verdadera y falsa es la interpretación de toda oración atómica S , entonces toda oración S es una dialethéia en esta lógica. (Por (SI1), y (SI8).)

(SI10) En **LP** hay una asignación de valores tal que para toda oración molecular M la interpretación de M es verdadera y falsa. (Por la semántica de **LP**.)

(SI11) Si verdadera y falsa es el valor de la interpretación de M entonces toda oración M es una dialethéia en **LP**. (Por (SI1) y (SI10).)

(SI12) En **LP** todas las oraciones son dialethéias. (Por (SI9) y (SI1))

(SI13) Por lo tanto, **LP** no es compatible con el dialetheísmo relativo. (Por SI1-SI12.)

La formulación formal de mi reconstrucción es la siguiente.

(SF1) Una *dialethéia* es una oración α en la que ocurre el caso en el que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\sim \alpha)$. (Def.)

(SF2) El *dialetheísmo relativo* es la tesis de que sólo algunas oraciones son dialethéias. (Def.)

(SF3) En **LP** $I(\alpha) = \{1\}$ si ocurre que cuando $1 \in I(\alpha)$, entonces $0 \in I(\sim \alpha)$. (Def.)

(SF4) En **LP** $I(\alpha) = \{1, 0\}$ si ocurre que cuando $1, 0 \in I(\alpha)$, entonces $1, 0 \in I(\sim \alpha)$. (Def.)

(SF5) Una lógica **L** es compatible con el dialetheísmo relativo si y sólo si en esa lógica algunas oraciones no son dialethéias. (Por (SF2).)

(SI6) Si en **LP** se restringe el nombre de ‘verdadero’, únicamente al caso en el que $I(\alpha) = \{1\}$, ninguna oración en esta lógica es una dialethéia. (Por (BSF1), (SF3) y (SF4).)

(SI7) En **LP** ser ‘verdadero’ debe referir a los casos en los que $I(\alpha) = \{1\}$ y $I(\alpha) = \{1, 0\}$ para que haya dialethéias en esta lógica. (Por la semántica de **LP** y (SI1), (SF3) y (SF4).)

(SF8) En **LP** hay una asignación de valores, tal que para toda oración atómica α , $I(\alpha) = \{1, 0\}$. (Por la semántica de **LP**.)

(SF9) Si en **LP** para toda oración atómica α , $I(\alpha) = \{1, 0\}$ entonces toda α es una dialethéia en esta lógica. (Por (SF1) y (SF8).)

(SF10) En **LP** para toda oración molecular μ hay una asignación de valores tal que $I(\mu) = \{1, 0\}$. (Por la semántica de **LP**.)

(SF11) Si $I(\mu) = \{1, 0\}$ entonces toda oración molecular μ es una dialethéia en

LP. (Por (SF1) y (SF10).)

(SF12) En **LP** todas las oraciones son dialethéias. (Por (SF11) y (SF9))

(SF13) Por lo tanto, **LP** no es compatible con el dialetheísmo relativo. (Por SF1-SF8.)

Considero que la crítica que propone Béziau contra **LP** no es sólida, pues el paso **(SF12)** no es válido. Béziau se equivoca al creer que **LP** es una lógica que no es compatible con el dialetheísmo relativo, pues a pesar de referirnos con el término ‘verdadero’ para las interpretaciones $\{1\}$ y $\{1,0\}$, estas interpretaciones no son iguales en la semántica de esta lógica, por lo que se puede mostrar que en **LP** no todas las oraciones son dialetheías y por tanto, se puede mostrar que **LP** es una lógica compatible con el dialetheísmo relativo.

Anteriormente en este trabajo presenté dos de las semánticas de **LP**, una semántica funcional y otra relacional. De igual forma, mencioné que una oración se puede relacionar con los valores de verdad de las siguientes maneras:

$1 \in I(\alpha)$ y $0 \notin I(\alpha)$, es decir, $I(\alpha) = \{1\}$

$1 \in I(\alpha)$ y $0 \in I(\alpha)$, es decir $I(\alpha) = \{1, 0\}$

$0 \in I(\alpha)$ y $1 \notin I(\alpha)$, es decir, $I(\alpha) = \{0\}$

$1 \notin I(\alpha)$ entonces $I(\alpha) \neq \{1\}$

$0 \notin I(\alpha)$ entonces $I(\alpha) \neq \{0\}$

Es pertinente tener esto en mente al momento de analizar la crítica de Béziau, pues Béziau no contempló las distintas formas en las que se relacionan las oraciones con los valores de verdad en **LP**.

En la semántica de **LP** hay por lo menos dos formas correctas en las que una oración se puede relacionar con el valor verdadero, a saber, $I(\alpha) = \{1\}$ e $I(\alpha) = \{1, 0\}$, a estas formas las llamaré *forma(a)* y *forma(b)* respectivamente. Estas dos nociones no son iguales, pues de acuerdo con el axioma de extencionalidad, el cual marca un criterio de identidad para los conjuntos, la *forma(a)* y la

$forma(b)$ serían iguales si y solo si ambos conjuntos tuvieran exactamente los mismos elementos. Sin embargo, este no es el caso, pues en la $forma(a)$ sólo se encuentra la interpretación $\{1\}$ y en la $forma(b)$ están las interpretaciones $\{1\}$ y $\{0\}$. Es por esto que estas interpretaciones no expresan lo mismo, la verdad formalizada mediante la $forma(a)$ asume que $1 \in I(\alpha)$ y que $0 \notin I(\alpha)$, y con la verdad formalizada mediante la $forma(b)$ se asume que en efecto $1 \in I(\alpha)$ pero no hay impedimento para que la interpretación de α se relacione con otra interpretación, a saber con $\{0\}$ por lo que $0 \in I(\alpha)$. Es importante recordar algo que ya se dijo anteriormente en este trabajo, y es que en la semántica de **LP**, la interpretación $\{1,0\}$ es la unión de las interpretaciones $\{1\}$ y $\{0\}$.

Si en **LP** α es una dialethía, la evaluación de esta oración no puede ser expresada mediante la $forma(a)$, pues si $I(\alpha) = \{1\}$, según la semántica de esta lógica, entonces $I(\sim\alpha) = \{0\}$. Si recordamos, una dialethía es una oración α tal que tanto ella como su negación $\sim\alpha$ son verdaderas. Así que si α es verdadera, con la $forma(a)$ su negación $\sim\alpha$ no puede ser verdadera.

Ahora, si tomamos la $forma(b)$ a saber que $I(\alpha) = \{1,0\}$, para que α sea una dialethía entonces debe ocurrir que $1 \in I(\alpha)$ y $1 \in I(\sim\alpha)$. Según la semántica de **LP**, si $I(\alpha) = \{\underline{1}, 0\}$ entonces $I(\sim\alpha) = \{\underline{1}, 0\}$. Con el subrayado quiero hacer explícito que la interpretación $\{1,0\}$ permite que una oración y su negación sean verdaderas, por lo que en **LP**, las dialethías tienen la interpretación $\{1,0\}$, sin embargo, esto es un hecho ya conocido.

Con lo anterior quiero hacer evidente que las interpretaciones $\{1\}$ y $\{1,0\}$, son distintas, por lo que resulta medianamente sencillo mostrar que no toda oración en **LP** es una dialethía, pero, por si quedará alguna duda, tómenos la siguiente oración λ y supongamos que esta oración no es una dialethía, es decir, la interpretación de esta oración sólo verdadera, es decir, $I(\lambda) = \{1\}$. Según la semántica de **LP**, si $I(\lambda) = \{1\}$ entonces $I(\sim\lambda) = \{0\}$, pero esto no

es nada nuevo, pues basta con observar la tabla de verdad de la conectiva (\sim) para comprobarlo.

Ahora, si tomamos la oración ϖ y suponemos que esta oración es una dialethía, es decir, $I(\varpi) = \{1, 0\}$, entonces, ϖ y su negación $\sim \varpi$ serían verdaderas. Si $I(\varpi) = \{\underline{1}, 0\}$ entonces $I(\sim \varpi) = \{\underline{1}, 0\}$, nuevamente, con lo subrayado quiero hacer explícito que $1 \in I(\varpi)$ y $1 \in I(\sim \varpi)$ por lo que es el caso que ϖ es una dialethía.

Considero que con estas pequeñas pruebas puedo hacer evidente que, aunque usemos el mismo término para referirnos a las interpretaciones $\{1\}$ y $\{1, 0\}$, estas interpretaciones no son iguales, y en **LP** hay oraciones que tienen la interpretación $\{1\}$ y también hay oraciones con la interpretación $\{1, 0\}$, por lo que se puede mostrar que no toda oración en esta lógica es una dialethía, y por lo tanto **LP** es compatible con el dialetheísmo relativo.

Es posible que algunas personas puedan considerar que sólo hay una forma correcta de formalizar ‘ α es verdadera’, a saber, mediante la forma usual que es $I(\alpha) = \{1\}$, esta formulación asume que $1 \in I(\alpha)$ si y sólo si $0 \notin I(\alpha)$. Sin embargo, considero que no hay motivos suficientes para no aceptar otras formulaciones, pues hay lógicas en las que a pesar de que la oración α es verdadera, en su semántica no hay un compromiso con que $0 \notin I(\alpha)$, tal es el caso de **LP**, pues en la semántica de esta lógica, no hay un compromiso con que si una oración α es verdadera, $0 \notin I(\alpha)$, es por este motivo que considero que otra manera legítima de formalizar ‘ α es verdadera’ es mediante la forma $I(\alpha) = \{1, 0\}$, con esta forma asumimos que en efecto $1 \in I(\alpha)$ pero no hay impedimento para que, en una interpretación de α , ésta se relacione con los dos valores.

Conclusiones

En este capítulo presenté la crítica de Béziau, así como las reconstrucciones del argumento y respuestas que autores como Estrada González y Martin han ofrecido. Evalué las respuestas de estos autores y consideré, que si bien, estas respuestas son correctas, dejan fuera el análisis de un aspecto fundamental de la semántica de **LP** que permite dar cuenta de un error que comete Béziau. El aspecto al que me refiero son las distintas formas en las que una oración se puede relacionar con los valores de verdad en la semántica de **LP**, pues gracias a estas relaciones es evidente que aunque usemos el mismo término para referirnos a las interpretaciones $\{1\}$ y $\{1, 0\}$, estas interpretaciones no son iguales, y dado que hay una distinción entre estas, no todas las oraciones son dialethéias en **LP**, por lo que esta lógica es compatible con el dialetheísmo relativo. Y es por esto que considero que el argumento de Béziau no es sólido.

Conclusión

En esta tesis, mostré con argumentos propios, que las críticas que presentan Slater y Béziau contra **LP** no son sólidas. Presenté dos de las semánticas de **LP**, así como la evaluación de algunas de las respuestas que hay para estas críticas.

El argumento que defendí contra la crítica de Slater pretende mostrar que existen diferentes definiciones de ‘contradictoriedad’ que son igual de legítimas a la definición que usa Slater, y dado que Slater no contemplo otras definiciones, no logra dar cuenta de que hay por lo menos una definición de ‘contradictoriedad’ clásicamente equivalente a la definición que usa en su crítica a saber, que dadas dos oraciones contradictorias, una es verdadera (respectivamente, falsa) si y sólo si la otra es falsa (respectivamente, verdadera), ésta definición es la que está presente en **LP**, por lo que **LP** es inmune a la crítica de Slater. En cuanto a la crítica de Béziau, el argumento que presenté muestra que Béziau se equivoca al creer que **LP** no es compatible con el dialetheísmo relativo, pues a pesar de usar el mismo término para referirnos a las interpretaciones $\{1\}$ y $\{1, 0\}$, estas interpretaciones no son iguales en la semántica de esta lógica. En **LP** hay distintas formas en las que una oración se puede relacionar con los valores de verdad y considero que Béziau no contempló todas estas relaciones al momento de formular su crítica, y gracias a esto, no logra dar cuenta de que hay una distinción entre las interpretaciones $\{1\}$ y $\{1, 0\}$.

Bibliografía

- [1] F. G. Asenjo. A calculus of antinomies. Notre Dame J. Formal Logic, 7(1):103–105, 1966.
- [2] F. Berto and M.Jago. Impossible worlds. In Edward N. Zalta, editor, The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Metaphysics Research Lab, Stanford University, fall 2018 edition, 2018.
- [3] Jean-Yves Béziau. Trivial dialetheism and the logic of paradox. Logic and Logical Philosophy, 25(1):51–56, 2016.
- [4] Luis Estrada-González. A brief note on Béziau’s “rather trivial theorem” about LP. Logic and Logical Philosophy, page 1, forthcoming.
- [5] F.Berto G. Priest and Z. Weber. Dialetheism. In Edward N. Zalta, editor, The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Metaphysics Research Lab, Stanford University, fall 2018 edition, 2018.
- [6] Andrew David Irvine and Harry Deutsch. Russell’s paradox. In Edward N. Zalta, editor, The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Metaphysics Research Lab, Stanford University, winter 2016 edition, 2016.
- [7] M.Glanzberg Jc.Beall and D. Ripley. Liar paradox. In Edward N. Zalta, editor, The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Metaphysics Research Lab, Stanford University, winter 2019 edition, 2019.

- [8] Saul Kripke. Outline of a theory of truth. The Journal of Philosophy, 72(19):690–716, 1975.
- [9] Ben Martin. In defence of dialetheism: A reply to beziau and tkaczyk. Logic and Logical Philosophy, forthcoming.
- [10] C. Mortensen. Inconsistent mathematics. In Edward N. Zalta, editor, The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Metaphysics Research Lab, Stanford University, fall 2017 edition, 2017.
- [11] F. Paoli. Substructural Logics: A Primer, volume 13. 2002.
- [12] F. Paoli. Quine and Slater on paraconsistency and deviance. Journal of Philosophical Logic, 32:531–548, 2003.
- [13] G. Priest. The logic of paradox. Journal of Philosophical Logic, pages 219–241, 1979.
- [14] G. Priest. A note on the sorites paradox. Australasian Journal of Philosophy, 57(1):74–75, 1979.
- [15] G. Priest. Sense, entailment and modus ponens. Journal of Philosophical Logic, pages 415–435, 1980.
- [16] G. Priest. In Contradiction: A Study of the Transconsistent. Oxford University Press, 2006.
- [17] G. Priest. Thinking the impossible. Philosophical Studies, 173(10):2649–2662, 2016.
- [18] S. Melo Ederson R. B. Arenhart Jonas. Dialetheistslies about the liar. Principia: an international journal of epistemology, 22:59–85, 2018.
- [19] G. Restall. Paraconsistent logics! Bulletin of the Section of Logic 26, page 156–173, 1997.

- [20] L. Shapiro and Jc Beall. Curry's paradox. In Edward N. Zalta, editor, The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Metaphysics Research Lab, Stanford University, summer 2018 edition, 2018.
- [21] B. H. Slater. Paraconsistent logics? Journal of Philosophical Logic, 24(4):451–454, 1995.
- [22] A. Rodrigues W. Carnielli. An epistemic approach to paraconsistency: a logic of evidence and truth. Synthese, pages 3789–3813, 2017.
- [23] J. L. Garfield Y. Deguchi and G. Priest. The way of the dialetheist: Contradictions in buddhism. Philosophy East and West, 58(3):395–402, 2008.
- [24] G. Young. A Revenge Problem for Dialetheism, pages 21–45. 2019.