

UACM

Universidad Autónoma
de la Ciudad de México

Nada humano me es ajeno

COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA COMPLEJIDAD

**Modelación basada en agentes; en el libro:
“Modelación Matemática V: Ingeniería y Ciencias Sociales”**

PUBLICACIÓN ARBITRADA QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA COMPLEJIDAD

P R E S E N T A

EDMUNDO PACHECO BLAS

DICTAMINADORES

**DR. LUIS AGUSTÍN OLIVARES QUIROZ
M. EN C. JOSÉ LUIS GUTIÉRREZ SÁNCHEZ**

Ciudad de México, marzo de 2024.

SISTEMA BIBLIOTECARIO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE LA CIUDAD DE MÉXICO COORDINACIÓN ACADÉMICA

RESTRICCIONES DE USO PARA LAS TESIS DIGITALES

DERECHOS RESERVADOS[©]

La presente obra y cada uno de sus elementos está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor; por la Ley de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, así como lo dispuesto por el Estatuto General Orgánico de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México; del mismo modo por lo establecido en el Acuerdo por el cual se aprueba la Norma mediante la que se Modifican, Adicionan y Derogan Diversas Disposiciones del Estatuto Orgánico de la Universidad de la Ciudad de México, aprobado por el Consejo de Gobierno el 29 de enero de 2002, con el objeto de definir las atribuciones de las diferentes unidades que forman la estructura de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México como organismo público autónomo y lo establecido en el Reglamento de Titulación de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México.

Por lo que el uso de su contenido, así como cada una de las partes que lo integran y que están bajo la tutela de la Ley Federal de Derecho de Autor, obliga a quien haga uso de la presente obra a considerar que solo lo realizará si es para fines educativos, académicos, de investigación o informativos y se compromete a citar esta fuente, así como a su autor ó autores. Por lo tanto, queda prohibida su reproducción total o parcial y cualquier uso diferente a los ya mencionados, los cuales serán reclamados por el titular de los derechos y sancionados conforme a la legislación aplicable.

En la actualidad, la modelación matemática se ha convertido en una alternativa viable para abstraer, analizar, explicar o predecir fenómenos que se presentan en la realidad, mediante la formulación, solución y validación de distintos modelos matemáticos. Dichos modelos son expresados en lenguaje matemático, resueltos, interpretados y validados por un equipo multidisciplinario de profesionales de matemáticas y otras áreas del conocimiento en las que se enmarca el problema. Cabe mencionar que existen diferentes modelos matemáticos para un mismo problema y también, con ciertas adecuaciones, diferentes problemas que se pueden explicar con el mismo modelo matemático.

"La realidad es sumamente compleja, y es prácticamente imposible analizarla manejando la totalidad de las variables que intervienen en cada caso; ni siquiera de forma aproximada. Para ello, se recurre a la modelación, mediante la cual tratamos de reproducir esa realidad, en forma simplificada (muy simplificada), seleccionando solo una parte de las variables; las que consideramos más importantes, o las que resultan más apropiadas para el objeto específico del análisis que queremos realizar. Con los modelos no se trata solo de reproducir aproximadamente la realidad tal como es, sino también de representar una realidad hipotética (valga la contradicción), con el fin de observar qué sucede cuando modificamos algunas de las variables".

- MODESTO SEARA VÁZQUEZ



Diseño: Gerardo Ramírez Lucero

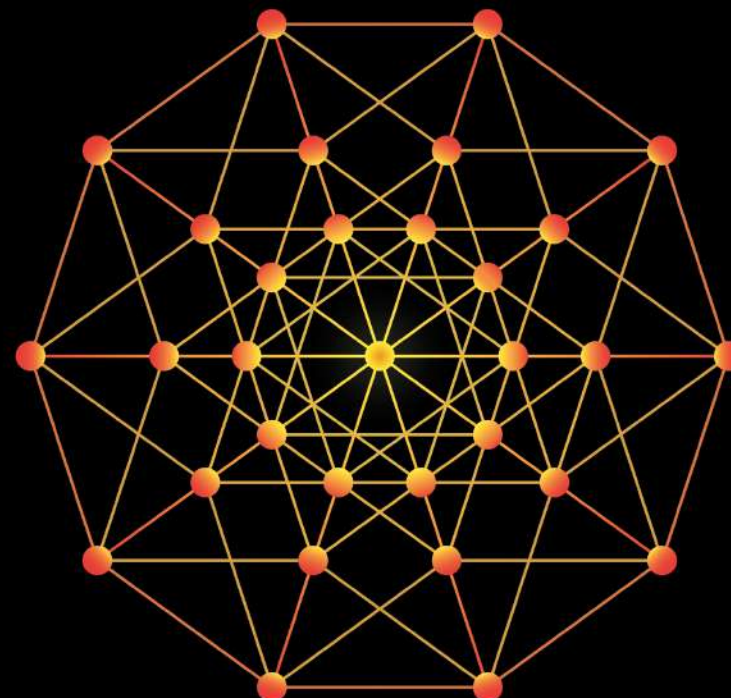
https://doi.org/10.48043/UTM_MODMAT04

www.utm.mx

MODELACIÓN MATEMÁTICA Y INGENIERÍA, CIENCIAS NATURALES Y CIENCIAS SOCIALES Silvia Reyes Mora • Virgilio Vázquez Hipólito • Franco Barragán Mendoza

MODELACIÓN MATEMÁTICA V

INGENIERÍA, CIENCIAS NATURALES Y CIENCIAS SOCIALES



Silvia Reyes Mora
Virgilio Vázquez Hipólito
Franco Barragán Mendoza

Coordinadores



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA
HUAJUAPAN DE LEÓN, OAXACA



Capítulo 1

Modelación basada en agentes

Edmundo Pacheco-Blas¹
Luis Ramón Munive-Hernández²
Fernando Ramírez-Alatraste³

Abstract: Agent-based models can be used to analyze complex systems in a variety of settings. These models explain how a few simple rules of local interaction produce emergent systemic behaviors like criticality, pattern emergence, self-organization, and other intriguing behaviors found in complex systems.

Keywords: Agent-based modeling. Flood risk. Percolation. Sensitivity analysis.

Resumen: Los modelos basados en agentes constituyen una herramienta para analizar sistemas complejos en una gran diversidad de contextos. Estos modelos describen cómo algunas reglas simples de interacción local dan lugar s comportamientos emergentes a nivel sistémico, por ejemplo, la autoorganización, la criticalidad, la emergencia de patrones y algunos otros comportamientos interesantes que son comunes en los sistemas complejos.

Palabras clave: Modelación basada en agentes. Riesgo de inundación. Percolación. Análisis de sensibilidad.

1.1. Introducción

En este capítulo se muestra el potencial de la modelación basada en agentes usando un par de modelos de implementación propia y que son de gran interés ambiental.

¹blas.edmundo.pacheco@alumnos.uacm.edu.mx Universidad Autónoma de la Ciudad de México

²luis.ramon.munive@alumnos.uacm.edu.mx Universidad Autónoma de la Ciudad de México

³fernando.ramirez@uacm.edu.mx Universidad Autónoma de la Ciudad de México

La modelación basada en agentes, más que un método computacional, es una forma de razonar que se basa en describir un sistema desde la perspectiva de sus componentes [3]. Este enfoque puede ser utilizado para modelar una gran variedad de fenómenos, procesos, situaciones, o prácticamente cualquier cosa que pueda ser considerada como un sistema complejo [22], [2]. De modo tal que la modelación basada en agentes tiene sus orígenes en la investigación sobre sistemas complejos [20], [11], [10] y vida artificial [12].

Un modelo basado en agentes está constituido por tres componentes [18] (ver Figura 1.1):

- Agentes: entidades individuales y autónomas capaces de interactuar entre sí y con su ambiente.
- Ambiente: contexto donde ocurre la dinámica que describe el modelo.
- Relaciones: definen cómo son las relaciones agente-agente y agente-ambiente.



Figura 1.1: Mapa conceptual de la modelación basada en agentes.

Algunas características esenciales de los sistemas complejos son la autoorganización y el surgimiento de propiedades emergentes. Estos comportamientos provienen de interacciones a nivel local entre los agentes con su entorno, produciendo así cambios a nivel sistémico [16]. Además, este enfoque de modelación permite la escalabilidad para estudiar fenómenos con un gran número de agentes.

La modelación basada en agentes es una herramienta útil para tomar decisiones en situaciones que pueden llegar a ser sumamente complejas, de modo tal que se prefiere este enfoque sobre otros métodos y heurísticas. Se ha empleado con éxito en una amplia variedad de contextos como biología, ciencias sociales, ecología, epidemiología, física y una vasto etcétera.

En este caso se utiliza para modelar el riesgo de inundación en la Gran Cuenca del Valle de México y para conducir un análisis de sensibilidad de los parámetros de un modelo de percolación del fuego en un bosque.

1.2. Un modelo de inundación en una cuenca

El riesgo de inundación es un tópico de particular interés, y más en áreas como la Zona Metropolitana del Valle de México. Este tema sólo es una parte del sistema complejo que representa el agua en la región. En seguida se presentan, uno a uno, el contexto y los elementos que constituyen el modelo desarrollado.

1.2.1. Contexto de la situación hídrica en la Ciudad de México

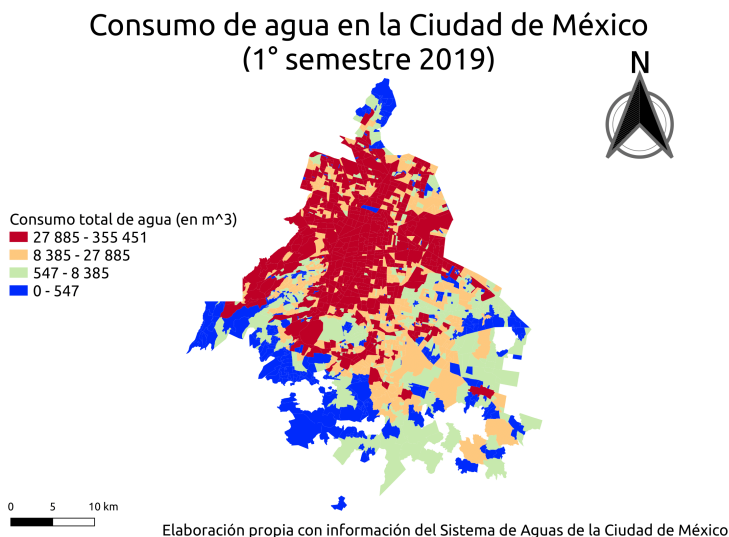


Figura 1.2: Consumo total de agua durante el 1° semestre de 2019, por colonia, en la Ciudad de México [8].

El acceso al agua en la Ciudad de México no es igual para todos los sectores y existen diferencias marcadas en los patrones de consumo de agua (ver Figura 1.2). Además, el consumo de agua en la ciudad es superior al promedio nacional en México y existen problemáticas como la contaminación debido a la descarga de aguas residuales y la infraestructura insuficiente para su tratamiento [4].

Los sistemas de captación de agua de lluvia son una alternativa interesante para mitigar el desabasto de agua en la Ciudad de México. Es necesario realizar estudios para conocer las características hidrológicas de cada zona y determinar las áreas que tienen mayor potencial para la captación y almacenamiento de agua de lluvia.

1.2.2. Atlas de riesgo de inundación

El atlas de riesgo de inundación de la Ciudad de México tiene como objetivo calcular el peligro de inundación utilizando el Índice de Peligro de Inundación calculado por el Centro Nacional para la Prevención de Desastres (Cenapred), el mapa del índice de inundabilidad de la Comisión Nacional del Agua (Conagua), e información histórica de inundaciones [1].

La información del atlas de riesgo de inundación está organizada por Área Geostadística Básica (AGB), estas son, según el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (Inegi), áreas urbanas geográficas ocupadas por un conjunto de manzanas perfectamente delimitadas por calles, avenidas, andadores o cualquier otro rasgo de fácil identificación en el terreno con población mayor o igual a 2,500 habitantes y en las cabeceras municipales. Cada AGB tiene una categoría de riesgo asignada en el atlas de riesgo de inundación (ver Figura 1.3).

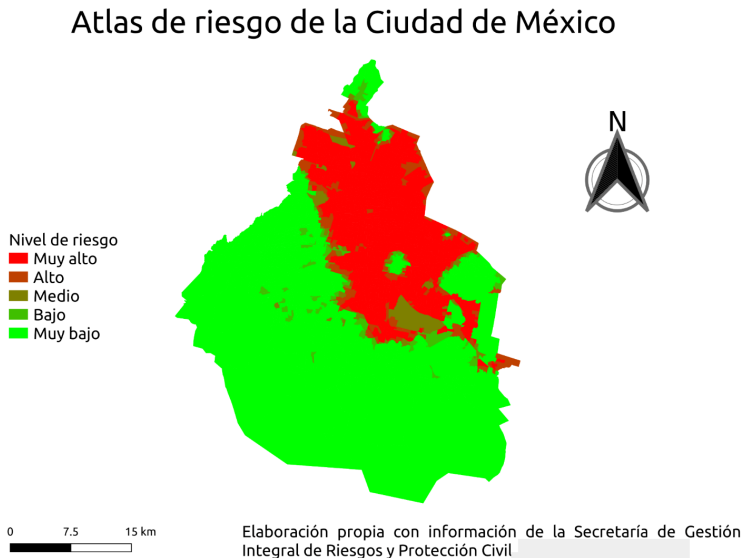


Figura 1.3: Atlas de riesgo de la Ciudad de México [1].

1.2.3. Modelo basado en agentes de la precipitación

El modelo de inundación sobre la Gran Cuenca de México está basado en un modelo que simula la lluvia considerando la elevación. A partir de interacciones a nivel local surge un comportamiento a nivel global en las gotas de lluvia, esto es, surgen zonas inundadas debido a que el modelo no considera el drenaje. De esta manera, se pueden identificar las zonas potenciales a inundarse.

En el modelo original la lluvia puede caer al azar o en áreas seleccionadas por el usuario. Este está disponible en el catálogo de modelos de NetLogo en la sección de Ciencias de la Tierra [14] (ver Figura 1.4).

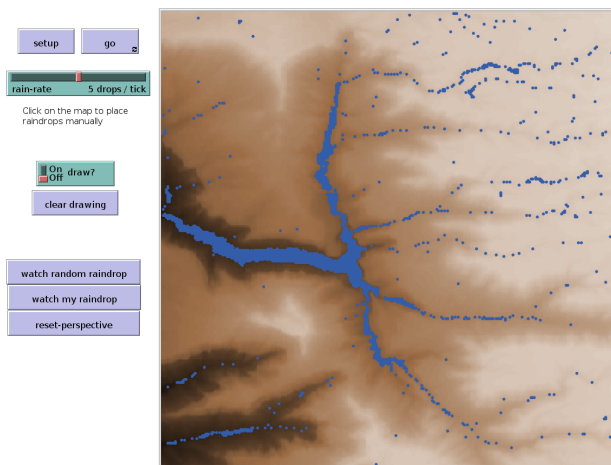


Figura 1.4: Interfaz de modelo basado en agentes de lluvia en el Gran Cañón.

El software NetLogo es una herramienta ampliamente usada para la modelación basada en agentes. En NetLogo existen dos clases de elementos: **patches**, estos constituyen el ambiente; **turtles**, son los agentes que evolucionan con el tiempo e interactúan entre sí y con su ambiente. En este modelo, el ambiente está dado por los píxeles de la imagen de las elevaciones y los agentes son gotas de lluvia.

1.2.4. Elevaciones

Se considera el Continuo de Elevaciones Mexicano 3.0 (CEM) [5] para configurar el ambiente del modelo. Se toma en cuenta sólo el área que corresponde a la Gran Cuenca de México (ver Figura 1.5).

La imagen CEM tiene un tamaño de 3921 filas por 3057 columnas y cada píxel representa un área de $15\text{m} \times 15\text{m}$. La extensión de la imagen raster en la Figura 1.5 se muestra en el Cuadro 1.1, es decir, las coordenadas que corresponden al elipsoide GRS 1980 (ver detalles en [13]) del área de estudio.

	Mínimo	Máximo
Latitud	19.04823°N	19.59281°N
Longitud	-99.36492°W	-98.94034°W

Cuadro 1.1: Extensión del mapa de elevaciones de la Ciudad de México.

Mapa de elevación de la Gran Cuenca de México

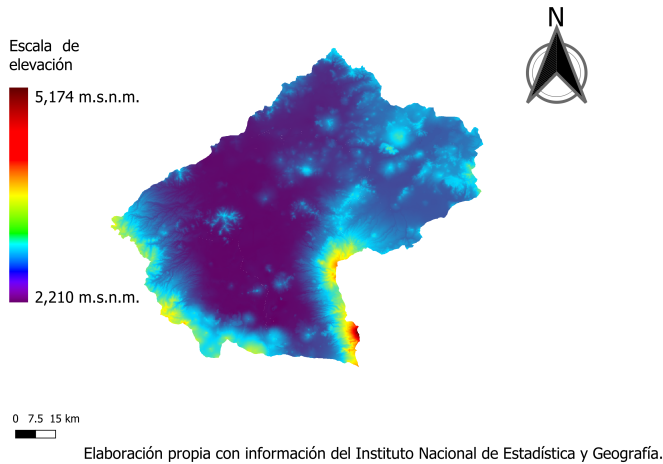


Figura 1.5: Continuo de elevaciones de la Gran Cuenca de México.

1.2.5. Desarrollo del modelo

El ambiente del modelo se compone de los datos de elevación de la Gran Cuenca de México, análogamente como se define el modelo del Gran Cañón en NetLogo [19]. Este archivo se transformó a formato ASC usando el Sistema de Información Geográfica QGIS [17].

La simulación excluye el drenaje y cualquier otro tipo de eliminación de agua. Simplemente determina la acumulación natural del agua causada por la escorrentía en función de la altura de cada gota de lluvia generada al azar en el área de estudio. La altura del agua en un píxel i y la altura del agua en sus píxeles vecinos determinan el flujo que siguen los agentes del modelo. En particular, si i tiene más agua que $target(i)$ el agua de i fluirá a $target(i)$ (ver Figura 1.6).

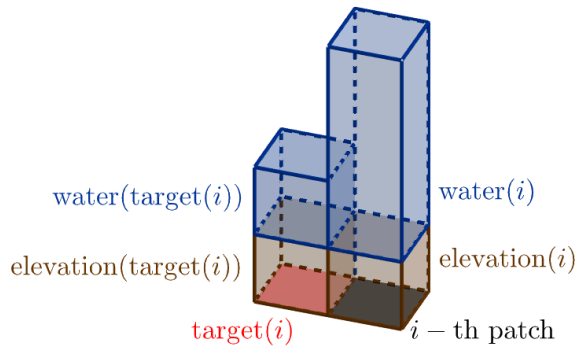


Figura 1.6: Escurrimiento por la altura del agua acumulada en un parche.

Dado que el ambiente del modelo se compone de 490 filas y 382 columnas, cada píxel representa un cuadrado de píxeles de 8×8 en la Figura 1.5. Como resultado cada píxel en el ambiente representa un área de $120\text{m} \times 120\text{m}$. Por lo tanto cada gota de lluvia en el modelo tiene un diámetro de 120m .

Por otro lado, utilizando el atlas de riesgo se obtuvo el riesgo de inundación por AGB, con el cuál se comparó la acumulación de agua de la simulación. Para ello los valores del riesgo se consideraron como atributos de los píxeles en el modelo, codificando cada uno por color según su categoría de riesgo.

La precipitación fluye por toda la superficie, lo que da como resultado zonas de encharcamiento como una propiedad emergente causada por las diferencias de altitud en el ambiente.

1.2.6. Resultados y conclusiones

La Figura 1.7 confirma de manera parcial una de las hipótesis que se tenían sobre la simulación del modelo previo que sólo considera la Ciudad de México. En tal simulación el área cubierta por la lluvia no parecía inundar por completo las zonas de mayor riesgo en el atlas, mientras que, considerando el área que comprende la Gran Cuenca de México se cubre una mayor parte del atlas de riesgo.

En la Figura 1.8 se muestra la evolución del número de píxeles con más de una gota de lluvia a lo largo de 5 360 pasos de tiempo considerando la Gran Cuenca (izquierda); y con 32 000 ticks basándose solamente en la Ciudad de México. En ambas gráficas se muestra la cantidad de píxeles con alto riesgo. La curva del modelo de la Ciudad de México parece tener un comportamiento asintótico en torno a la cantidad de píxeles con riesgo alto. Para la curva del modelo de la Gran Cuenca, el umbral delimitado por el atlas ha sido sobrepasado, desde luego, ya que el atlas sólo está disponible para la Ciudad de México. Aunque resulta más natural considerar este último modelo debido a los escurrimientos en la frontera de la gran metrópoli.

Con base en los resultados (Figuras 1.7 y 1.8) podemos concluir que el enfoque de la modelación basado en agentes, comparado con la metodología del atlas de riesgo de inundación, tiene el potencial de producir resultados interesantes que se pueden emplear para formular propuestas de mejoras en captación de agua y prevención de inundaciones.

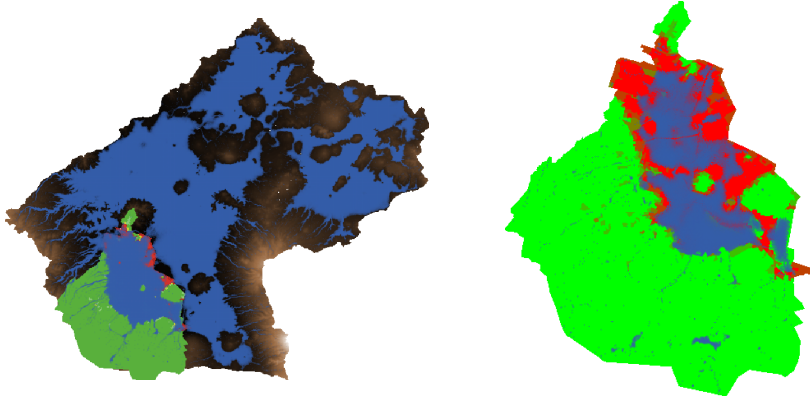


Figura 1.7: Resultados de los modelos basados en agentes considerando: la Gran Cuenca de México (izquierda) y la Ciudad de México (derecha).

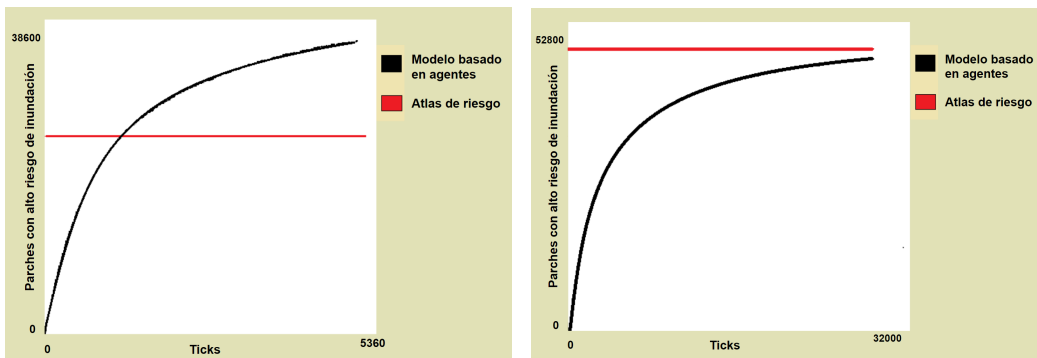


Figura 1.8: Número de píxeles con más de una gota de lluvia considerando: la Gran Cuenca de México (izquierda) y la Ciudad de México (derecha).

1.3. Un modelo de la propagación y percolación del fuego en un bosque

La propagación del fuego en un bosque es un proceso biofísico complejo que puede depender de diversos factores como el tipo de bosque, la velocidad del viento, la temperatura y, probablemente, de una larga lista de variables.

El modelo aquí presentado soslaya todos los factores antes mencionados y simplifica la dinámica subyacente a la propagación del fuego y, eventualmente, su percolación a través del bosque (ver Figura 1.9).

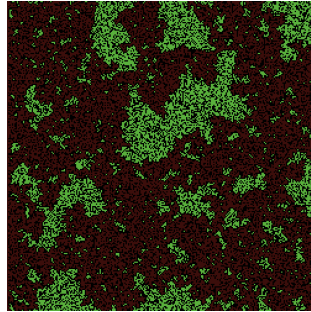


Figura 1.9: Simulación del modelo *Fire* de la librería de modelos en NetLogo [21].

El modelo *Fire* de NetLogo simula cómo el fuego se propaga a través de un bosque y muestra que la probabilidad de percolación del fuego depende críticamente de la densidad del bosque. Este comportamiento es un ejemplo de una característica común de los sistemas complejos, la presencia de un parámetro crítico con un umbral no lineal donde ocurre la transición de fase del sistema.

Esta sección está dedicada, principalmente, a presentar un análisis de sensibilidad de los parámetros de un modelo desarrollado a partir de la idea principal del modelo *Fire*.

1.3.1. Descripción del modelo

Este modelo, formulado originalmente por Uri Wilensky [21], ha servido para comprender el fenómeno de percolación y propagación en diversos contextos como la propagación de alguna enfermedad, la percolación del petróleo a través del suelo o la difusión de información dentro de alguna población [15].

Muchos sistemas complejos exhiben un fenómeno llamado umbral crítico. Tal comportamiento se refiere a transiciones donde cambios significativos pueden resultar de ligeros cambios en las condiciones del modelo [7].

El modelo en cuestión es altamente sensible al parámetro que controla la densidad del bosque. Cuando se observa si el fuego traspasó de un lado a otro del bosque (percola), este resultado es altamente sensible al porcentaje de superficie cubierta por árboles [22].

El modelo está constituido simplemente por el ambiente, que es una malla de píxeles coloreados de manera aleatoria de verde y negro, de acuerdo a sus parámetros `initial-density` y `world-diameter`, que toman valores discretos en $\{1, 2, \dots, 100\}$ y $\{100, 150, \dots, 300\}$, respectivamente. Los píxeles pueden tener cinco posibles estados (ver Figura 1.10).



Figura 1.10: Posibles estados de los píxeles en el ambiente del modelo.

La dinámica principal en el modelo es una interacción a nivel local que da lugar a la propiedad emergente de percolación del fuego a través del bosque. Se consideran los píxeles en la vecindad de Neumann del i -ésimo píxel de color rojo, que son de color verde,

$$V(i_{\text{rojo}}) = \left\{ i_{\text{rojo}}^j : \text{color} \left(i_{\text{rojo}}^j \right) = \text{verde}, j = \{N, S, E, O\} \right\},$$

tales píxeles se incendian al paso de una unidad de tiempo (**tick**) y el i -ésimo píxel de color rojo cambia a color gris (ver Figura 1.11).

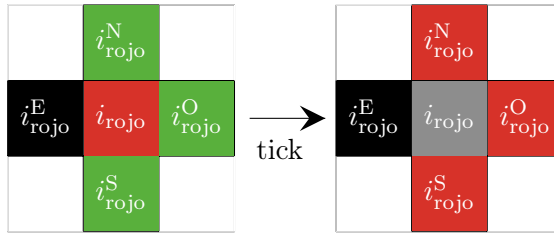


Figura 1.11: Ilustración de la dinámica de propagación del fuego.

Una vez que la dinámica de propagación haya terminado, se buscan aquellos píxeles que quedaron aún verdes y se explora la formación de clústeres de árboles que no fueron alcanzados por el fuego. Cuando los parches verdes han sido explorados, estos cambian su color a naranja (ver Figura 1.12).

Una de las características importantes de este modelo es el resultado de percolación, esto es, si el fuego traspasó al borde derecho del bosque. Bajo este contexto se define la variable aleatoria binaria

$$Z = \begin{cases} 1, & \text{si el fuego percola,} \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

con $\pi = \mathbb{P}(Z = 1)$ y $1 - \pi = \mathbb{P}(Z = 0)$, esto es $Z \sim \text{Bernoulli}(\pi)$.

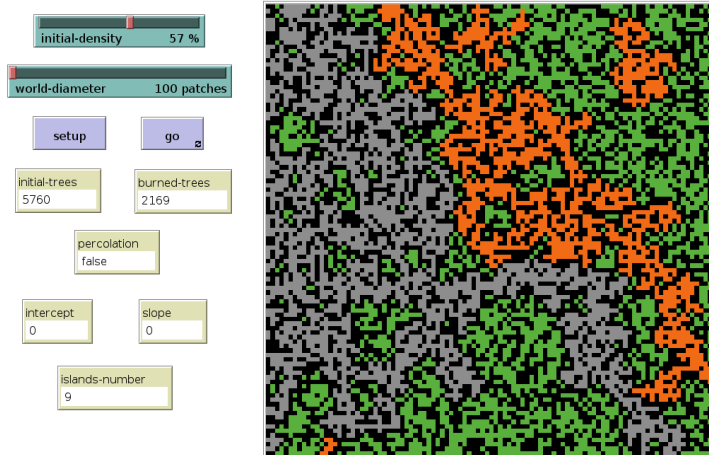


Figura 1.12: Resultados de una simulación sobre la interfaz del modelo.

1.3.2. Diseño experimental

Se lleva a cabo un experimento donde se varían los parámetros `initial-density` y `world-diameter` sobre el conjunto $\{1, 2, \dots, 100\} \times \{100, 150, \dots, 300\}$, para cada combinación se realizaron 100 repeticiones. Las variables respuesta medidas durante el experimento se muestran en el Cuadro 1.2.

Variable	Tipo	Soporte
Número de árboles quemados	Entero	\mathbb{N}
Número inicial de árboles	Entero	\mathbb{N}
Percolación	Binario	$\{0, 1\}$
Número de clústeres	Entero	\mathbb{N}

Cuadro 1.2: Variables de resumen en el análisis de sensibilidad.

Una vez obtenidas las simulaciones se realizó un muestreo con reemplazo de tamaño 1000, siguiendo la idea principal de las técnicas *bootstrap* (ver más detalles en [6]).

1.3.3. Análisis de sensibilidad

De las variables del Cuadro 1.2 se obtuvieron las siguientes variables que resumen el experimento considerando las repeticiones obtenidas en cada combinación de los valores de los dos parámetros del modelo.

Variable	Tipo	Soporte
Proporción promedio de área quemada	Numérico	$[0, 1]$
Probabilidad de percolación	Numérico	$[0, 1]$
Número promedio de islas	Numérico	\mathbb{R}
Número mediano de islas	Numérico	\mathbb{R}

Cuadro 1.3: Variables de resumen en el análisis de sensibilidad.

En la Figura 1.13 se muestra una visualización de las variables definidas en el Cuadro 1.3 y cómo varían de acuerdo al nivel de densidad y el tamaño del ambiente.

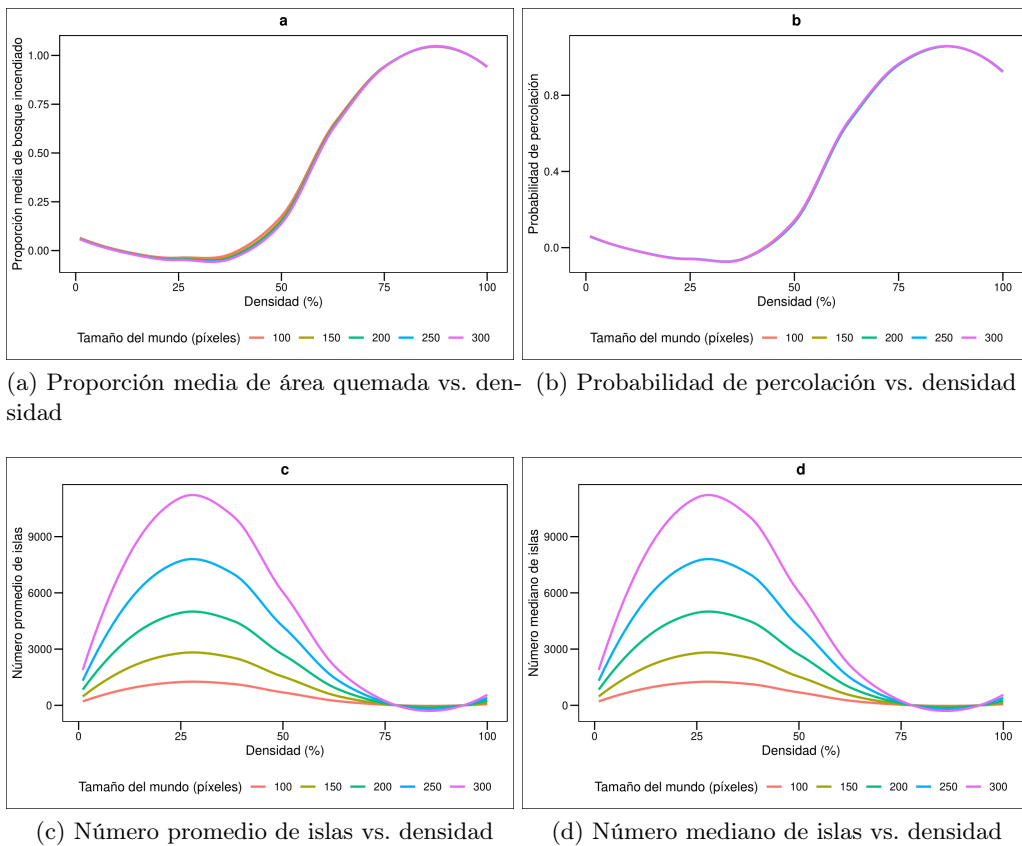


Figura 1.13: Análisis de sensibilidad.

En (a) y (b) se muestra la proporción promedio de área quemada y la probabilidad de percolación, respectivamente, en ambos casos se observa un comportamiento no lineal alrededor de un valor crítico, esto es característico de las transiciones de fase en los sistemas complejos.

Asimismo, en (c) y (d) se ilustra el número promedio y mediano de islas formadas, respectivamente. Se observa un comportamiento similar en ambas variables.

A la luz de este análisis de sensibilidad se puede concluir que ocurre una evidente transición de fase en el modelo de percolación del fuego, esto puede ser aplicado en situaciones de la vida real, por ejemplo, para planear una plantación forestal de tal forma que si se incendia alguna parte del bosque, esta no llegue a percolar y afecte toda la masa forestal.

Los modelos analizados y presentados demuestran que la modelación basada en agentes es una herramienta sumamente útil y poderosa para simular situaciones que resultan ser complejas.

En conclusión, la modelación basada en agentes es una herramienta útil para analizar sistemas complejos debido a su flexibilidad, capacidad predictiva, capacidad de análisis detallado e integración de datos. De este modo, puede ayudar a comprender de mejor manera problemas complejos y proporcionar información valiosa para una toma de decisiones informada.

Bibliografía

- [1] Atlas de riesgo - Inundaciones, <https://datos.cdmx.gob.mx/dataset/atlas-de-riesgo-inundaciones> (25 Oct 2021).
- [2] Boccara, N.: Modeling complex systems (Vol. 1). Nueva York, NY, EUA:: Springer Science & Business Media (2010).
- [3] Bonabeau, E.: Agent-based modeling: Methods and techniques for simulating human systems. Proceedings of the national academy of sciences, 99(suppl_3), 7280-7287 (2002).
- [4] Castillo, C. A. F.: Agua en la Ciudad de México: deseconomías de escala y tecnologías intermedias. Revista Perfiles Latinoamericanos, 29(58) (2021).
- [5] Continuo de Elevaciones Mexicano (CEM), <https://www.inegi.org.mx/app/geo2/elevacionesmex/>. Last accessed (10 Oct 2021).
- [6] Efron, Bradley, and Robert J. Tibshirani. *An introduction to the bootstrap*. CRC press, (1994).
- [7] Briske, D. D., Washington-Allen, R. A., Johnson, C. R., Lockwood, J. A., Lockwood, D. R., Stringham, T. K., Shugart, H. H.: Catastrophic thresholds: a synthesis of concepts, perspectives, and applications. Ecology and Society, 15(3), (2010).
- [8] Diferencia consumo total SACMEX, Sistema de Aguas de la Ciudad de México, <https://datos.cdmx.gob.mx/dataset/diferencia-consumo-total-sacmex> Last accessed (20 Apr 2023).
- [9] Evaluación Interna del Programa: Cosecha de Lluvia, https://www.sedema.cdmx.gob.mx/storage/app/media/CosechaDeLluvia/Evaluacion_interna_del_programa_social_Cosecha_de_Lluvia_2021.pdf (2021).
- [10] Holland, J. H.: Hidden order: How adaptation builds complexity. Addison Wesley (1996).
- [11] Kauffman, S. A.: The origins of order: Self-organization and selection in evolution. Oxford University Press, USA (1993).

- [12] Langton, C.: Artificial life: proceedings of an interdisciplinary workshop on the synthesis and simulation of living systems. Westview Press (1989).
- [13] Moritz, H.: Geodetic reference system 1980. *Journal of Geodesy* **74**(1), 128–133 (2000).
- [14] NetLogo Models Library: Sample Models/Earth Science/Grand Canyon, <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/GrandCanyon>. (30 Oct 2021).
- [15] Newman, M. E., Girvan, M., Farmer, J. D.: Optimal design, robustness, and risk aversion. *Physical Review Letters*, 89(2), 028301, (2002).
- [16] Niazi, M. A., Hussain, A.: Cognitive agent-based computing-I: a unified framework for modeling complex adaptive systems using agent-based & complex network-based methods. Springer Science & Business Media (2012).
- [17] QGIS Development Team, QGIS Geographic Information System. Open Source Geospatial Foundation, (2009).
- [18] Taylor, S. (Ed.): Agent-based modeling and simulation. RU:: Palgrave Macmillan (2014).
- [19] Tisue, S., Wilensky, U.: NetLogo: A simple environment for modeling complexity. *International conference on complex systems*, vol. 21, pp. 16–21. (2004).
- [20] Weisbuch, G., Ryckebusch, S.: *Complex System Dynamics*. 1st edn. Addison-Wesley (1991).
- [21] Wilensky, Uri. *NetLogo Fire model*. <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/Fire>. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University. (Evanston, IL, 1997).
- [22] Wilensky, U., Rand, W.: *An introduction to agent-based modeling: modeling natural, social, and engineered complex systems with NetLogo*. MIT Press, USA (2015).