

UACM

Universidad Autónoma
de la Ciudad de México

NADA HUMANO ME ES AJENO

COLEGIO DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
LICENCIATURA EN MODELACIÓN MATEMÁTICA

¿Realmente el pobre es pobre porque quiere?
Modelación matemática de la movilidad social
intergeneracional e intrageneracional en México mediante
cadena de Markov

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE
LICENCIADOS EN MODELACIÓN MATEMÁTICA

P R E S E N T A N

MARIA MARGARITA FLORES GARDUÑO
RIKY LUIS MARTINEZ ROSETE

D I R E C T O R

MTRO. EN C. AGUSTÍN GONZÁLEZ VILLANUEVA

Ciudad de México, abril de 2026.

SISTEMA BIBLIOTECARIO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE LA CIUDAD DE MÉXICO COORDINACIÓN ACADÉMICA

RESTRICCIONES DE USO PARA LAS TESIS DIGITALES

DERECHOS RESERVADOS[©]

La presente obra y cada uno de sus elementos está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor; por la Ley de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, así como lo dispuesto por el Estatuto General Orgánico de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México; del mismo modo por lo establecido en el Acuerdo por el cual se aprueba la Norma mediante la que se Modifican, Adicionan y Derogan Diversas Disposiciones del Estatuto Orgánico de la Universidad de la Ciudad de México, aprobado por el Consejo de Gobierno el 29 de enero de 2002, con el objeto de definir las atribuciones de las diferentes unidades que forman la estructura de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México como organismo público autónomo y lo establecido en el Reglamento de Titulación de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México.

Por lo que el uso de su contenido, así como cada una de las partes que lo integran y que están bajo la tutela de la Ley Federal de Derecho de Autor, obliga a quien haga uso de la presente obra a considerar que solo lo realizará si es para fines educativos, académicos, de investigación o informativos y se compromete a citar esta fuente, así como a su autor ó autores. Por lo tanto, queda prohibida su reproducción total o parcial y cualquier uso diferente a los ya mencionados, los cuales serán reclamados por el titular de los derechos y sancionados conforme a la legislación aplicable.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad, mi segundo hogar por darme formación académica, por regalarme almas que se volvieron refugio. A *Alondra, Saúl, Mau, Karina y Mari*, mis amigos, mis cómplices, mis hermanos de aula. Sin ustedes, el camino habría sido más largo y menos hermoso. Este logro también lleva sus risas, sus abrazos y su lealtad.

A mi padrino *Rogelio*, y a mis *abuelitos* que ya no están en este plano pero viven en cada latido de mi corazón. Quiero que sepan que este logro también es suyo. Ustedes me enseñaron que la distancia jamás borra el amor, y que los que se quedan en el alma nunca se van del todo.

A mi director *Agustín*, gracias por sus conocimientos, su guía y por enseñarme que el rigor también puede ser generoso. Al profesor *Héctor*, alma noble y mente brillante, gracias por su apoyo incondicional en cada clase, por recordarme que la inteligencia verdadera siempre va de la mano con la bondad. Al profesor *Henry*, por tender puentes donde otros ponían muros, por estar siempre del lado de los estudiantes.

A mi mamá, *Maria*, mujer de noches eternas y manos que nunca descansan. Gracias por cada café caliente acercado a mi escritorio cuando el cansancio me vencía, por cada beso eterno que me susurraba “no te rindas”. Tu ternura fue mi combustible. A mi papá *José Luis*, por cada consejo académico que guardé como tesoro, por tu compañerismo firme y tu amor que nunca dudó. Ustedes dos me enseñaron que lo imposible solo necesita una madre que abraza y un padre que guíe.

A mis hermanas *Maricela, Marissa Alejandra y Miriam*, por sus palabras que llegaban justo cuando más las necesitaba, y por esas pijamadas donde reíamos hasta el amanecer. Con ustedes aprendí que la familia es el primer milagro. A *Mónica*, hermana, amiga, cómplice de travesuras y compañera de pupitre. La universidad se volvió un juego contigo, porque tú sabías convertir las tormentas en tarde de sol. Gracias por caminar a mi lado. A mi hermano *José Luis*, por tu amor en abrazos que lo curan todo, por tu apoyo académico y por jamás dejarme sola, ni siquiera cuando yo pedía estarlo. Familia mía: este triunfo es tan suyo como mío.

Y a ti, Riky, mi esposo, mi compañero de vida, el amor de mi vida. por ser mi fuerza, mi inspiración, mi mayor motivación para seguir. Este logro es por ti, para ti, gracias a ti. por estar en la buenas, en las malas y cada instante durante este proyecto.

Gracias, Margarita.

AGRADECIMIENTOS

A la UACM, por darme algo más grande que una carrera: me dio grandes amigos.

A Itzel, Naye, Rosa, Vero, Nataly y Jose Luis, por estar. A Christian, que ya no está físicamente, pero vive en nuestra memoria. Descanse en paz.

A la universidad también le debo haberme dado cuenta de algo fundamental: soy muy afortunado. Entender mi situación desde las ciencias sociales me hizo valorar lo que tengo y de dónde vengo.

A mis profesores:

Al profe Héctor, porque gracias a él aprendí R, la herramienta con la que di vida a los números de esta tesis. Su enseñanza fue clave para que este trabajo exista.

Al profe Agustín, mi asesor. Por el apoyo constante, por la confianza, por guiarme no solo en lo académico sino en el camino de convertirme en modelador. Este trabajo también lleva mucho de él.

A mi mamá, Rita. Porque en las noches de desvelo, mientras estudiaba, ella también estaba despierta, acompañándome a su manera. Eso también es amor.

A mi papá, José Luis. De las personas que más admiro en esta vida. Por su disciplina, por su lucha constante.

A mi hermano Diego, sangre de mi sangre. Por crecer a mi lado, por los silencios compartidos y por las palabras que no hicieron falta. Este logro también es tuyo.

A mi abue Lucy, por su ternura infinita.

A quienes ya no están físicamente pero viven en mi corazón: la señora Sarita, mi tío Marcos, mi padrino César y mi padrino Óscar. Para mí, ellos son el mayor ejemplo de que se puede vivir feliz. Ojalá algún día pueda parecerme un poquito a ellos.

A Miguel y a Mau mis amigos incondicional. Los que estuvieron ahí en cada semestre, en cada materia difícil, en cada crisis y en cada celebración. Recorrer la carrera a su lado lo cambió todo. Gracias, hermanos.

A Margarita, mi esposa. A quien conocí en la escuela y terminó convirtiéndose en mi compañera de vida. Por creer en mí incluso cuando yo dudaba. Por estar en las buenas, en las malas y en las noches de tesis. Esta carrera también es tuya.

Gracias totales, Riky Luis.

Índice general

Introducción	9
1. Movilidad social	10
1.1. Definiciones.	10
1.1.1. Movimiento ascendente, descendente y lateral.	11
1.1.2. Movilidad intrageneracional e intergeneracional	12
1.1.3. Fundamentos Estadísticos para el Análisis de Movilidad Social	13
1.2. Movilidad social en México	15
1.2.1. Breve panorama desde el INEGI	15
2. Introducción a los procesos estocásticos	19
2.1. Cadenas de Markov	22
2.1.1. Matriz de probabilidad de transición	23
2.1.2. Vector estacionario	24
2.1.3. Vector propio izquierdo	26
3. Modelación Matemática	27
3.1. Construcción del modelo	27
3.1.1. Definición de los estados	27
3.1.2. Matriz de probabilidad de transición	29
3.1.3. Supuestos del modelo	34
3.1.4. Vector estacionario	35
3.1.5. Visualización de resultados	40
Conclusiones	44
3.2. Observaciones.	45
3.3. Líneas de investigación futuras.	46
Apéndices	47
A. Base de datos de Módulo de Movilidad Social Intergeneracional (MMSI) 2016	47
B. Códigos en R	50
Bibliografía	60

Índice de figuras

2.1. Proceso estocástico a tiempo discreto	20
2.2. Proceso estocástico a tiempo continuo	21
2.3. Diagrama de transición de estados.[8]	23
3.1. Diagrama de estados en porcentajes de Educación.[8]	31
3.2. Diagrama de estados en porcentajes de Ocupación.[8]	32
3.3. Diagrama de estados en porcentajes de Percepción.[8]	33
3.4. Comparación: Distribución Educativa 2016 vs Estacionaria	40
3.5. Comparación: Distribución Ocupacional 2016 vs Estacionaria	42
3.6. Comparación: Percepción de Movilidad Socioeconómica vs Estacionaria	43
A.1. Cuadro 2.4 extraído de tabulador Educación	47
A.2. Cuadro 3.7 extraído de tabulador Empleo	47
A.3. Cuadro 4.10 extraído de tabulador Percepción de movilidad social . .	48
A.4. Distribución porcentual por nivel de escolaridad del proveedor principal	48
A.5. Distribución porcentual de la ocupación actual según ocupación en el primer trabajo	49
A.6. Percepción de cambio socioeconómico según condición de movilidad educativa	49
B.1. Código en R construcción de matriz de probabilidad de Educación. .	50
B.2. Matriz de probabilidad de Educación.	50
B.3. Cálculo de la distribución estacionaria mediante eigenvector izquierdo en R para Educación.	51
B.4. Solución del eigenvector izquierdo.	51
B.5. Código gráfica comparación: Distribución Educativa 2016 vs Estacio- naria.	52
B.6. Valores y vectores propios para educación.	52
B.7. Código en R construcción de matriz de probabilidad de Ocupación. .	53
B.8. Matriz de probabilidad de Ocupación.	53
B.9. Cálculo en R de la distribución estacionaria mediante eigenvector izquierdo en R para Ocupación.	54
B.10.Solución del eigenvector izquierdo.	54
B.11.Código gráfica comparación: Distribución Ocupacional 2016 vs Esta- cionar.	55
B.12.Valores y vectores propios para Ocupación	55
B.13.Código construcción de matriz de probabilidad de Percepción de mo- vilidad social.	56

B.14. Matriz de probabilidad de Percepción de movilidad social.	56
B.15. Cálculo de la distribución estacionaria mediante eigenvector izquierdo en R para Percepción de Movilidad social.	57
B.16. Solución del eigenvector izquierdo.	57
B.17. Código gráfica comparación: Percepción de Movilidad Socioeconómica vs Estacionaria.	58
B.18. Valores y vectores propios para Percepción.	58

Índice de cuadros

1.1. Tipos de movimiento social.	11
1.2. Tipos de movilidad social	12
1.3. Población de 25 a 64 años y su distribución porcentual por nivel de escolaridad, según nivel de escolaridad del proveedor principal [2] . . .	16
1.4. Población ocupada de 25 a 64 años y su distribución porcentual por división principal de ocupación en su primer trabajo, según división principal de ocupación actual [3]	16
1.5. Población de 25 a 64 años y su distribución porcentual por condición de haber superado el nivel de escolaridad del proveedor principal, según percepción de cambio en su situación socioeconómica actual respecto a la de su familia de origen [4]	17

Introducción

En sociología se busca estudiar y comprender la dinámica y transformaciones de las sociedades humanas, analizando las relaciones sociales, las instituciones (como la familia), los conflictos y los patrones culturales que las conforman. Esto incluye el estudio del comportamiento humano en contextos colectivos, los procesos de cambio social y los factores que generan desigualdad. La desigualdad social se refiere a las diferencias sistemáticas entre individuos o grupos en cuanto al acceso a recursos, oportunidades y recompensas sociales, como la educación, la salud o los ingresos. En este contexto, uno de los fenómenos clave que se analiza es la movilidad social, que hace referencia a la posibilidad que tienen las personas de cambiar su posición dentro de una estructura social jerárquica. Es decir, estudia cómo y bajo qué condiciones los individuos pueden mejorar, mantener o empeorar su estatus socioeconómico a lo largo del tiempo o entre generaciones, revelando así las dinámicas de reproducción o transformación de la desigualdad en una sociedad.

La movilidad social y la desigualdad están íntimamente ligadas, ya que el grado de movilidad intergeneracional refleja en gran medida las posibilidades que tienen los individuos de modificar su estatus socioeconómico respecto al de sus progenitores. En contextos de alta desigualdad, los mecanismos de ascenso social tienden a restringirse, limitando el desarrollo de sectores marginados. Así, estudiar la movilidad social no solo permite comprender cómo se mueve la población entre diferentes estratos sociales, sino también evaluar el nivel de rigidez o fluidez del sistema social en su conjunto. La modelación matemática ofrece una herramienta rigurosa para cuantificar y proyectar patrones de desigualdad estructural.

La sociología ha desarrollado una rica tradición teórica para explicar los procesos de movilidad social; sin embargo, frecuentemente carece de herramientas matemáticas que permitan modelar estos fenómenos de forma cuantitativa. Este trabajo propone una formalización matemática de la movilidad generacional mediante cadenas de Markov, lo cual permite enriquecer el análisis sociológico con herramientas del álgebra lineal.

Capítulo 1

Movilidad social

1.1. Definiciones.

El concepto de movilidad social surge dentro del campo de la sociología a inicios del siglo XX, y se le atribuye al sociólogo ruso-estadounidense Pitirim Sorokin, quien popularizó el término en su obra *Social and Cultural Mobility* publicada en 1927. En esta obra, Sorokin define la movilidad social como “cualquier cambio de posición que ocurre en el sistema de estratificación social”. [15] Desde una perspectiva estructural-funcionalista, Sorokin considera que todas las sociedades presentan algún grado de movilidad, ya sea vertical (ascendente o descendente) u horizontal, y que esta movilidad es esencial para el dinamismo y equilibrio social. Para él, la movilidad cumple una función clave al permitir que los individuos más capacitados ocupen posiciones adecuadas dentro de la jerarquía social, asegurando así la estabilidad y continuidad del sistema.

Posteriormente, en 1973, el sociólogo francés Raymond Boudon profundiza en el análisis del fenómeno desde un enfoque individualista metodológico. Boudon redefine la movilidad social como el “proceso mediante el cual los individuos cambian de posición social dentro de una estructura jerárquica”, [1] poniendo énfasis en las decisiones individuales como motores de ese cambio. Su aporte fundamental es la distinción entre efectos primarios (diferencias en el rendimiento escolar originadas en el contexto social) y efectos secundarios (decisiones educativas condicionadas por el origen social), mostrando cómo las elecciones racionales de los individuos y las familias, aunque lógicas desde su perspectiva, pueden reproducir desigualdades sociales sin que exista una imposición estructural directa.

Finalmente, desde una perspectiva marxista estructural crítica, el sociólogo estadounidense Erik Olin Wright aporta una visión diferente y más crítica en su obra *Class Counts* (1997). Wright define la movilidad social como “el grado en que los individuos o familias pueden cambiar de clase social dentro de una estructura económica y de poder”. [16] A diferencia de Sorokin y Boudon, Wright enfatiza que la movilidad está profundamente condicionada por la posición de clase y las relaciones de explotación propias del sistema capitalista. Además, introduce el concepto de posiciones contradictorias de clase, es decir, situaciones en que los individuos ocupan roles que

combinan características de diferentes clases, lo que dificulta una movilidad social plena. Su análisis incorpora la idea de que las dinámicas de conflicto y las barreras estructurales impuestas por el sistema económico limitan y controlan la movilidad social real.

En resumen, estas tres perspectivas ofrecen diferentes explicaciones del fenómeno de la movilidad social: Pitirim Sorokin la entiende como un proceso natural y funcional para el equilibrio social, desde una visión macroestructural. Raymond Boudon la explica a partir de decisiones individuales racionales que, aunque lógicas para cada persona, generan desigualdades sociales de manera no intencional. Erik Olin Wright plantea que la movilidad está limitada por las relaciones de poder y la estructura de clases, y que el sistema capitalista reproduce desigualdades estructurales que dificultan el cambio social.

Actualmente, la movilidad social se entiende como el proceso mediante el cual individuos o grupos cambian su posición socioeconómica dentro de una estructura social determinada, a través de movimientos ascendentes, descendentes o laterales. Estos cambios pueden ocurrir dentro de la vida de una misma generación (movilidad intrageneracional) o entre generaciones (movilidad intergeneracional). La movilidad social es un indicador clave para evaluar la igualdad de oportunidades y la justicia social en una sociedad, reflejando la fluidez o rigidez de su estructura social.

1.1.1. Movimiento ascendente, descendente y lateral.

Tipo de movimiento	Descripción	Ejemplo
Ascendente	Es el aumento en el estatus social, económico, educativo u ocupacional de una persona o grupo respecto a su posición anterior.	Un hijo de agricultores que se convierte en ingeniero.
Descendente	Es la pérdida o disminución del estatus socioeconómico o del nivel ocupacional.	Una persona que creció en una familia acomodada, pero termina trabajando en empleos mal remunerados.
Lateral (horizontal)	Implica un cambio de ocupación sin que haya un cambio significativo de estatus social. Es decir, se cambia de lugar, pero no de nivel dentro de la jerarquía social.	Un maestro de secundaria que cambia a ser orientador vocacional o administrativo en el mismo nivel educativo y con ingresos similares.

Cuadro 1.1: Tipos de movimiento social.

1.1.2. Movilidad intrageneracional e intergeneracional

Tipo de movilidad social	Definición	Ejemplo
Intrageneracional	Cambios en la posición socio-económica de una persona a lo largo de su vida.	Una persona que comienza como obrero y asciende a gerente.
Intergeneracional	Cambios en la posición socio-económica entre generaciones, normalmente entre padres e hijos.	Un hijo de campesinos que se convierte en abogado o profesionista.

Cuadro 1.2: Tipos de movilidad social

Las definiciones anteriores permiten clasificar y describir los movimientos de las personas dentro de la estructura social. Durante el desarrollo de esta investigación, al procesar los datos del INEGI, surgió una pregunta ¿Realmente las personas son pobres porque quieren?

Esta interrogante proviene del discurso cotidiano atribuyendo la pobreza a la falta de esfuerzo, la conformidad o la escasa iniciativa individual. Dicha explicación, conlleva implicaciones éticas y políticas: tiende a justificar la indiferencia social, a eximir al Estado de su responsabilidad y a colocar en el individuo la culpa de su propia condición.

Por ello, se decidió tomar esta frase como eje central de la investigación, con el objetivo de ponerla a prueba y, a partir del análisis de datos oficiales, evidenciar si realmente la pobreza es resultado de una decisión individual o de factores estructurales que la condicionan.

En caso de que la afirmación fuese cierta, los datos reflejarían una estructura social fluida, con escasa dependencia entre el origen y el destino socioeconómico de las personas. De ser falsa, los datos evidenciarían rigidez estructural, herencia intergeneracional de la pobreza y barreras sistémicas difíciles de superar independientemente de la disposición individual.

Para abordar esta cuestión con rigor, resultó indispensable definir previamente el concepto de “pobreza” que operaría en el estudio. Lejos de limitarla al ingreso económico, se adoptó una perspectiva multidimensional que integra tres dimensiones fundamentales:

- Educativa: Nivel de escolaridad alcanzado, entendido como el principal mecanismo de acceso a oportunidades.
- Ocupación: Tipo de actividad laboral desempeñada, determina ingresos, prestigio social y condiciones materiales de vida.

- **Percepción:** Evaluación subjetiva que cada individuo realiza de su situación actual en comparación con la de su familia de origen.

Estas tres dimensiones constituyeron la base sobre la cual se construyeron los modelos de cadenas de Markov que se presentan en los capítulos siguientes. A partir de ellas y de los datos proporcionados por el INEGI, fue posible contrastar empíricamente si la pobreza en México puede entenderse como una elección individual o si, por el contrario, opera como una herencia que se reproduce intergeneracionalmente.

1.1.3. Fundamentos Estadísticos para el Análisis de Movilidad Social

Una vez establecido el concepto de movilidad social, es necesario introducir herramientas estadísticas que nos permitirán abordar la movilidad de forma cuantitativa. La estadística es el puente que conecta las definiciones teóricas (como el cambio de estatus socioeconómico) con los datos observados en la realidad. En esta investigación, la estadística cumple un doble propósito: describir la situación de la movilidad en México y proporcionar los fundamentos para la construcción de un modelo matemático basado en cadenas de Markov.

Las definiciones de Sorokin, Boudon y Wright, aunque diferentes en su enfoque, coinciden en que la movilidad social implica una transición entre posiciones. Para estudiar estas transiciones, necesitamos medir y cuantificar. Aquí es donde la estadística se vuelve indispensable. La estadística se divide en dos grandes ramas, ambas utilizadas en esta tesis:

- **Estadística Descriptiva:** Su objetivo es organizar, resumir y presentar los datos de manera clara y comprensible. En el siguiente apartado (1.2.1. Breve panorama desde el INEGI), se presentarán tablas de porcentajes que describen la movilidad educativa, ocupacional y la percepción de los mexicanos. Por ejemplo, mostrar que un alto porcentaje de personas sin escolaridad provienen de hogares donde el proveedor principal también carecía de ella es un ejercicio de estadística descriptiva que revela un patrón de persistencia.
- **Estadística Inferencial:** A partir de una muestra representativa (en nuestro caso 31,935 viviendas encuestadas por el INEGI en 2016), busca sacar conclusiones sobre una población mucho más grande. Cuando más adelante construyamos un modelo de Markov y calculemos su comportamiento a largo plazo, estaremos haciendo inferencia: proyectamos el futuro de la sociedad mexicana basándonos en los patrones observados en el pasado.

La matriz de probabilidad de transición que se construye en el Capítulo 3 es, en sí misma, un producto de la estadística inferencial. Las probabilidades que la componen no son meros porcentajes descriptivos, sino estimaciones de las verdaderas probabilidades de movilidad social en la población mexicana. Al construirla a partir de los datos del MMSI 2016 (una muestra de más de 31 mil viviendas con representatividad nacional) se infieren las reglas de transmisión intergeneracional del estatus socioeconómico. De esta manera, el modelo de cadenas de Markov que aquí se desarrolla no solo describe patrones observados, sino que permite realizar proyecciones sobre el comportamiento futuro del sistema social en su conjunto.

El diseño muestral del MMSI 2016 es probabilístico, estratificado y por conglomerados, lo que garantiza que los resultados obtenidos sean representativos a nivel nacional y para los ámbitos urbano y rural [6]. Los factores de expansión incorporan ajustes por no respuesta y por proyección poblacional, lo que permite que las estimaciones reflejen adecuadamente a la población total. En este contexto, cuando se calcula la distribución estacionaria π resolviendo $\pi P = \pi$, dicha distribución constituye una proyección del comportamiento de largo plazo del sistema bajo los patrones de movilidad observados en la muestra.

Es importante señalar que, al igual que cualquier estimación inferencial, la distribución estacionaria está sujeta a incertidumbre muestral. Métodos como el Método Delta permitirían cuantificar dicha incertidumbre mediante intervalos de confianza para cada componente π_i . Para cadenas de Markov, las varianzas pueden expresarse en términos de la matriz fundamental $Z = (I - P + \mathbf{1}\pi)^{-1}$. Sin embargo, la implementación completa de estos métodos requiere acceso a los microdatos y a las variables de diseño (estrato, conglomerado), recursos con los que no se cuenta en esta investigación debido al uso de tabuladores agregados. Esta limitación se reconoce como una oportunidad para futuros análisis que puedan profundizar en la precisión de las estimaciones aquí obtenidas.

Más allá de esta limitación técnica, es importante subrayar que el interés central de esta investigación no es realizar un análisis de precisión estadística en sentido estricto, sino ofrecer una aproximación estructural al fenómeno de la movilidad social mediante la modelación con cadenas de Markov. El objetivo es responder a la pregunta ¿Realmente el pobre es pobre porque quiere? a partir de la comparación entre la distribución observada en 2016 y la distribución estacionaria proyectada. En este sentido, lo que interesa es la dirección y magnitud de las tendencias de largo plazo, más que el error muestral puntual de cada estimación.

1.2. Movilidad social en México

1.2.1. Breve panorama desde el INEGI

Para contextualizar el modelo matemático que se desarrollará en los capítulos siguientes, es fundamental describir la situación de la movilidad social en México a partir de la base de datos que alimentará dicho modelo. En este caso, la fuente oficial es el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) a través de su Módulo de Movilidad Social Intergeneracional 2016 (MMSI). [5]

El MMSI se levantó durante el tercer y cuarto trimestres del 2016, con el objetivo de generar información estadística sobre la movilidad social intergeneracional de la población mexicana de 25 a 64 años. Este módulo permite observar la influencia que tienen características como el nivel educativo, ocupación y percepción de movilidad.

Entre los propósitos específicos del módulo destacan: proporcionar información social y económica de la población, así como de sus proveedores principales cuando el informante tenía 14 años; generar indicadores sobre los logros educativos y ocupacionales en relación con el origen socioeconómico; y presentar información sobre la percepción que tiene la población acerca de si ha experimentado movilidad ascendente, descendente u horizontal respecto a su situación económica de origen.

La población objetivo del estudio fueron personas de 25 a 64 años de edad. La muestra comprendió 31,935 viviendas, con información captada en 32,481 hogares, lo que otorga representatividad a nivel nacional y para los ámbitos urbano y rural. El esquema de muestreo fue probabilístico estratificado y por conglomerados, con base en el Marco Nacional de Viviendas 2012 del INEGI.

El periodo de levantamiento de la información comprendió del 4 de julio al 31 de diciembre de 2016. Se captó información de los encuestados cuando tenían 14 años de edad, así como características de su primera ocupación, lo que permite analizar trayectorias de movilidad social a lo largo del ciclo de vida.

Es importante señalar que, hasta la fecha, no existe una versión actualizada del Módulo de Movilidad Social Intergeneracional con representatividad nacional equivalente a la de 2016. Esta ausencia de datos oficiales recientes responde a diversos factores, entre ellos la complejidad y los cambios en las prioridades estadísticas institucionales. Esta limitación convierte al MMSI 2016 en la fuente oficial más completa y reciente para analizar.

Uno de los hallazgos más relevantes del MMSI 2016 es la fuerte asociación entre la escolaridad del proveedor principal y el logro educativo de los hijos (no necesariamente).

Cuadro 1.3: Población de 25 a 64 años y su distribución porcentual por nivel de escolaridad, según nivel de escolaridad del proveedor principal [2]

Nivel de escolaridad	Población de 25 a 64 años	Nivel de escolaridad del proveedor principal						
		Sin escolaridad	Primaria incompleta	Primaria completa	Secundaria	Media superior	Superior	No especificado
Estados Unidos Mexicanos	60 582 643	21.2	26.3	20.4	11.9	5.1	8.0	7.1
Sin escolaridad	1 885 824	65.4	11.2	7.3	1.0	0.0	0.2	14.9
Primaria incompleta	6 625 200	44.0	26.4	10.4	2.4	0.5	0.3	16.0
Primaria completa	8 763 380	34.5	32.3	17.8	3.3	0.7	0.2	11.2
Secundaria	20 146 245	20.0	33.0	24.8	10.6	2.6	2.5	6.5
Media superior	10 230 486	10.4	25.6	24.7	20.3	7.5	7.8	3.7
Superior	12 931 508	4.5	14.5	18.9	19.5	13.3	27.3	2.0

A partir de los datos del MMSI 2016 del INEGI, se observa que la distribución educativa de la población de 25 a 64 años se concentra en secundaria (33.3 %) y educación superior (21.3 %). Sin embargo, al analizar la movilidad intergeneracional, destaca que el 65.4 % de las personas sin escolaridad provienen de hogares donde el proveedor principal también carecía de escolaridad, lo que evidencia una trampa de pobreza educativa en el extremo inferior. En contraste, el 27.3 % de quienes alcanzan estudios superiores también heredaron esa ventaja. No obstante, existe movilidad ascendente significativa: 57.4 % de las personas con educación superior provienen de hogares con secundaria o menos, lo que indica que, aunque el origen influye, no es un determinante absoluto.

Es indispensable examinar cómo se traduce el logro académico en el mercado laboral. La ocupación constituye una de las manifestaciones más directas de la posición socioeconómica en la vida adulta. Por ello, para comprender la estructura de oportunidades y la transmisión del estatus a lo largo de la vida laboral, resulta necesario analizar la composición ocupacional de la población.

La siguiente tabla presenta un análisis de la población ocupada de 25 a 64 años a partir de información obtenida mediante encuesta, en la cual se preguntó a cada persona por su primer trabajo y por su ocupación actual. Este enfoque permite analizar la movilidad ocupacional intrageneracional, al comparar la posición inicial de los individuos en el mercado laboral con la que ocupan actualmente. De esta manera, se identifica la persistencia o el cambio entre distintas categorías ocupacionales a lo largo de su trayectoria laboral en el mercado laboral mexicano.

Cuadro 1.4: Población ocupada de 25 a 64 años y su distribución porcentual por división principal de ocupación en su primer trabajo, según división principal de ocupación actual [3]

División principal de ocupación en su primer trabajo	Población ocupada de 25 a 64 años	División principal de ocupación actual								
		Funcionarios, directores y jefes	Profesionistas y técnicos	Trabajadores auxiliares en actividades administrativas	Comerciantes, empleados en ventas y agentes de ventas	Trabajadores en servicios personales y vigilancia	Trabajadores en actividades agrícolas, ganaderas, forestales, pesca y caza	Trabajadores artesanales	Operadores de maquinaria industrial, ensambladores, choferes y conductores de transporte	Trabajadores en actividades elementales y de apoyo
Estados Unidos Mexicanos	46 256 993	5.1	17.5	5.6	13.4	8.2	8.2	13.0	8.0	21.0
Funcionarios, directores y jefes	481 703	48.1	21.5	3.5	11.6	1.5	1.2	7.8	1.3	3.5
Profesionistas y técnicos	4 505 130	11.3	61.8	4.4	8.8	3.2	1.2	2.9	2.5	3.9
Trabajadores auxiliares en actividades administrativas	3 618 063	9.8	27.3	22.6	13.9	7.2	1.3	3.6	5.5	8.6
Comerciantes, empleados en ventas y agentes de ventas	6 006 271	5.6	14.4	9.2	29.7	8.2	1.3	7.8	7.2	16.6
Trabajadores en servicios personales y vigilancia	2 734 698	4.4	12.8	6.4	14.1	26.3	2.5	8.2	6.0	19.3
Trabajadores en actividades agrícolas, ganaderas, forestales, pesca y caza	1 573 270	2.6	5.0	1.3	5.4	5.5	37.1	14.7	9.5	18.8
Trabajadores artesanales	2 563 711	3.0	12.7	2.9	11.3	5.0	3.1	36.1	8.1	18.0
Operadores de maquinaria industrial, ensambladores, choferes y conductores de transporte	2 393 679	4.0	16.6	5.6	11.1	6.6	1.9	11.4	28.2	14.5
Trabajadores en actividades elementales y de apoyo	22 346 338	2.5	9.8	2.7	10.9	8.0	12.6	16.0	7.8	29.5

La distribución ocupacional de la población de 25 a 64 años se concentra principalmente en trabajadores en actividades elementales y de apoyo (21.0 %), seguida por profesionistas y técnicos (17.5 %) y comerciantes y empleados en ventas (13.4 %). Al analizar la movilidad ocupacional intrageneracional, se observa una importante persistencia en ciertos grupos ocupacionales. Por ejemplo, el 48.1 % de las personas cuyo primer empleo fue como funcionarios, directores y jefes permanece en esa misma categoría ocupacional, lo que sugiere estabilidad en la cúspide de la estructura ocupacional. De manera similar, el 61.8 % de quienes iniciaron su trayectoria laboral como profesionistas y técnicos continúan en dicha categoría. No obstante, también se observan procesos de movilidad entre ocupaciones: una proporción de profesionistas y técnicos comenzó su trayectoria en ocupaciones de menor calificación relativa, como trabajadores auxiliares en actividades administrativas (27.3 %) o comerciantes y empleados en ventas (14.4 %), lo que refleja trayectorias laborales dinámicas dentro de la estructura ocupacional.

Cuadro 1.5: Población de 25 a 64 años y su distribución porcentual por condición de haber superado el nivel de escolaridad del proveedor principal, según percepción de cambio en su situación socioeconómica actual respecto a la de su familia de origen [4]

Condición de haber superado el nivel educativo del proveedor principal	Población de 25 a 64 años	Percepción de cambio en su situación socioeconómica		
		Mejor	Igual	Peor
Estados Unidos Mexicanos	56 311 454	56.8	19.6	23.6
Superó el nivel de escolaridad de su proveedor principal	42 015 945	60.7	18.3	21.0
Mismo nivel de escolaridad que su proveedor principal	10 726 027	45.6	24.5	29.9
No superó el nivel de escolaridad de su proveedor principal	3 569 482	43.5	20.6	35.9

El 56.8 % de la población percibe que su situación socioeconómica ha mejorado respecto a su familia de origen, mientras que el 23.6 % percibe empeoramiento y el 19.6 % la considera igual. Entre quienes superaron el nivel educativo de su proveedor principal (74.6 %), el 60.7 % percibe mejora y solo 21.0 % empeoramiento, evidenciando que superar a los padres genera una narrativa de progreso. En contraste, entre quienes no superaron dicho nivel (6.3 %), solo 43.5 % percibe mejora y 35.9 % reporta empeoramiento (la proporción más alta de deterioro), lo que indica que no alcanzar a los padres produce una percepción generalizada de retroceso. Quienes tienen el mismo nivel que su proveedor (19.0 %) presentan una situación intermedia: 45.6 % percibe mejora y 29.9 % empeoramiento, sugiriendo que igualar ya no es suficiente para sostener una narrativa sólida de progreso.

En resumen, los datos del INEGI pintan un panorama de movilidad social en México que es posible, pero limitado y fuertemente condicionado por el origen socioeconómico. Esta estructura de persistencia y cambio es la que se buscará modelar matemáticamente en los capítulos siguientes mediante una cadena de Markov.

Capítulo 2

Introducción a los procesos estocásticos

Un proceso estocástico describe fenómenos que evolucionan en el tiempo de manera aleatoria. Es decir, representa una colección de variables aleatorias y cuyos valores pueden variar de forma impredecible. Intuitivamente, puede pensarse como un juego en el que algo va cambiando con el tiempo, pero donde interviene el azar en cada paso. Ejemplos comunes incluyen el lanzamiento de monedas, la variación del clima a lo largo del tiempo o el comportamiento de un jugador que apuesta.[11]

Supongamos que un jugador participa en un juego de apuestas repetidas, donde su capital cambia a lo largo del tiempo de manera aleatoria. Denotemos por X_0 el capital inicial del jugador, y por X_n el capital después de n rondas de juego. En cada ronda, el jugador lanza una moneda:

- Si la moneda cae en Cara, gana una unidad: $X_{n+1} = X_n + 1$.
- Si cae en Cruz, pierde una unidad: $X_{n+1} = X_n - 1$.

Aunque no se puede saber exactamente cuál será el capital después de muchas rondas, sí es posible calcular la distribución de probabilidad del capital en el tiempo n , lo cual permite estudiar el comportamiento del sistema en el largo plazo.

Este tipo de situación representa un proceso estocástico, ya que el estado del sistema (el saldo del jugador) evoluciona con el tiempo de manera aleatoria, pero con reglas bien definidas. Estudiar estos procesos permite modelar y analizar fenómenos inciertos de forma estructurada.

En los cursos básicos de probabilidad se estudian variables aleatorias individuales X o bien vectores de variables aleatorias $(X_1, X_2, \dots, X_n)$, conocidos como vectores aleatorios. [11] A partir de esta idea, es posible extender el concepto.

A continuación, se definirá el concepto de proceso estocástico como una generalización natural de las variables y vectores aleatorios.

Definición 2.0.1. *Un proceso estocástico es una colección de variables aleatorias $\{X_t : t \in T\}$ parametrizada por un conjunto T llamado espacio parametral, en donde las variables toman valores en el conjunto S , llamado espacio de estados (soporte $\mathcal{E}$).*

I) Primera clasificación de los procesos estocásticos: espacio parametral T .

- i) Si el espacio parametral T es numerable, se dice que el proceso es a tiempo discreto.
- ii) Si el espacio parametral T es no numerable, el proceso es a tiempo continuo.

A continuación se ilustra un proceso estocástico a tiempo discreto y se denotará por $\{X_n : n = 0, 1, 2, \dots\}$ con estados que evolucionan con el tiempo:

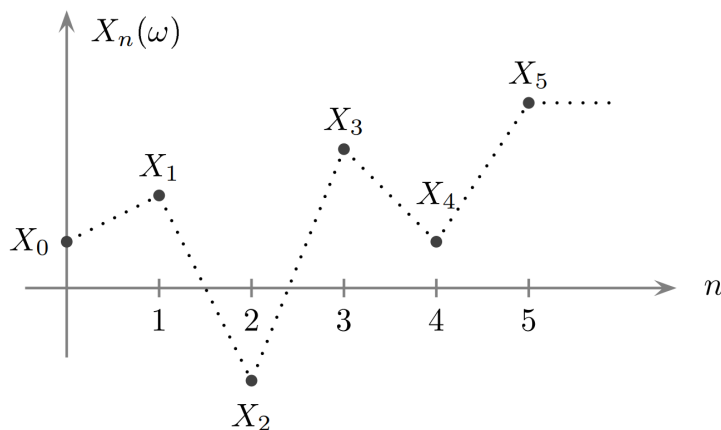


Figura 2.1: Proceso estocástico a tiempo discreto

Si en cambio el espacio parametral es continuo denotado por $\{X_t : t \geq 0\}$, se habla de un proceso a tiempo continuo:

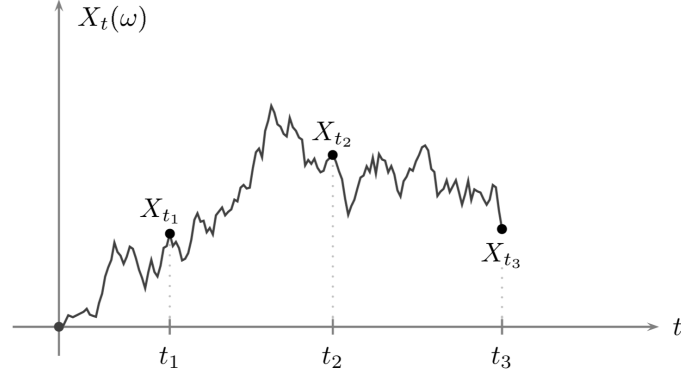


Figura 2.2: Proceso estocástico a tiempo continuo

Antes de abordar la segunda clasificación de un proceso estocástico, es necesario recordar el concepto de soporte de una variable aleatoria.

Sea X una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad $f_X(x)$. De manera general, el soporte de X se define como el conjunto de valores donde la densidad es positiva, es decir,

$$SOP_X = \{x \in \mathbb{R} : f_X(x) > 0\}.$$

En otras palabras, el soporte corresponde al conjunto de valores que la variable aleatoria puede tomar con probabilidad positiva. Este conjunto describe la región del espacio donde se concentra la distribución de probabilidad de la variable aleatoria y será de utilidad al estudiar procesos estocásticos y su clasificación según el espacio de estados.

Definición 2.0.2. *El soporte de un proceso estocástico se define como*

$$SOP_{\{X_t\}} = \bigcup_{t \in T} SOP_{X_t}.$$

II) Segunda clasificación de los procesos estocásticos: Espacio de estados S .

- i) Si el $SOP_{\{X_t\}}$ es a lo más numerable, el proceso estocástico es discreto.
- ii) Si el $SOP_{\{X_t\}}$ es no numerable, el proceso estocástico es continuo.

2.1. Cadenas de Markov

Las cadenas de Markov son un caso particular y muy importante de procesos estocásticos que cumplen la propiedad de Markov. Este concepto fue introducido por el matemático ruso Andréi Andréyevich Markov a principios del siglo XX. En uno de sus primeros trabajos, Markov estudió la secuencia de vocales en textos literarios para demostrar que era posible analizar fenómenos con dependencia entre eventos consecutivos, abriendo camino al estudio formal de procesos con memoria limitada. [10]

Desde entonces, las cadenas de Markov han encontrado aplicaciones en múltiples áreas. En este trabajo se emplearán para el análisis de la movilidad social, ya que permiten modelar cómo un individuo puede cambiar de estrato social a lo largo del tiempo mediante reglas probabilísticas que dependen únicamente del estado actual.

Definición 2.1.1. *Una cadena de Markov es un proceso estocástico a tiempo discreto $\{X_n : n = 0, 1, 2, \dots\}$ con espacio de estados discreto S , que satisface la propiedad de Markov*

$$P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n) = P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n)$$

para cualesquiera estados $x_0, x_1, \dots, x_{n+1} \in S$ y todo $n \geq 0$.

Establece que la distribución de probabilidad del estado del proceso en el tiempo futuro $n+1$ depende únicamente del estado del proceso en el tiempo n , y no depende de los tiempos anteriores $0, 1, \dots, n-1$.

Ejemplo: Sea $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una cadena de Markov con $S = \{a, b, c\}$ y tal que:

$$\begin{aligned} P(X_n = a | X_{n-1} = b) &= 0.3 & P(X_n = b | X_{n-1} = a) &= 1 \\ P(X_n = b | X_{n-1} = b) &= 0.1 & P(X_n = b | X_{n-1} = c) &= 0.5 \\ P(X_n = c | X_{n-1} = b) &= 0.6 & P(X_n = a | X_{n-1} = c) &= 0.5 \end{aligned}$$

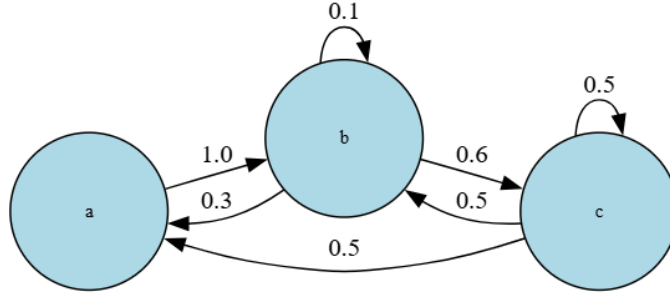


Figura 2.3: Diagrama de transición de estados.[8]

El diagrama de transición es una representación gráfica de una cadena de Markov que permite visualizar de manera clara la dinámica del sistema. En este tipo de representación, cada estado de la cadena se ilustra mediante un círculo, mientras que las flechas dirigidas entre los círculos indican las posibles transiciones de un estado a otro. A cada flecha se le asocia la probabilidad correspondiente de transición, lo que facilita la interpretación del comportamiento del proceso.

2.1.1. Matriz de probabilidad de transición

Con el fin de simplificar la notación empleada en el ejemplo anterior y describir de manera más compacta las probabilidades, se introducirá la siguiente notación.

Definición 2.1.2. Las probabilidades de transición se definen como:

$$P(X_{n+1} = j | X_n = i) = P_{ij}^{(n,n+1)} \quad \text{para } i, j \in S$$

Si estas probabilidades no dependen del tiempo n , es decir,

$$P_{ij}^{(n,n+1)} = P_{ij}$$

se dice que la cadena de Markov es homogénea.

Definición 2.1.3. La matriz de probabilidades de transición se define como la matriz $\mathbb{P} = (P_{ij})$ cuyas entradas están dadas por:

$$\mathbb{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \cdots \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \cdots \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

La matriz $\mathbb{P}$ cumple las siguientes propiedades:

i) $P_{ij} \geq 0$

ii) $\sum_j P_{ij} = 1$

Si se cumple i) y ii) se dice que es una matriz estocástica.

Ejemplo: Se muestra la matriz de probabilidad de transición del ejemplo anterior.

$$\mathbb{P} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0.3 & 0.1 & 0.6 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

2.1.2. Vector estacionario

La distribución estacionaria es un vector de probabilidades que describe la proporción en la que el sistema se estabiliza en cada uno de sus estados después de un número elevado de transiciones, representando así el equilibrio probabilístico al que tiende el proceso con el paso del tiempo.

Definición 2.1.4. Sea $\mathbb{P}$ una matriz de transición, una distribución estacionaria es un vector $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$ que satisface

$$\pi \mathbb{P} = \pi$$

y además

$$\sum_{i=1}^n \pi_i = 1, \quad \pi_i \geq 0.$$

Para determinarla se resuelve el sistema de ecuaciones lineales asociado a la condición $\pi \mathbb{P} = \pi$, junto con la ecuación de normalización. La solución obtenida describe el comportamiento estable de la cadena en el largo plazo, significa que la distribución no cambia después de aplicar la matriz de transición.

Sin embargo, no toda cadena de Markov posee una distribución estacionaria única; en algunos casos puede no existir o puede haber más de una. Por ello, resulta necesario establecer condiciones que garanticen su existencia y unicidad. En este trabajo se considerará el caso en que la cadena de Markov asociada cumple ciertas propiedades estructurales que permiten asegurar un comportamiento estable.

En particular, se supondrá que la cadena es irreducible, recurrente y aperiódica. Estas condiciones permiten establecer la existencia de una única distribución estacionaria.

Definición 2.1.5. Una cadena de Markov con matriz de transición $\mathbb{P}$ es irreducible si para cualesquiera estados i y j existe un entero $n \geq 1$ tal que

$$(\mathbb{P}^n)_{ij} > 0.$$

Esta condición implica que todos los estados están comunicados entre sí, es decir, es posible transitar de cualquier estado a cualquier otro en un número finito de pasos.

Para analizar esta propiedad puede emplearse la matriz de conectividad.

Definición 2.1.6. *La matriz de conectividad es una matriz asociada a $\mathbb{P}$ que permite identificar la comunicación entre estados. Se define como $C = (c_{ij})$, donde*

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } P_{ij} > 0, \\ 0 & \text{si } P_{ij} = 0. \end{cases}$$

Esta matriz facilita el análisis de las conexiones entre estados y permite verificar la irreducibilidad de la cadena.

Definición 2.1.7. *Definición: Un estado i se dice recurrente si, al partir de él, la probabilidad de regresar en algún momento futuro es igual a uno. Es decir, el proceso retorna a dicho estado con certeza, aunque el tiempo de retorno pueda ser arbitrariamente grande.*

Definición 2.1.8. *El período de un estado i se define como*

$$d(i) = \text{MCD}\{n \geq 1 : P_{ii}^n > 0\},$$

el cual corresponde al MCD de los pasos posibles de regresar al mismo estado. Si el retorno solo ocurre en múltiplos de un número mayor que uno, el estado presenta comportamiento periódico. Un estado se dice aperiódico si su período es igual a uno, es decir, si $d(i) = 1$ entonces una cadena es aperiódica cuando todos sus estados lo son.

Definición 2.1.9. *Sea X una cadena de Markov finita con matriz de transición $\mathbb{P}$. Se dice que la cadena es ergódica si es irreducible, recurrente y aperiódica.*

En una cadena ergódica todos los estados se comunican entre sí, el proceso retorna a cada estado con probabilidad uno y no presenta ciclos periódicos que limiten su evolución.

Cuando una cadena de Markov es ergódica se garantiza la existencia de una única distribución estacionaria, la cual describe el comportamiento estable del sistema en el largo plazo.

Teorema de existencia y unicidad de la distribución estacionaria

Teorema 2.1.10. *Sea P la matriz de transición de una cadena de Markov finita con espacio de estados $S = \{1, 2, \dots, r\}$. Si la cadena es ergódica, es decir, es irreducible, recurrente y aperiódica, entonces existe una única distribución estacionaria $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_r)$ que satisface:*

$$\pi P = \pi, \quad \sum_{i=1}^r \pi_i = 1, \quad \pi_i > 0 \quad \forall i.$$

Además, para cualquier distribución inicial $\pi^{(0)}$, se cumple que:

$$\pi = \lim_{n \rightarrow \infty} \pi^{(0)} P^n.$$

Este resultado garantiza que el sistema converge a un comportamiento estable en el largo plazo, independientemente de las condiciones iniciales [12].

2.1.3. Vector propio izquierdo

La ecuación $\pi \mathbb{P} = \pi$ establece que π es un vector propio izquierdo de la matriz de transición $\mathbb{P}$ asociado al valor propio $\lambda = 1$. En álgebra lineal, un vector propio derecho satisface la ecuación $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$, mientras que un vector propio izquierdo satisface $\mathbf{y}A = \lambda\mathbf{y}$. En este caso, π desempeña el papel de $\mathbf{y}$ y la matriz de transición $\mathbb{P}$ el de A .

Como $\mathbb{P}$ es una matriz estocástica, es decir, sus filas suman 1, el valor propio $\lambda = 1$ pertenece al espectro de la matriz. En efecto, el vector de unos es un vector propio derecho asociado a dicho valor propio. En consecuencia, también existe al menos un vector propio izquierdo asociado a $\lambda = 1$ [9]. En el contexto de las cadenas de Markov, dicho vector propio izquierdo, una vez normalizado de manera que sus componentes sean no negativas y sumen 1, corresponde a una distribución estacionaria.

Para calcular π numéricamente, se utiliza la relación entre los vectores propios izquierdos de $\mathbb{P}$ y los vectores propios derechos de $\mathbb{P}^T$. Si $\pi \mathbb{P} = \pi$, al transponer ambos lados de la igualdad se obtiene

$$\mathbb{P}^T \pi^T = \pi^T.$$

Esto implica que π^T es un vector propio derecho de $\mathbb{P}^T$ asociado al mismo valor propio $\lambda = 1$. Por lo tanto, encontrar la distribución estacionaria equivale a determinar el vector propio derecho de $\mathbb{P}^T$ correspondiente al valor propio 1 y posteriormente normalizarlo de modo que la suma de sus componentes sea igual a 1. Este procedimiento se implementará en el siguiente capítulo.

Capítulo 3

Modelación Matemática

3.1. Construcción del modelo

3.1.1. Definición de los estados

Modelo educativo

Para el modelo educativo se definieron seis estados que representan el máximo nivel educativo alcanzado por el proveedor principal:

- Sin escolaridad
- Primaria incompleta
- Primaria completa
- Secundaria
- Media superior
- Superior

Modelo ocupacional

En el caso de la movilidad ocupacional, se definieron nueve estados:

- Funcionarios y directivos
- Profesionistas y técnicos
- Trabajadores administrativos
- Comerciantes y empleados en ventas
- Trabajadores en servicios personales
- Trabajadores agrícolas
- Trabajadores artesanales

- Operadores de maquinaria
- Trabajadores en actividades elementales

Modelo de percepción de movilidad socioeconómica

Para la movilidad subjetiva, se definieron tres categorías (Mejor, Igual y Peor) que describen cómo percibe el individuo su situación socioeconómica actual en comparación con la de su familia de origen.

Estas categorías se analizan en función del nivel educativo alcanzado en relación con el del proveedor principal. En particular, se distingue si el individuo superó, igualó o no superó dicho nivel educativo, con el fin de observar cómo esta diferencia educativa se refleja en su percepción de movilidad socioeconómica.

- Mejor: percepción de que la situación socioeconómica actual ha mejorado respecto a la de su familia de origen
- Igual: percepción de que la situación socioeconómica actual se mantiene igual que la de su familia de origen
- Peor: percepción de que la situación socioeconómica actual ha empeorado respecto a la de su familia de origen

Los datos utilizados en este trabajo provienen exclusivamente del Módulo de Movilidad Social Intergeneracional (MMSI) 2016 del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) [5].

3.1.2. Matriz de probabilidad de transición

Modelo educativo

A partir de los porcentajes reportados por el INEGI en el Cuadro 1.3, se construyó una matriz de transición que describe la movilidad educativa intergeneracional. Esta matriz permite analizar la probabilidad de que un individuo alcance un determinado nivel educativo, dado el nivel educativo del proveedor principal.

Sin embargo, la tabla original incluye la categoría “No especificado”, la cual no puede interpretarse directamente dentro del modelo de transición. Por ello, fue necesario realizar un proceso de ajuste para obtener una matriz consistente en términos probabilísticos. El procedimiento fue el siguiente:

- i) Selección de clases: Se consideraron únicamente las seis categorías educativas bien definidas, excluyendo la categoría “No especificado”, ya que esta no representa un estado educativo propiamente dicho dentro del modelo.
- ii) Dado que los porcentajes en cada fila suman 100 %, al eliminar la categoría “No especificado” la suma de las categorías restantes deja de ser 100 %. Para corregir esto, se asumió que los casos no especificados se distribuyen proporcionalmente entre las categorías observadas.
- iii) Redistribución proporcional: Para cada fila i , se calculó un factor de ajuste dado por

$$\frac{1}{1 - p_{i,ne}}$$

donde $p_{i,ne}$ representa la proporción de la categoría “No especificado” en dicha fila. Este factor permite reescalar los porcentajes restantes de manera que vuelvan a sumar 100 %. Cada porcentaje original se multiplicó por este factor.

- iv) Finalmente, los porcentajes ajustados se dividieron entre 100 para obtener probabilidades, garantizando que cada fila de la matriz sume 1, como lo requiere una matriz de transición.

Para ilustrar el procedimiento, se considero la fila correspondiente a individuos cuyo proveedor principal tenía “sin escolaridad”. En la tabla original, esta fila incluye un porcentaje de “No especificado”.

Dicha proporción es

$$p_{i,ne} = \frac{14.9}{100} = 0.149$$

Entonces, el factor de ajuste es:

$$\frac{1}{1 - 0.149} = \frac{1}{0.851} = 1.175088132$$

Cada uno de los porcentajes en esa fila se multiplica por el factor de ajuste. Por ejemplo, si el porcentaje original para “sin escolaridad” era 65.4 %, el valor ajustado sería:

$$65.4 \times 1.175088132 = 76.85076383$$

Finalmente, al dividir entre 100, se obtiene la probabilidad:

$$0.7685076383$$

La matriz resultante es la siguiente:

$$\mathbb{P}_{\text{educación}} = \begin{bmatrix} 0.768507 & 0.131610 & 0.085781 & 0.011751 & 0.000000 & 0.002350 \\ 0.523810 & 0.314286 & 0.123810 & 0.028571 & 0.005952 & 0.003571 \\ 0.388514 & 0.363739 & 0.200450 & 0.037162 & 0.007883 & 0.002252 \\ 0.213904 & 0.352941 & 0.265241 & 0.113369 & 0.027807 & 0.026738 \\ 0.107996 & 0.265836 & 0.256490 & 0.210800 & 0.077882 & 0.080997 \\ 0.045918 & 0.147959 & 0.192857 & 0.198980 & 0.135714 & 0.278571 \end{bmatrix}$$

Los valores de la matriz se trabajaron con una precisión de seis cifras decimales. Esta aproximación se adoptó con el fin de mantener consistencia numérica y facilitar el manejo computacional de los datos.

Si bien el uso de valores redondeados introduce pequeñas diferencias de aproximación, estas no afectan de manera significativa los resultados ni las propiedades fundamentales de la matriz, en particular la condición de que las filas sumen 1.

La matriz describe un sistema de transición en el que cada fila representa un nivel educativo del individuo y cada columna un nivel educativo del proveedor principal. Así, cada entrada P_{ij} puede interpretarse como la probabilidad de que un individuo alcance el nivel educativo j , dado que proviene de un hogar con nivel educativo i . La matriz resultante describe un sistema de transición en el que cada fila representa un nivel educativo de origen (proveedor principal) y cada columna un nivel educativo de destino (individuo). Así, cada entrada P_{ij} puede interpretarse como la probabilidad de que un individuo alcance el nivel educativo j , dado que proviene de un hogar con nivel educativo i .

Los resultados presentados en esta sección se obtuvieron a partir de cálculos implementados en el software R. El detalle completo del procedimiento, así como los valores numéricos con mayor precisión, pueden consultarse en el Apéndice B: Códigos en R para educación.

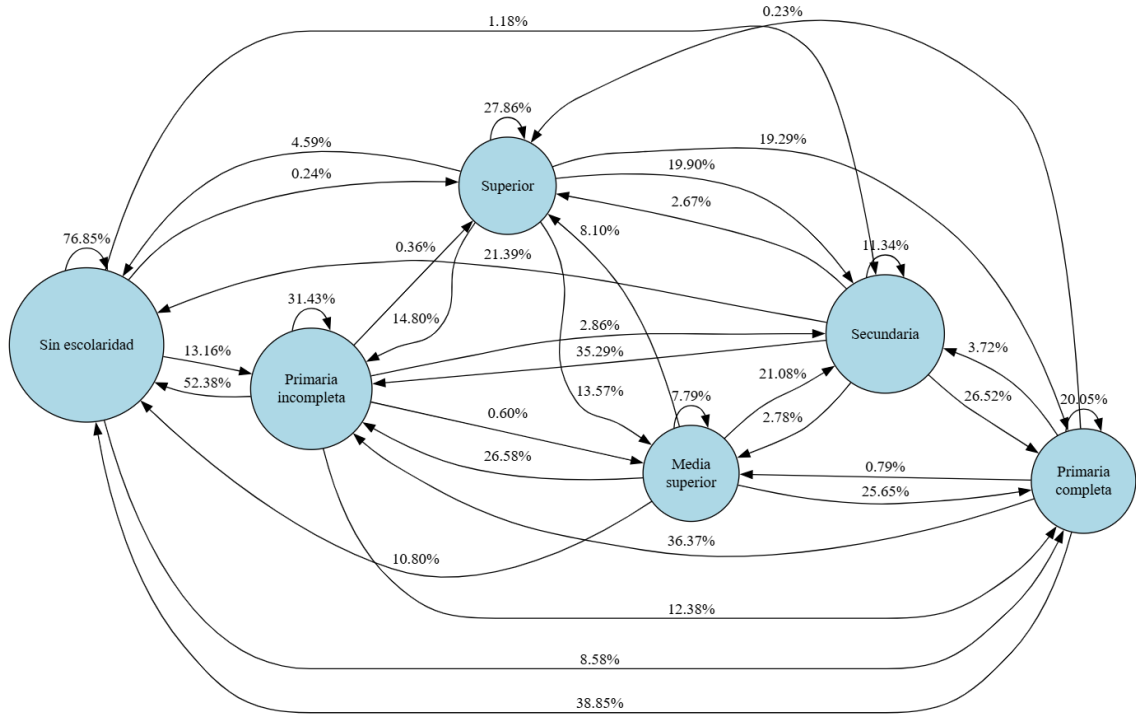


Figura 3.1: Diagrama de estados en porcentajes de Educación.[8]

Modelo ocupacional

Se construyó la matriz de transición ocupacional a partir del Cuadro 1.4 en donde las entradas representan la probabilidad de que un individuo se encuentre en una ocupación j en su trabajo actual, dado que su primera ocupación estuvo en el estado i . Aquí simplemente se convirtió el porcentaje a probabilidades.

$$\mathbb{P}_{\text{ocupación}} = \begin{bmatrix} 0.481 & 0.215 & 0.035 & 0.116 & 0.015 & 0.012 & 0.078 & 0.013 & 0.035 \\ 0.113 & 0.618 & 0.044 & 0.088 & 0.032 & 0.012 & 0.029 & 0.025 & 0.039 \\ 0.098 & 0.273 & 0.226 & 0.139 & 0.072 & 0.013 & 0.036 & 0.055 & 0.086 \\ 0.056 & 0.144 & 0.092 & 0.297 & 0.082 & 0.013 & 0.078 & 0.072 & 0.166 \\ 0.044 & 0.128 & 0.064 & 0.141 & 0.263 & 0.025 & 0.082 & 0.060 & 0.193 \\ 0.026 & 0.050 & 0.013 & 0.054 & 0.055 & 0.371 & 0.147 & 0.095 & 0.188 \\ 0.030 & 0.127 & 0.029 & 0.113 & 0.050 & 0.031 & 0.361 & 0.081 & 0.180 \\ 0.040 & 0.166 & 0.056 & 0.111 & 0.066 & 0.019 & 0.114 & 0.282 & 0.145 \\ 0.025 & 0.098 & 0.027 & 0.109 & 0.080 & 0.126 & 0.160 & 0.078 & 0.295 \end{bmatrix}$$

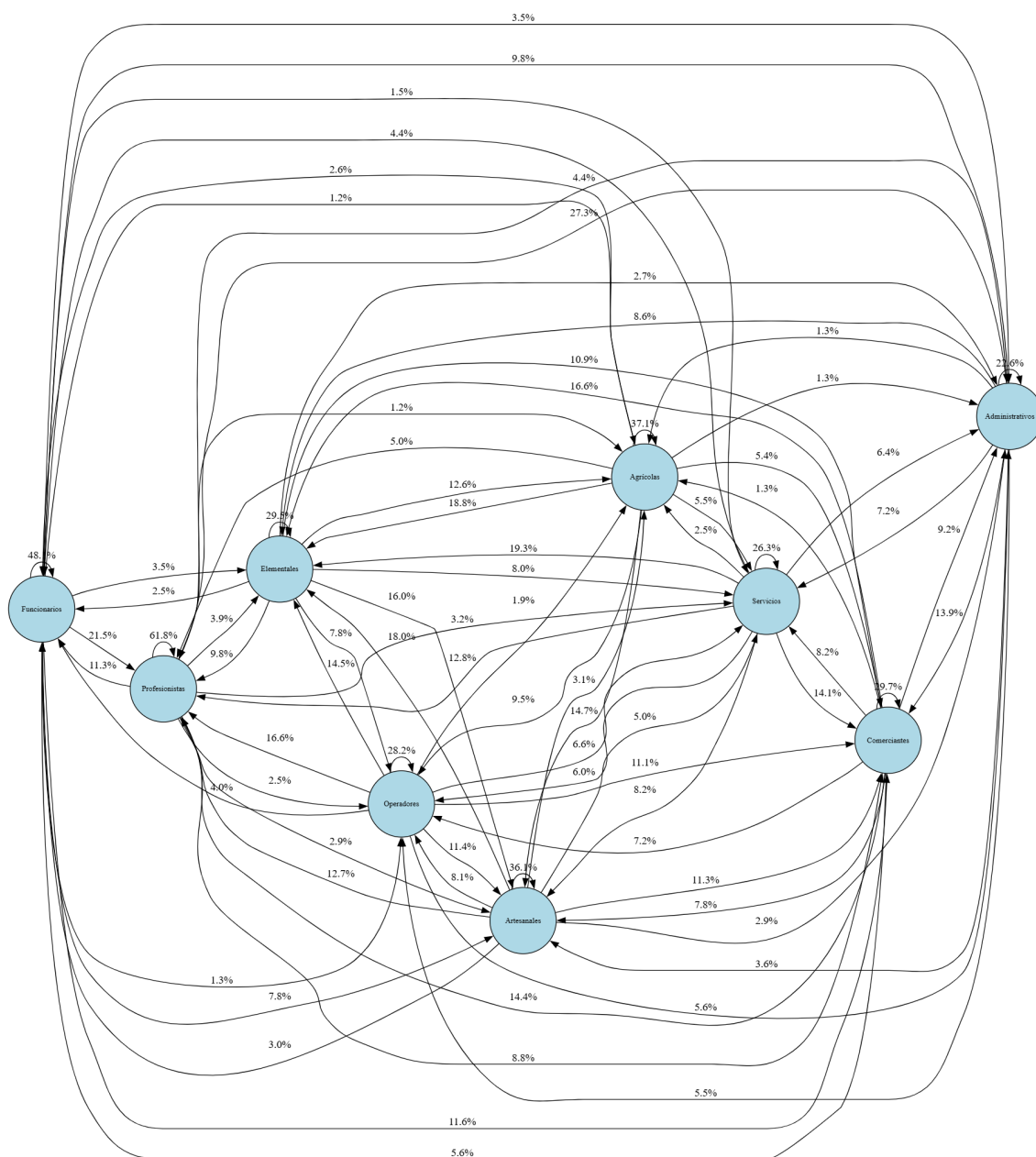


Figura 3.2: Diagrama de estados en porcentajes de Ocupación.[8]

Modelo de percepción de movilidad socioeconómica

En el caso de la percepción, se construyó una matriz que relaciona la condición de superación educativa del proveedor principal (superó, igualó o no superó) con su percepción actual de cambio socioeconómico (mejor, igual o peor). Esta matriz captura cómo la trayectoria educativa intergeneracional se asocia con la valoración subjetiva de la movilidad.

$$\mathbb{P}_{\text{percepción}} = \begin{bmatrix} 0.607 & 0.183 & 0.210 \\ 0.456 & 0.245 & 0.299 \\ 0.435 & 0.206 & 0.359 \end{bmatrix}$$

Donde las filas representan la condición educativa de superar al proveedor principal y las columnas representan la percepción de cambio socioeconómico.

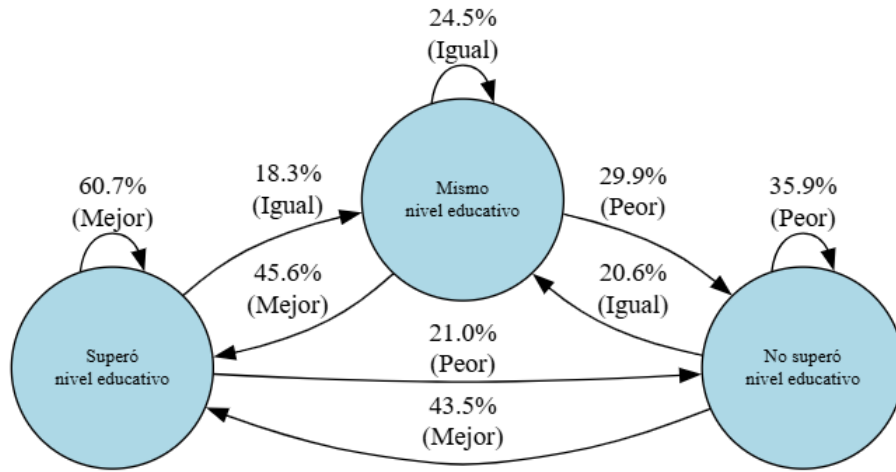


Figura 3.3: Diagrama de estados en porcentajes de Percepción.[8]

Los resultados presentados en esta sección se obtuvieron a partir de cálculos implementados en el software R. El detalle completo del procedimiento, así como los valores numéricos con mayor precisión, pueden consultarse en el Apéndice B: Códigos en R.[14] y [13]

3.1.3. Supuestos del modelo

El modelo de cadenas de Markov aplicado a movilidad social descansa sobre varios supuestos fundamentales que es necesario explicitar:

- Homogeneidad temporal: Se asume que la matriz de transición $\mathbb{P}$ permanece constante a lo largo de las generaciones. Esto implica que las reglas y patrones de movilidad social observados en 2016 no cambian en el futuro, un supuesto necesario para proyectar el comportamiento a largo plazo.
- Propiedad de Markov: La posición social de un individuo en la generación $n+1$ depende únicamente de la posición de sus proveedores principales n , y no de la historia familiar previa (abuelos, bisabuelos, etc.). Matemáticamente:

$$P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n) = P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n)$$

- Espacio de estados discreto y finito: La sociedad puede representarse adecuadamente mediante un número finito de estratos socioeconómicos bien definidos..
- Población cerrada: Se asume que la migración internacional y los cambios demográficos significativos (como cambios en mortalidad o fecundidad) no alteran sustancialmente la estructura de transición entre estratos sociales. Esta simplificación se justifica porque, según datos del INEGI, la migración internacional neta en México para el periodo 2010-2020 representó menos del 0.5 % de la población total [7]. Por otro lado, los cambios en la estructura por edad ocurren en escalas temporales que superan el horizonte de análisis del modelo. En todo caso, estas interacciones serían de segundo orden y no afectan las conclusiones estructurales del modelo.
- Ergodicidad: Se asume que las matrices son ergódicas, lo que garantiza la existencia de una única distribución estacionaria.

3.1.4. Vector estacionario

Una vez construidas las matrices de probabilidad de transición $\mathbb{P}_{\text{educación}}$, $\mathbb{P}_{\text{ocupación}}$ y $\mathbb{P}_{\text{percepción}}$, el objetivo es encontrar la distribución estacionaria, para determinar el vector π , se empleó el método del eigenvector izquierdo. Se basa en la propiedad fundamental de que la distribución estacionaria es el vector propio izquierdo asociado al valor propio $\lambda = 1$, es decir, debe satisfacer la ecuación $\pi P = \pi$.

Vector estacionario para educación

```
1 # Calcular eigenvectores izquierdos (traspuesta de P)
2 eigen_result <- eigen(t(P))
3 # El eigenvector asociado al valor propio 1
4 pi2 <- as.vector(Re(eigen_result$vectors[, 1]))
5 # Normalizar para que sume 1
6 pi2 <- pi2 / sum(pi2)
```

Código 3.1: Cálculo de los valores propios y vectores propios, y normalización.

```
1 eigen() decomposition
2 $values
3 [1] 0.99999967+0.00000000i 0.38794351+0.00000000i
4      0.25329343+0.00000000i
5 [4] 0.04976488+0.01539372i 0.04976488-0.01539372i
6      0.01229915+0.00000000i
7
8 $vectors (1-3)
9      [,1]      [,2]      [,3]
10 [1,] -0.944643371+0i -0.87357412+0i 0.763849663+0i
11 [2,] -0.285136602+0i 0.41245869+0i -0.620969264+0i
12 [3,] -0.159082854+0i 0.20485961+0i -0.166118845+0i
13 [4,] -0.031101565+0i 0.12835836+0i -0.030278660+0i
14 [5,] -0.005126559+0i 0.05607461+0i 0.004549254+0i
15 [6,] -0.006713828+0i 0.07182203+0i 0.048968368+0i
16
17 $vectors (4-5)
18      [,4]      [,5]
19 [1,] -0.343190467-0.057309186i -0.343190467+0.057309186i
20 [2,] 0.809815185+0.000000000i 0.809815185+0.000000000i
21 [3,] -0.440698516+0.141894030i -0.440698516-0.141894030i
22 [4,] -0.027438515-0.088005796i -0.027438515+0.088005796i
23 [5,] 0.006055603-0.008900168i 0.006055603+0.008900168i
24 [6,] -0.004543480+0.012321095i -0.004543480-0.012321095i
25
26 $vectors (6)
27      [,6]
28 [1,] -0.095983332+0i
29 [.,] . . .
```

Código 3.2: Resultados valores propios y vectores propios.

- i) Cálculo de eigenvectores: Se aplicó la función `eigen()` a la transpuesta de la matriz de transición ($t(P)$). Esto es necesario porque la función `eigen()` en R calcula por defecto los eigenvectores derechos. Al transponer la matriz, los eigenvectores derechos de $t(P)$ se corresponden con los eigenvectores izquierdos de P .
- ii) Selección del eigenvector relevante: De los resultados obtenidos, se extrajo el primer eigenvector (`eigen_result$vector[, 1]`), que corresponde al valor propio dominante (que, en este caso, debe ser aproximadamente 1). Dado que los cálculos pueden generar números complejos debido a la precisión numérica, se extrajo la parte real (`Re()`) del eigenvector.
- iii) Normalización: El vector resultante fue normalizado para que sus elementos sumaran 1, cumpliendo así con la distribución estacionaria.

```

1 # Verificar que la m.p.t sume por renglon 1
2 cat("\n=== VERIFICACION DE SUMAS POR RENGLON DE LA M.P.T ===\n")
3 print(rowSums(P))
4
5 # Verificar que la cadena es ergodica
6 # Una condicion suficiente es que alguna potencia de P tenga todas las
   entradas > 0
7 P2 <- P %*% P
8 P4 <- P2 %*% P2
9 P8 <- P4 %*% P4
10 cat("\nEs ergodica? (todas las entradas de P^8 > 0):", all(P8 > 0), "\n")

```

Código 3.3: Comprobación de matriz ergódica.

```

1 === VERIFICACION DE SUMAS POR RENGLON DE LA M.P.T ===
2 Sin escolaridad Primaria incompleta Primaria completa
3 0.9999995 1.0000000 1.0000000
4
5 Secundaria Media superior Superior
6 1.0000000 1.0000010 1.0000000
7
8 Es ergodica? (todas las entradas de P^8 > 0): TRUE

```

Código 3.4: Resultados: Comprobación de matriz ergódica.

Se verificaron dos propiedades esenciales para la matriz de transición $\mathbb{P}$:

- i) Renglones de la matriz de transición: Se confirmó que cada fila de la matriz sumara 1, lo cual es un requisito para que P sea una matriz de transición válida. Para ello, se utilizó el comando `rowSums(P)` en R.
- ii) Ergodicidad: Se evaluó si la matriz es ergódica, una condición suficiente para garantizar la existencia de una distribución estacionaria única. Para ello, se calculó la octava potencia de la matriz de transición (P^8) y se comprobó que todas sus entradas fueran estrictamente mayores que cero.

```

1 cat("\n=== METODO: EIGENVECTOR IZQUIERDO ===\n")
2 cat("Vector estacionario ( $\pi$ ):\n")
3 print(round(pi2, 6))
4
5 # Verificar suma
6 cat("\nSuma de  $\pi$ :", sum(pi2), "\n")
7
8 # Verificar  $\pi P = \pi$ 
9 piP2 <- pi2 %*% P
10 cat("\nVerificacion  $\pi P = \pi$ :\n")
11 print(round(piP2, 6))
12 cat("\nDiferencia maxima:", max(abs(piP2 - pi2)), "\n")

```

Código 3.5: Vector propio izquierdo.

```

1 === METODO: EIGENVECTOR IZQUIERDO ===
2
3 Vector estacionario ( $\pi$ ):
4     Sin escolaridad Primaria incompleta    Primaria completa
5           0.659757                0.199145                0.111107
6
7     Secundaria      Media superior      Superior
8           0.021722                0.003580                0.004689
9
10 Suma de  $\pi$ : 1
11
12 Verificacion  $\pi P = \pi$ :
13     Sin escolaridad Primaria incompleta Primaria completa
14 [1,]           0.659757                0.199145                0.111106
15
16     Secundaria Media superior Superior
17 [4,]    0.021722                0.00358 0.004689
18
19 Diferencia maxima: 2.196536e-07

```

Código 3.6: Resultados: Vector propio izquierdo para educación.

- i) La función `cat()` se utiliza para imprimir mensajes en la consola y se muestra el vector `pi2`, que contiene las probabilidades estacionarias para cada nivel educativo. La función `round(pi2, 6)` redondea los valores a 6 decimales para una presentación más clara y concisa.
- ii) Una propiedad fundamental de cualquier distribución de probabilidad es que la suma de todas sus probabilidades debe ser igual a 1. Esta línea de código calcula la suma de todos los elementos del vector `pi2` mediante la función `sum()` y verifica que se cumpla esta condición.

- iii) La condición definitiva para que π sea la distribución estacionaria es que, al multiplicarla por la matriz de transición P , se obtenga el mismo vector π (es decir, $\pi P = \pi$). El código realiza esta multiplicación mediante el operador de producto matricial `%*%`, generando un nuevo vector `piP2`. Para facilitar la comparación visual, se imprimen los valores de `piP2` redondeados a 6 decimales. Finalmente, se calcula la diferencia absoluta entre `piP2` y `pi2` elemento por elemento (`abs(piP2 - pi2)`), se identifica el valor máximo de estas diferencias con `max()` y se presenta como una medida de la precisión con la que se cumple la condición.

El vector π que se obtuvo podemos leerlo como porcentajes:

(65.98 %, 19.91 %, 11.11 %, 2.17 %, 0.36 %, 0.47 %)

.

Observaciones:

- i) La suma de los primeros tres niveles (“Sin escolaridad”, “Primaria incompleta”, “Primaria completa”) en el estado estacionario es abrumadora: 65.98 % + 19.91 % + 11.11 % = 97 %. Esto indica que, según el modelo, la población se concentraría casi en su totalidad en los niveles educativos más bajos.
- ii) Los niveles educativos medios y superiores (“Secundaria”, “Media superior”, “Superior”) prácticamente desaparecerían en el largo plazo, sumando solo un 3 % de la población.

Vector estacionario ocupación

Siguiendo el mismo procedimiento, se obtuvo el vector estacionario para la movilidad ocupacional:

```
1 === METODO: EIGENVECTOR IZQUIERDO ===
2
3 Vector estacionario ( $\pi$ ) - Distribucion de largo plazo:
4   Funcionarios   Profesionistas   Administrativos
5       11.153620         28.004491         5.626964
6
7   Comerciantes      Servicios      Agricolas
8       13.014487         6.573395         4.769444
9
10  Artesanales      Operadores      Elementales
11       10.975191         6.759780        13.122627
```

Código 3.7: Resultados: Vector propio izquierdo para ocupación

Observaciones:

- i) Las ocupaciones de mayor estatus (“Funcionarios”, “Profesionistas” y “Administrativos”) concentran en el estado estacionario un porcentaje sustancial de la población: $11.15 \% + 28.00 \% + 5.63 \% = 44.78 \%$, es decir, casi la mitad de la población se ubicaría en posiciones de élite, profesionales o administrativas en el largo plazo.
- ii) En el otro extremo, las ocupaciones tradicionalmente manuales y de base (“Agrícolas”, “Artesanales”, “Operadores” y “Elementales”) suman en conjunto: $4.77 \% + 10.98 \% + 6.76 \% + 13.12 \% = 35.63 \%$. Aunque siguen siendo un porcentaje importante, pierden predominancia frente a los sectores de mayor calificación.
- iii) Las ocupaciones vinculadas al comercio y los servicios (“Comerciantes” y “Servicios”) se mantienen como un sector intermedio robusto, representando el $13.01 \% + 6.57 \% = 19.58 \%$ de la población estacionaria, lo que evidencia la persistencia del terciario en la estructura ocupacional de largo plazo.

Vector estacionario percepción de movilidad

Finalmente, para la percepción de movilidad, el vector estacionario obtenido fue:

1	=== VECTOR ESTACIONARIO (π) - EN PORCENTAJES ===		
2			
3	Percepcion: Mejor	Percepcion: Igual	Percepcion: Peor
4	53.0	20.2	26.8

Código 3.8: Resultados: Vector propio izquierdo para percepción

Observaciones:

- i) La percepción de empeoramiento (“Peor”) alcanza el 26.8 % de la población estacionaria, superando en más de 6 puntos porcentuales a la percepción de estabilidad (“Igual”), que representa el 20.2 %. Esto revela que, en el equilibrio de largo plazo, la visión negativa del cambio socioeconómico duplica en magnitud relativa a la visión de continuidad.
- iii) La estructura estacionaria muestra una clara jerarquía perceptual donde las visiones de cambio (mejora más empeoramiento) suman 79.8 % de la población, mientras que la percepción de estabilidad representa apenas 20.2 %. Esto indica que, en el equilibrio de largo plazo, la sociedad tiende a percibirse abrumadoramente en términos de movilidad (ya sea ascendente o descendente) más que de continuidad intergeneracional, con una relación de casi 4 a 1 entre cambio y estabilidad.

Verificación del modelo

Para confirmar la validez de los cálculos, se verificó que $\pi\mathbb{P} \approx \pi$. La diferencia máxima entre $\pi\mathbb{P}$ y π para el método más preciso fue del orden de 10^{-15} , mientras que los errores obtenidos en las aproximaciones menos refinadas fueron de hasta 10^{-5} y 10^{-7} , lo que demuestra la convergencia del método y la validez de la implementación numérica. (pag.47, 50 y 53)

3.1.5. Visualización de resultados

Con el fin de comparar la distribución observada en 2016 con la distribución estacionaria proyectada, se elaboraron gráficas de barras utilizando R. La distribución observada en 2016 corresponde a la distribución de la población objetivo (personas de 25 a 64 años) en cada dimensión (educación, ocupación y percepción), calculada a partir de las frecuencias expandidas por el INEGI. La distribución estacionaria π , representa el límite al que tiende el sistema si las reglas de movilidad (matriz de transición $\mathbb{P}$) permanecen constantes en el tiempo. El contraste visual entre ambas permite evaluar la dirección y magnitud de los cambios estructurales proyectados bajo los patrones de movilidad observados en 2016.

Para educación

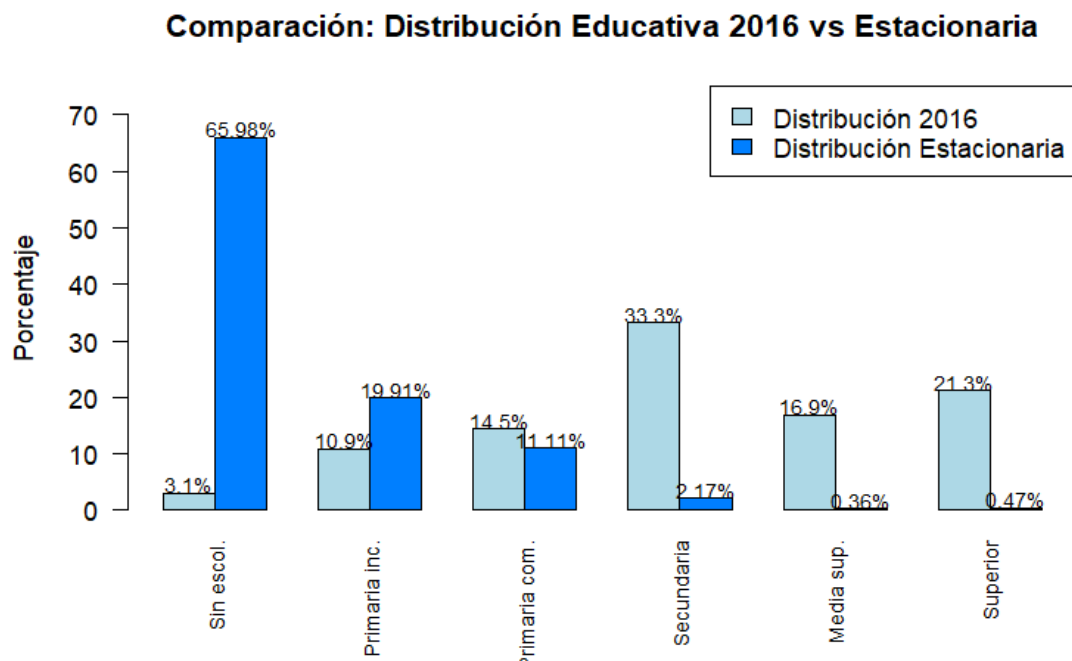


Figura 3.4: Comparación: Distribución Educativa 2016 vs Estacionaria

El contraste entre la distribución educativa de 2016 y la estacionaria revela una profunda paradoja sociológica. La gráfica muestra una marcada inversión de la pirámide educativa: mientras en 2016 la población se concentraba mayoritariamente en niveles medios y superiores (secundaria, media superior y superior acumulaban alrededor del 70 %), en el estado estacionario se observa un desplazamiento masivo hacia los estratos más bajos, donde “sin escolaridad” pasa de 3.3 % a dominar con 65.98 %, mientras secundaria se desploma de 33.1 % a 2.17 % y los niveles superiores prácticamente desaparecen.

Este análisis comparativo permite evaluar que el progreso educativo observado en 2016 (fruto de décadas de inversión y políticas públicas) constituye una suerte de “burbuja” insostenible bajo las actuales reglas de movilidad. La matriz de transición actúa como el “ADN” de la reproducción social y muestra un patrón dual: por un lado, una fortísima inmovilidad en la base (76.85 % de probabilidad de heredar la falta de escolaridad); por otro, una sorprendente movilidad descendente desde la cima, donde los hijos de personas con educación superior tienen apenas 27.85 % de probabilidad de mantener ese nivel, cayendo muchos a secundaria o incluso a primaria.

El estado estacionario resultante (con 97 % de la población en los niveles educativos más bajos) no es un error matemático, sino la representación de una sociedad profundamente estratificada donde el origen social impone su fuerza con contundencia. Las élites educativas (ese 3 % restante) no logran arrastrar al conjunto, y el sistema opera como un “igualador hacia abajo”. Esto evidencia que las políticas de expansión de cobertura no han logrado transformar las dinámicas intergeneracionales de transmisión del capital educativo: el ascensor social no solo se ha detenido, sino que opera en sentido descendente.

Para ocupación

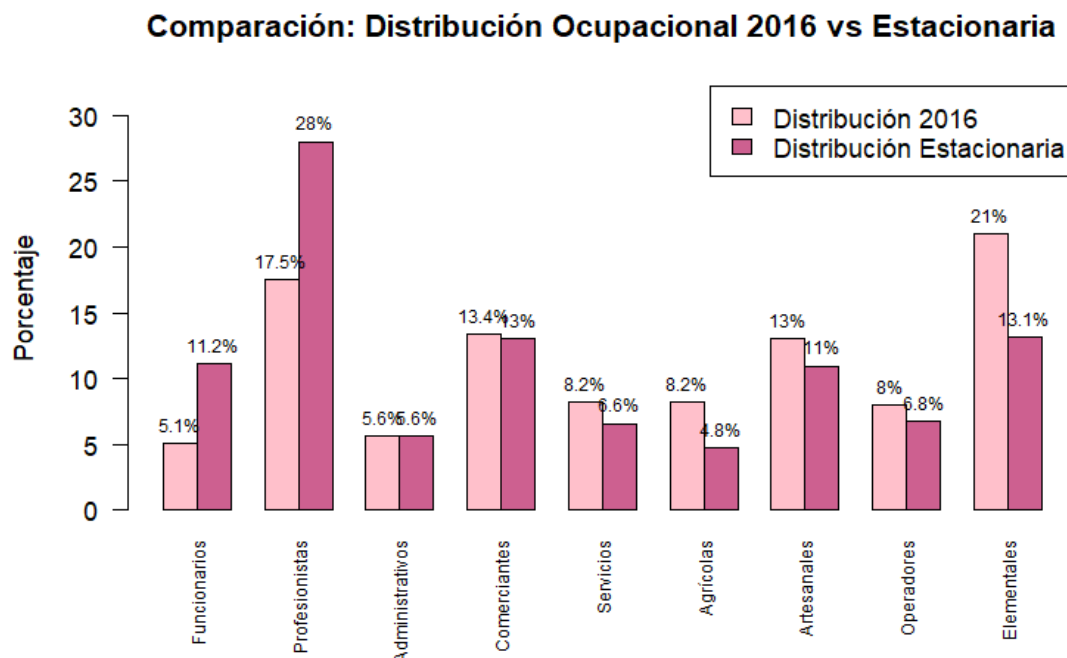


Figura 3.5: Comparación: Distribución Ocupacional 2016 vs Estacionaria

El contraste entre la distribución ocupacional de 2016 y la estacionaria revela una reconfiguración profunda de la estructura del mercado laboral. La gráfica muestra una transformación polarizada: mientras en 2016 la población se distribuía de manera más heterogénea entre sectores (con predominio de trabajos elementales con 21 % y agrícolas con 18.2 %), en el estado estacionario se observa un ascenso sostenido de las ocupaciones de mayor calificación, donde profesionistas pasan de 17.5 % a dominar con 28 %, mientras las ocupaciones elementales se contraen de 21 % a 13.1 % y las agrícolas se desploman de 18.2 % a apenas 4.8 %.

El estado estacionario resultante con casi la mitad de la población (44.78 %) en ocupaciones de élite, profesionales o administrativas no es una mera proyección aritmética, sino la representación de una sociedad que experimenta un proceso de movilidad ascendente estructural. Sin embargo, este movimiento no es uniforme: las élites profesionales consolidan su posición dominante, los sectores comerciales y de servicios se mantienen como un piso sólido intermedio, y las ocupaciones manuales y de base pierden peso relativo sin desaparecer del todo. Esto evidencia que las transformaciones económicas y educativas están reconfigurando el mercado laboral en dirección a una mayor profesionalización, aunque persisten nichos tradicionales que amortiguan y dan estabilidad al sistema ocupacional en su conjunto.

Para percepción

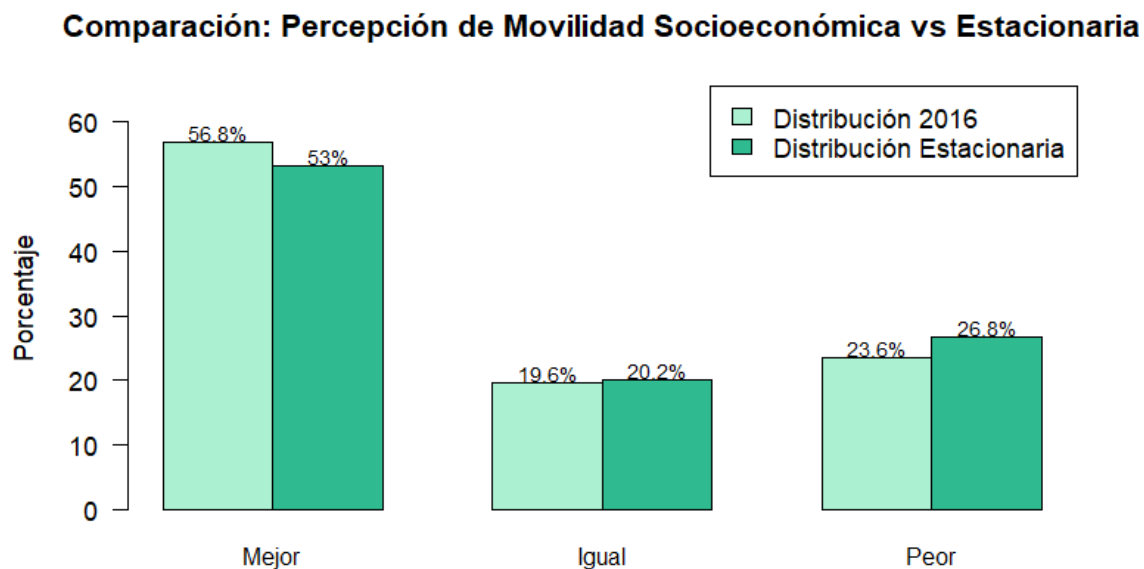


Figura 3.6: Comparación: Percepción de Movilidad Socioeconómica vs Estacionaria

El contraste entre la distribución de percepciones de movilidad socioeconómica de la población total y la distribución estacionaria revela patrones divergentes en las visiones subjetivas sobre el progreso intergeneracional. La gráfica muestra una estructura que, si bien mantiene el mismo orden jerárquico (mayoría que percibe mejora, minoría que percibe estabilidad), presenta desplazamientos significativos en las magnitudes relativas de cada categoría.

Mientras en la población total las percepciones se distribuían con un claro predominio de quienes se consideran en mejor situación que su familia de origen (56.8 % frente a 23.6 % que se perciben en peor situación), en el estado estacionario esta brecha se reduce considerablemente: la percepción de mejora disminuye al 53.0 %, mientras que la percepción de empeoramiento aumenta al 26.8 %.

A diferencia de lo observado en las dimensiones objetivas de la movilidad (donde las trayectorias educativas determinan fuertemente las percepciones), las visiones subjetivas agregadas tienden a autorregularse hacia un punto de equilibrio menos optimista que el observado en el conjunto de la población. La gráfica ilustra visualmente cómo la categoría “Igual” experimenta un ligero aumento, pasando de 19.6 % en la población total a 20.2 % en el largo plazo, lo que sugiere una leve consolidación de un núcleo perceptual de estabilidad intergeneracional.

Conclusiones.

Esta investigación analizó la movilidad social en México desde tres dimensiones educación, ocupación y percepción utilizando cadenas de Markov construidas con datos del INEGI. El objetivo fue someter a prueba una frase ¿Realmente las personas son pobres porque quieren?

Los resultados obtenidos permiten responder esta pregunta con base en evidencia cuantitativa.

- Educación: La matriz de transición muestra que las personas nacidas en hogares sin escolaridad tienen una probabilidad del 76.85 % de permanecer en esa misma condición. La distribución estacionaria proyecta que, de mantenerse las tendencias actuales, la población sin escolaridad pasaría del 3.3 % en 2016 al 65.98 % en el largo plazo. Estos datos indican que la pobreza educativa no es una elección, sino una herencia que se transmite intergeneracionalmente con alta probabilidad.
- Ocupación: La movilidad ocupacional muestra un panorama distinto: en el largo plazo, las ocupaciones profesionales aumentan del 17.5 % al 28 %, mientras que las agrícolas se reducen del 18.2 % al 4.8 %. Existe, por tanto, movilidad ascendente para ciertos sectores. Sin embargo, esta vía de ascenso no está al alcance de todos, y no contradice la rigidez educativa; más bien evidencia un desajuste entre la formación disponible y las oportunidades laborales emergentes.
- Percepción: La percepción subjetiva revela un dato clave: en el equilibrio de largo plazo, la sensación de empeoramiento aumenta del 23.6 % al 26.8 %, mientras que la percepción de mejora disminuye. Esto significa que, incluso cuando algunos ascienden laboralmente, la población en su conjunto percibe que las condiciones no mejoran respecto a la generación anterior. Dicha percepción contradice la narrativa del esfuerzo individual como vía segura de progreso.

Realmente si las personas fueran pobres porque quieren , los datos mostrarían una sociedad fluida, donde el origen familiar no determina el destino. Los resultados obtenidos apuntan en dirección opuesta.

Por tanto, la evidencia no respalda la visión individualista de la pobreza. El modelo muestra que nacer en pobreza determina, con alta probabilidad, permanecer en ella. El “querer” no está en cuestión; lo que está en cuestión es si el sistema ofrece oportunidades reales para que ese querer se traduzca en movilidad efectiva. Los datos indican que, para una parte significativa de la población, la respuesta es negativa.

3.2. Observaciones.

La presente investigación presenta diversas limitaciones que deben ser consideradas al interpretar sus resultados. En primer lugar, el modelo de cadenas de Markov asume que las probabilidades de transición permanecen constantes en el tiempo, lo que implica suponer que las dinámicas de movilidad observadas en 2016 se mantendrán inalteradas indefinidamente. Este supuesto de estacionariedad ignora posibles cambios estructurales derivados de reformas educativas, transformaciones económicas, crisis o políticas públicas que podrían modificar sustancialmente las reglas de movilidad intergeneracional.

En segundo lugar, el análisis se basa en datos transversales que permiten construir matrices de transición, pero no sigue cohortes reales a lo largo del tiempo. Idealmente, el estudio de la movilidad social requeriría datos longitudinales que rastreen las trayectorias de los mismos individuos o familias entre generaciones. La aproximación mediante cadenas de Markov ofrece una proyección teórica del largo plazo, pero no debe confundirse con una predicción empírica del futuro.

En tercer lugar, las categorías utilizadas tanto en educación como en ocupación implican un ejercicio de simplificación que puede ocultar heterogeneidades internas relevantes. En el caso educativo, la agregación en seis niveles no captura diferencias en calidad educativa, tipo de institución (pública o privada) o trayectorias escolares incompletas dentro de cada nivel. En el caso ocupacional, las nueve categorías utilizadas no reflejan la enorme diversidad de situaciones laborales, incluyendo informalidad, precariedad, ingresos o condiciones de trabajo.

Finalmente, el análisis de percepciones subjetivas enfrenta limitaciones propias de los estudios de opinión: las respuestas pueden estar influenciadas por el contexto, el sesgo de deseabilidad social o las experiencias personales recientes, y no necesariamente reflejan evaluaciones objetivas o estables sobre la movilidad intergeneracional.

3.3. Líneas de investigación futuras.

A partir de los hallazgos y limitaciones de esta investigación, se derivan diversas recomendaciones dirigidas tanto al ámbito de las políticas públicas como a futuras líneas de investigación académica.

En el ámbito educativo, los resultados advierten que la expansión de cobertura no es suficiente para garantizar movilidad ascendente sostenible. Se requiere intervenir sobre los mecanismos de transmisión intergeneracional del capital educativo, especialmente mediante políticas de acompañamiento a familias en situación de vulnerabilidad, programas de educación inicial que compensen desventajas tempranas, y estrategias que rompan el círculo vicioso de la herencia de la baja escolaridad. Asimismo, resulta prioritario fortalecer la calidad educativa en todos los niveles para que los años de escolaridad se traduzcan efectivamente en mejores oportunidades ocupacionales.

En el ámbito ocupacional, la tendencia hacia la profesionalización del mercado laboral debe ser acompañada por políticas activas de empleo que faciliten la transición desde sectores en declive hacia ocupaciones emergentes. Esto implica invertir en formación continua y capacitación para trabajadores de sectores manuales y agrícolas, así como fortalecer la vinculación entre el sistema educativo y las demandas del mercado laboral. La persistencia de un sector comercial robusto sugiere la necesidad de políticas específicas de apoyo al autoempleo y la pequeña empresa como amortiguadores ocupacionales.

En el ámbito de las percepciones sociales, el equilibrio observado entre optimismo y pesimismo subraya la importancia de construir narrativas realistas sobre las posibilidades de movilidad. Las políticas públicas deberían comunicar con claridad tanto los avances como los desafíos persistentes, evitando tanto el triunfalismo que genera expectativas insatisfechas como el derrotismo que desincentiva la inversión en capital humano.

Para futuras investigaciones, se recomienda profundizar en el análisis de los determinantes de las probabilidades de transición, explorando cómo variables como el ingreso, la región geográfica, el género o la etnicidad modifican las oportunidades de movilidad. Asimismo, sería valioso complementar el enfoque de cadenas de Markov con métodos mixtos que incorporen evidencia cualitativa sobre las experiencias, estrategias y narrativas de las familias en sus trayectorias intergeneracionales. Finalmente, se sugiere replicar este tipo de análisis con datos más recientes que permitan actualizar las proyecciones y evaluar si las tendencias identificadas se mantienen o modifican en el tiempo.

Apéndice A

Base de datos de Módulo de Movilidad Social Intergeneracional (MMSI) 2016

Población de 25 a 64 años y su distribución porcentual por nivel de escolaridad, según nivel de escolaridad del proveedor principal

Cuadro 2.4

Nivel de escolaridad	Población de 25 a 64 años	Nivel de escolaridad del proveedor principal ¹						
		Sin escolaridad ²	Primaria incompleta	Primaria completa	Secundaria	Media superior ³	Superior ⁴	No especificado
Estados Unidos Mexicanos	60 582 643	21.2	26.3	20.4	11.9	5.1	8.0	7.1
Sin escolaridad ²	1 885 824	65.4	11.2	7.3	1.0	0.0	0.2	14.9
Primaria incompleta	6 625 200	44.0	26.4	10.4	2.4	0.5	0.3	16.0
Primaria completa	8 763 380	34.5	32.3	17.8	3.3	0.7	0.2	11.2
Secundaria	20 146 245	20.0	33.0	24.8	10.6	2.6	2.5	6.5
Media superior ³	10 230 486	10.4	25.6	24.7	20.3	7.5	7.8	3.7
Superior ⁴	12 931 508	4.5	14.5	18.9	19.5	13.3	27.3	2.0

Figura A.1: Cuadro 2.4 extraído de tabulador Educación

Población ocupada de 25 a 64 años y su distribución porcentual por división principal de ocupación en su primer trabajo, según división principal de ocupación actual

Cuadro 3.7

División principal de ocupación ¹ en su primer trabajo	Población ocupada de 25 a 64 años	División principal de ocupación ¹ actual								
		Funcionarios, directores y jefes	Profesionistas y técnicos	Trabajadores auxiliares en actividades administrativas	Comerciantes, empleados en ventas y agentes de ventas	Trabajadores en servicios personales y vigilancia	Trabajadores en actividades agrícolas, ganaderas, forestales, pesca y caza	Trabajadores artesanales	Operadores de maquinaria industrial, ensambladores, choferes y conductores de transporte	Trabajadores en actividades elementales y de apoyo
Estados Unidos Mexicanos	46 256 993	5.1	17.5	5.6	13.4	8.2	8.2	13.0	8.0	21.0
Funcionarios, directores y jefes	481 703	48.1	21.5	3.5	11.6	1.5	1.2	7.8	1.3	3.5
Profesionistas y técnicos	4 505 130	11.3	61.8	4.4	8.8	3.2	1.2	2.9	2.5	3.9
Trabajadores auxiliares en actividades administrativas	3 618 063	9.8	27.3	22.6	13.9	7.2	1.3	3.6	5.5	8.6
Comerciantes, empleados en ventas y agentes de ventas	6 006 271	5.6	14.4	3.2	23.7	8.2	1.3	7.8	7.2	16.6
Trabajadores en servicios personales y vigilancia	2 734 698	4.4	12.8	6.4	14.1	26.3	2.5	8.2	6.0	13.3
Trabajadores en actividades agrícolas, ganaderas, forestales, pesca y caza	1 573 270	2.6	5.0	1.3	5.4	5.5	37.1	14.7	3.5	18.8
Trabajadores artesanales	2 563 711	3.0	12.7	2.9	11.3	5.0	3.1	36.1	8.1	18.0
Operadores de maquinaria industrial, ensambladores, choferes y conductores de transporte	2 393 679	4.0	16.6	5.6	11.1	6.6	1.9	11.4	28.2	14.5
Trabajadores en actividades elementales y de apoyo	22 346 338	2.5	9.8	2.7	10.9	8.0	12.6	16.0	7.8	23.5

Figura A.2: Cuadro 3.7 extraído de tabulador Empleo

Población de 25 a 64 años y su distribución porcentual por sexo y condición de haber superado el nivel de escolaridad del proveedor principal, según percepción de cambio en su situación socioeconómica actual respecto a la de su familia de origen

Cuadro 4.10

Condición de haber superado el nivel educativo del proveedor principal	Población de 25 a 64 años ¹	Percepción de cambio en su situación socioeconómica		
		Mejor	Igual	Peor
Estados Unidos Mexicanos	56 311 454	56.8	19.6	23.6
Superó el nivel de escolaridad de su proveedor principal	42 015 945	60.7	18.3	21.0
Mismo nivel de escolaridad que su proveedor principal	10 726 027	45.6	24.5	29.9
No superó el nivel de escolaridad de su proveedor principal	3 569 482	43.5	20.6	35.9

Figura A.3: Cuadro 4.10 extraído de tabulador Percepción de movilidad social

Gráfico de barras apiladas al 100 % de educación, empleo y y percepción de movilidad social.

Figura A.4: Distribución porcentual por nivel de escolaridad del proveedor principal

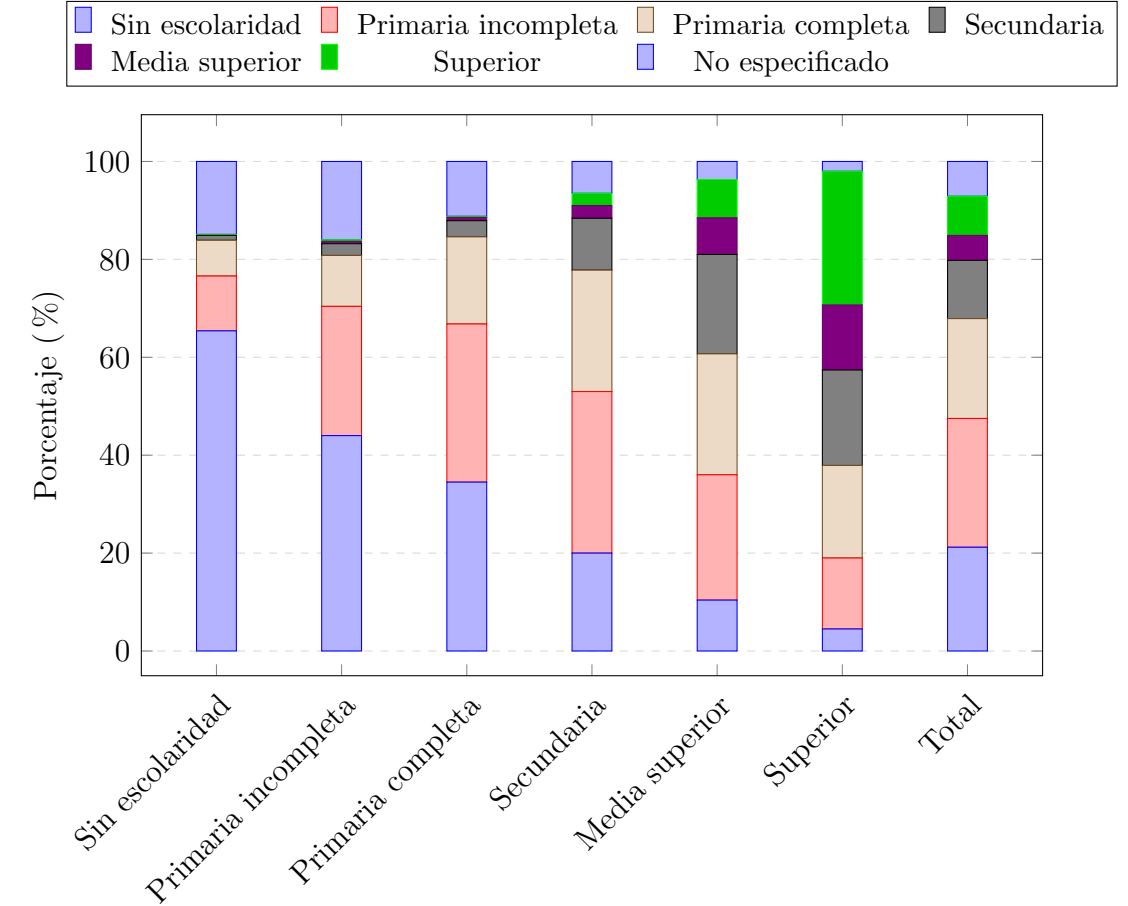


Figura A.5: Distribución porcentual de la ocupación actual según ocupación en el primer trabajo

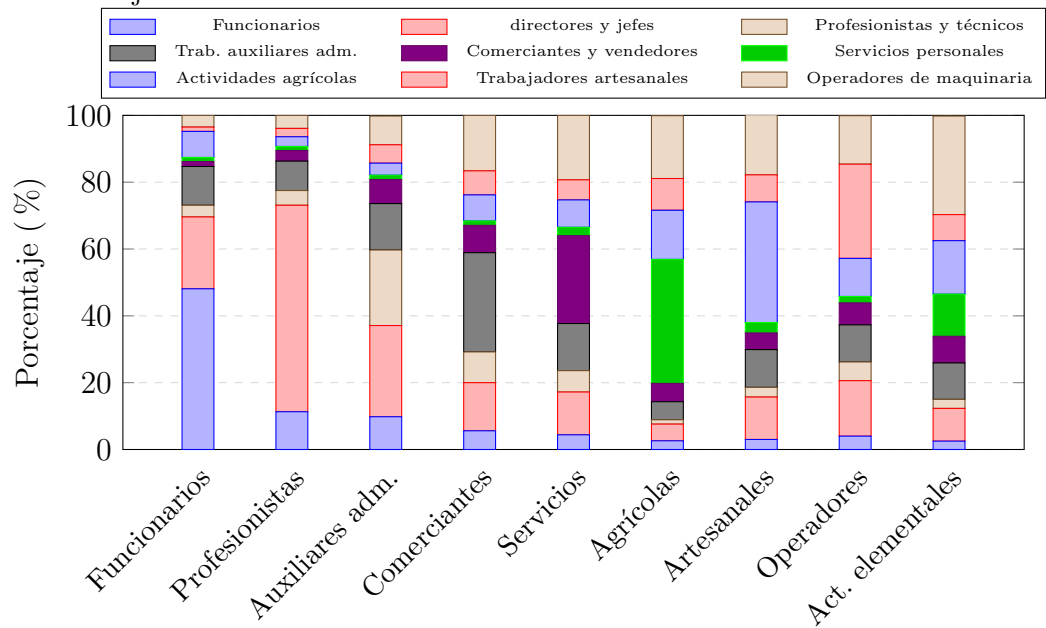
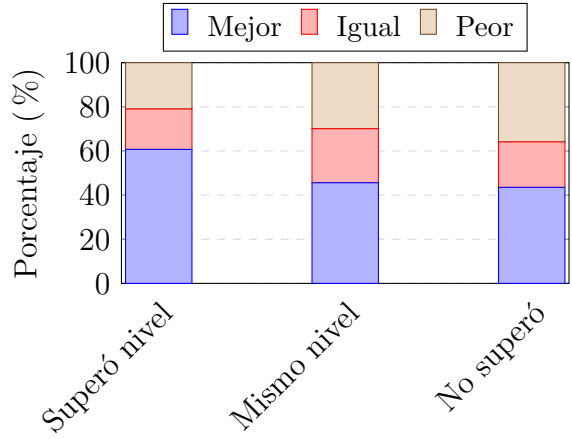


Figura A.6: Percepción de cambio socioeconómico según condición de movilidad educativa



Apéndice B

Códigos en R

Para educación

```
# =====
# Matriz de Transición Educativa - MMSI 2016
# =====

# 1. Ingresar la matriz (en porcentajes)
matriz_porcentajes <- matrix(c(
  # SinEsc, PrimInc, PrimComp, Sec, MediaSup, Sup
  76.85072438, 13.16098049, 8.57813907, 1.17508754, 0.00000000, 0.23501751, # Sin escolaridad
  52.38095238, 31.42857143, 12.38095238, 2.85714286, 0.59523810, 0.35714286, # Primaria incompleta
  38.85135135, 36.37387387, 20.04504505, 3.71621622, 0.78828829, 0.22522523, # Primaria completa
  21.39037433, 35.29411765, 26.52406417, 11.33689840, 2.78074866, 2.67379679, # Secundaria
  10.79959543, 26.58361952, 25.64903915, 21.07997954, 7.78816978, 8.09969657, # Media superior
  4.59183673, 14.79591837, 19.28571429, 19.89795918, 13.57142857, 27.85714286 # Superior
), nrow = 6, byrow = TRUE)

# Nombres de filas y columnas
niveles <- c("Sin escolaridad", "Primaria incompleta", "Primaria completa",
            "Secundaria", "Media superior", "Superior")
rownames(matriz_porcentajes) <- niveles
colnames(matriz_porcentajes) <- niveles

# Convertir a probabilidades
P <- matriz_porcentajes / 100

# Mostrar matriz de probabilidad de transición
cat("\n==== MATRIZ DE PROBABILIDAD DE TRANSICIÓN (P) ====\n\n")
print(round(P, 6))
```

Figura B.1: Código en R construcción de matriz de probabilidad de Educación.

```
==== MATRIZ DE PROBABILIDAD DE TRANSICIÓN (P) ====
```

	Sin escolaridad	Primaria incompleta	Primaria completa	Secundaria	Media superior	Superior
Sin escolaridad	0.768507	0.131610	0.085781	0.011751	0.000000	0.002350
Primaria incompleta	0.523810	0.314286	0.123810	0.028571	0.005952	0.003571
Primaria completa	0.388514	0.363739	0.200450	0.037162	0.007883	0.002252
Secundaria	0.213904	0.352941	0.265241	0.113369	0.027807	0.026738
Media superior	0.107996	0.265836	0.256490	0.210800	0.077882	0.080997
Superior	0.045918	0.147959	0.192857	0.198980	0.135714	0.278571

Figura B.2: Matriz de probabilidad de Educación.

```
# =====
# MÉTODO: Usando el eigenvector izquierdo
# =====

# Calcular eigenvectores izquierdos (traspuesta de P)
eigen_result <- eigen(t(P))
# El eigenvector asociado al valor propio 1
pi2 <- as.vector(Re(eigen_result$vectors[, 1]))
# Normalizar para que sume 1
pi2 <- pi2 / sum(pi2)
names(pi2) <- niveles

# Verificar que la m.p.t. sume por renglón 1
cat("\n== VERIFICACIÓN DE SUMAS POR RENGLON DE LA M.P.T. ==\n\n")
print(rowSums(P))

# Verificar que la cadena es ergódica
# Una condición suficiente es que alguna potencia de P tenga todas las entradas > 0
P2 <- P %>% P
P4 <- P2 %>% P2
P8 <- P4 %>% P4
cat("\n¿Es ergódica? (todas las entradas de P^8 > 0):", all(P8 > 0), "\n")

cat("\n== MÉTODO: EIGENVECTOR IZQUIERDO ==\n\n")
cat("Vector estacionario ( $\pi$ ):\n")
print(round(pi2, 6))

# Verificar suma
cat("\nSuma de  $\pi$ :", sum(pi2), "\n")

# Verificar  $\pi P = \pi$ 
piP2 <- pi2 %>% P
cat("\nVerificación  $\pi P \approx \pi$ :\n")
print(round(piP2, 6))
cat("\nDiferencia máxima:", max(abs(piP2 - pi2)), "\n")
```

Figura B.3: Cálculo de la distribución estacionaria mediante eigenvector izquierdo en R para Educación.

```
== VERIFICACIÓN DE SUMAS POR RENGLON DE LA M.P.T. ==

Sin escolaridad Primaria incompleta Primaria completa Secundaria Media superior Superior
0.9999995 1.0000000 1.0000000 1.0000000 1.0000010 1.0000000

¿Es ergódica? (todas las entradas de P^8 > 0): TRUE

== MÉTODO: EIGENVECTOR IZQUIERDO ==

Vector estacionario ( $\pi$ ):
Sin escolaridad Primaria incompleta Primaria completa Secundaria Media superior Superior
0.659757 0.199145 0.111107 0.021722 0.003580 0.004689

Suma de  $\pi$ : 1

Verificación  $\pi P \approx \pi$ :
Sin escolaridad Primaria incompleta Primaria completa Secundaria Media superior Superior
[1,] 0.659757 0.199145 0.111106 0.021722 0.00358 0.004689

Diferencia máxima: 2.196536e-07
```

Figura B.4: Solución del eigenvector izquierdo.

```
# =====
# GRÁFICA COMPARATIVA - VERSIÓN MÍNIMA CON PORCENTAJES
# =====

# Datos
año2016 <- c(3.1, 10.9, 14.5, 33.3, 16.9, 21.3)
estacionaria <- c(65.98, 19.91, 11.11, 2.17, 0.36, 0.47)
niveles <- c("Sin escol.", "Primaria inc.", "Primaria com",
            "Secundaria", "Media sup.", "Superior")

# Crear matriz para barplot
datos <- rbind(año2016, estacionaria)

# Gráfica de barras lado a lado
b <- barplot(datos,
             beside = TRUE,
             names.arg = niveles,
             col = c("#ADD8E6", "#00FFFF"),
             main = "Comparación: Distribución Educativa 2016 vs Estacionaria",
             ylab = "Porcentaje",
             ylim = c(0, 75), # Ajustar según tus datos
             las = 2,
             cex.names = 0.8)

# Agregar los porcentajes en las barras
text(x = b,
     y = datos + 1.5, # Posición encima de cada barra
     labels = paste0(datos, "%"),
     cex = 0.8)

# Leyenda
legend("topright",
      legend = c("Distribución 2016", "Distribución Estacionaria"),
      fill = c("#ADD8E6", "#00FFFF"))
```

Figura B.5: Código gráfica comparación: Distribución Educativa 2016 vs Estacionaria.

```
> eigen_result
eigen() decomposition
$values
[1] 0.99999967+0.00000000i 0.38794351+0.00000000i 0.25329343+0.00000000i 0.04976488+0.01539372i 0.04976488-0.01539372i
[6] 0.01229915+0.00000000i

$vectors
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]      [,6]
[1,] -0.944643371+0i -0.87357412+0i 0.763849663+0i -0.343190467-0.057309186i -0.343190467+0.057309186i -0.095983332+0i
[2,] -0.285136602+0i 0.41245869+0i -0.620969264+0i 0.809815185+0.000000000i 0.809815185+0.000000000i 0.517943881+0i
[3,] -0.159082854+0i 0.20485961+0i -0.166118845+0i -0.440698516+0.141894030i -0.440698516-0.141894030i -0.711455508+0i
[4,] -0.031101565+0i 0.12835836+0i -0.030278660+0i -0.027438515-0.088005796i -0.027438515+0.088005796i 0.439556786+0i
[5,] -0.005126559+0i 0.05607461+0i 0.004549254+0i 0.006055603-0.008900168i 0.006055603+0.008900168i -0.152111884+0i
[6,] -0.006713828+0i 0.07182203+0i 0.048968368+0i -0.004543480+0.012321095i -0.004543480-0.012321095i 0.002050161+0i
```

Figura B.6: Valores y vectores propios para educación.

Para ocupación

```
# =====
# Matriz de Transición Ocupacional - MMSI 2016
# =====

# Ingresar la matriz (en porcentajes)
matriz_ocup_porcentajes <- matrix(c(
  # Func, Prof, Adm, Comer, Serv, Agric, Artes, Oper, Elem
  48.1, 21.5, 3.5, 11.6, 1.5, 1.2, 7.8, 1.3, 3.5, # Funcionarios
  11.3, 61.8, 4.4, 8.8, 3.2, 1.2, 2.9, 2.5, 3.9, # Profesionistas
  9.8, 27.3, 22.6, 13.9, 7.2, 1.3, 3.6, 5.5, 8.6, # Administrativos
  5.6, 14.4, 9.2, 29.7, 8.2, 1.3, 7.8, 7.2, 16.6, # Comerciantes
  4.4, 12.8, 6.4, 14.1, 26.3, 2.5, 8.2, 6.0, 19.3, # servicios personales
  2.6, 5.0, 1.3, 5.4, 5.5, 37.1, 14.7, 9.5, 18.8, # Agrícolas
  3.0, 12.7, 2.9, 11.3, 5.0, 3.1, 36.1, 8.1, 18.0, # Artesanales
  4.0, 16.6, 5.6, 11.1, 6.6, 1.9, 11.4, 28.2, 14.5, # Operadores
  2.5, 9.8, 2.7, 10.9, 8.0, 12.6, 16.0, 7.8, 29.5 # Elementales
), nrow = 9, byrow = TRUE)

# Nombres de filas y columnas
ocupaciones <- c("Funcionarios", "Profesionistas", "Administrativos",
  "Comerciantes", "Servicios", "Agrícolas",
  "Artesanales", "Operadores", "Elementales")
rownames(matriz_ocup_porcentajes) <- ocupaciones
colnames(matriz_ocup_porcentajes) <- ocupaciones

# Convertir a probabilidades (0-1)
P_ocup <- matriz_ocup_porcentajes / 100

# Mostrar matriz de probabilidades
cat("\n==== MATRIZ DE PROBABILIDAD DE TRANSICIÓN (P) =====\n\n")
print(round(P_ocup, 3))
```

Figura B.7: Código en R construcción de matriz de probabilidad de Ocupación.

```
==== MATRIZ DE PROBABILIDADES OCUPACIONALES (P) =====
```

	Funcionarios	Profesionistas	Administrativos	Comerciantes	Servicios	Agrícolas	Artesanales	Operadores	Elementales
Funcionarios	0.481	0.215	0.035	0.116	0.015	0.012	0.078	0.013	0.035
Profesionistas	0.113	0.618	0.044	0.088	0.032	0.012	0.029	0.025	0.039
Administrativos	0.098	0.273	0.226	0.139	0.072	0.013	0.036	0.055	0.086
Comerciantes	0.056	0.144	0.092	0.297	0.082	0.013	0.078	0.072	0.166
Servicios	0.044	0.128	0.064	0.141	0.263	0.025	0.082	0.060	0.193
Agrícolas	0.026	0.050	0.013	0.054	0.055	0.371	0.147	0.095	0.188
Artesanales	0.030	0.127	0.029	0.113	0.050	0.031	0.361	0.081	0.180
Operadores	0.040	0.166	0.056	0.111	0.066	0.019	0.114	0.282	0.145
Elementales	0.025	0.098	0.027	0.109	0.080	0.126	0.160	0.078	0.295

Figura B.8: Matriz de probabilidad de Ocupación.

```
# =====
# MÉTODO: Usando el eigenvector izquierdo
# =====

# Calcular eigenvectores izquierdos (traspuesta de P)
eigen_result_ocup <- eigen(t(P_ocup))

# El eigenvector asociado al valor propio 1
pi_ocup <- as.vector(Re(eigen_result_ocup$vectors[, 1]))

# Normalizar para que sume 1
pi_ocup <- pi_ocup / sum(pi_ocup)
names(pi_ocup) <- ocupaciones

# Verificar que la m.p.t. sume por renglón 1
cat("\n=== VERIFICACIÓN DE SUMAS POR RENGLON DE LA M.P.T. ===\n\n")
print(rowSums(P_ocup))

# Verificar que la cadena es ergódica
# Una condición suficiente es que alguna potencia de P tenga todas las entradas > 0
P2_ocup <- P_ocup %% P_ocup
P4_ocup <- P2_ocup %% P2_ocup
P8_ocup <- P4_ocup %% P4_ocup
cat("\n¿Es ergódica? (todas las entradas de P^8 > 0):", all(P8_ocup > 0), "\n")

cat("\n=== MÉTODO: EIGENVECTOR IZQUIERDO ===\n\n")
cat("Vector estacionario (π) : \n")
print(round(pi_ocup * 100, 6)) # Multiplico por 100 para tener porcentajes

# Verificar suma
cat("\nSuma de π:", sum(pi_ocup), "\n")

# Verificar πP = π
piP_ocup <- pi_ocup %% P_ocup
cat("\nVerificación πP ≈ π:\n")
print(round(piP_ocup, 6))
cat("\nDiferencia máxima:", max(abs(piP_ocup - pi_ocup)), "\n")
```

Figura B.9: Cálculo en R de la distribución estacionaria mediante eigenvector izquierdo en R para Ocupación.

```
=== VERIFICACIÓN DE SUMAS POR RENGLON DE LA M.P.T. ===

  Funcionarios  Profesionistas  Administrativos  Comerciantes  Servicios  Agrícolas  Artesanales  Operadores
1.000          1.000          0.998          1.000          1.000          0.999          1.002          0.999
Elementales
0.998

¿Es ergódica? (todas las entradas de P^8 > 0): TRUE

=== MÉTODO: EIGENVECTOR IZQUIERDO ===

Vector estacionario (π) :
  Funcionarios  Profesionistas  Administrativos  Comerciantes  Servicios  Agrícolas  Artesanales  Operadores
11.153620     28.004491       5.626964       13.014487       6.573395       4.769444       10.975191       6.759780
Elementales
13.122627

Suma de π: 1

Verificación πP ≈ π:
  Funcionarios  Profesionistas  Administrativos  Comerciantes  Servicios  Agrícolas  Artesanales  Operadores  Elementales
[1,]  0.111506      0.279969      0.056254      0.13011  0.065716  0.047682  0.109722  0.067579  0.131191

Diferencia máxima: 7.583063e-05
```

Figura B.10: Solución del eigenvector izquierdo.

```
# =====
# GRÁFICA COMPARATIVA - Distribución ocupacional
# =====

dist_ocup_2016 <- c(5.1, 17.5, 5.6, 13.4, 8.2, 8.2, 13.0, 8.0, 21.0)
# Nota: Verifiqué que suman 100? 5.1+17.5+5.6+13.4+8.2+8.2+13.0+8.0+21.0 = 100

# Datos estacionaria (en porcentajes)
estacionaria_ocup <- pl_ocup * 100

# Crear matriz para barplot
datos_ocup <- rbind(dist_ocup_2016, estacionaria_ocup)
colnames(datos_ocup) <- ocupaciones

# Gráfica de barras lado a lado
b <- barplot(datos_ocup,
  beside = TRUE,
  names.arg = ocupaciones,
  col = c("pink", "hotpink3"),
  main = "Comparación: Distribución ocupacional 2016 vs Estacionaria",
  ylab = "porcentaje",
  ylim = c(0, max(datos_ocup) * 1.15), # Espacio para etiquetas
  las = 2,
  cex.names = 0.7)

# Agregar los porcentajes en las barras
text(x = b,
  y = datos_ocup + 1.5, # Posición encima de cada barra
  labels = paste0(round(datos_ocup, 1), "%"),
  cex = 0.7)

# Leyenda
legend("topright",
  legend = c("Distribución 2016", "Distribución Estacionaria"),
  fill = c("pink", "hotpink3"))
```

Figura B.11: Código gráfica comparación: Distribución Ocupacional 2016 vs Estacionar.

```
> eigen_result_ocup
eigen() decomposition
$values
[1] 0.9997292 0.5797287 0.3770700 0.3219189 0.2787970 0.2114152 0.1780122 0.1461176 0.1012111

$vectors
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]      [,6]      [,7]      [,8]      [,9]
[1,] 0.2866502 0.45290636 0.697153845 -0.068968500 -0.10609261 -0.027271104 -0.0686933 0.05310388 -0.01305723
[2,] 0.7197209 0.70038426 -0.658627427 0.554416181 -0.21074387 0.079431623 -0.1613623 0.23749376 0.06821249
[3,] 0.1446141 0.01986912 0.006502059 -0.301075195 0.34150487 0.007021918 0.4884126 -0.68685084 -0.17615537
[4,] 0.3344749 -0.01098088 0.136666364 -0.435137361 0.28112314 0.294317049 0.3845458 0.46594545 0.21924569
[5,] 0.1689375 -0.11730448 -0.068470687 -0.280035006 0.40414995 0.022827618 -0.5020196 -0.07715651 0.19391892
[6,] 0.1225757 -0.21914298 -0.159036198 0.522175749 -0.02503478 -0.144544521 0.1047310 -0.16608789 0.34577062
[7,] 0.2820646 -0.29077801 0.157105363 0.176225960 -0.75879756 0.427311690 0.3329124 -0.28074424 0.22778849
[8,] 0.1737277 -0.18504492 -0.071958473 -0.008538349 -0.01602839 -0.822332122 -0.4333858 0.09206168 -0.02774723
[9,] 0.3372541 -0.35106253 -0.040318647 -0.160186262 0.09317199 0.161355052 -0.1455163 0.36204482 -0.84039146
```

Figura B.12: Valores y vectores propios para Ocupación

Para percepción de Movilidad

```
# =====  
# Matriz de Percepción de Movilidad Socioeconómica  
# =====  
  
matriz_percepcion_porcentajes <- matrix(c(  
  # Mejor, Igual, Peor  
  60.7, 18.3, 21.0, # Superó el nivel educativo  
  45.6, 24.5, 29.9, # Mismo nivel educativo  
  43.5, 20.6, 35.9, # No superó el nivel educativo  
, nrow = 3, byrow = TRUE)  
  
# Nombres  
niveles_percepcion <- c("Superó el nivel educativo",  
  "Mismo nivel educativo",  
  "No superó el nivel educativo")  
rownames(matriz_percepcion_porcentajes) <- niveles_percepcion  
colnames(matriz_percepcion_porcentajes) <- c("Percepción: Mejor",  
  "Percepción: Igual",  
  "Percepción: Peor")  
  
# Convertir a probabilidades  
P_percep <- matriz_percepcion_porcentajes / 100  
  
# Mostrar matriz de probabilidades  
cat("\n==== MATRIZ DE PROBABILIDAD DE TRANSICIÓN (P) ==== \n\n")  
print(round(P_percep, 3))
```

Figura B.13: Código construcción de matriz de probabilidad de Percepción de movilidad social.

```
==== MATRIZ DE PROBABILIDAD DE TRANSICIÓN (P) ====  
  
      Percepción: Mejor Percepción: Igual Percepción: Peor  
Superó el nivel educativo      0.607      0.183      0.210  
Mismo nivel educativo         0.456      0.245      0.299  
No superó el nivel educativo   0.435      0.206      0.359
```

Figura B.14: Matriz de probabilidad de Percepción de movilidad social.

```
# =====
#   VECTOR ESTACIONARIO
# =====

# Calcular eigenvectores izquierdos
eigen_result_percep <- eigen(t(P_percep))

# Eigenvector asociado al valor propio 1
pi_percep <- as.vector(Re(eigen_result_percep$vectors[, 1]))
pi_percep <- pi_percep / sum(pi_percep) # Esto suma 1 (probabilidades)
names(pi_percep) <- c("Percepción: Mejor", "Percepción: Igual", "Percepción: Peor")

# Verificar que la m.p.t. sume por renglón 1
cat("\n=== VERIFICACIÓN DE SUMAS POR RENGLON DE LA M.P.T ===\n")
print(rowSums(P_percep))

# Verificar ergodicidad
P2_percep <- P_percep %>% P_percep
P4_percep <- P2_percep %>% P2_percep
cat("\n¿Es ergódica? (P^4 > 0):", all(P4_percep > 0), "\n")

cat("\n=== MÉTODO: EIGENVECTOR IZQUIERDO ===\n")
cat("\nVector estacionario (π):\n")
print(round(pi_percep, 3)*100) # Muestra en probabilidades (suma 1)

# Verificar suma en probabilidades
cat("\nSuma:", sum(pi_percep), "\n")

# Verificar πP = π
piP_percep <- pi_percep %>% P_percep
cat("\nDiferencia máxima:", max(abs(piP_percep - pi_percep)), "\n")
```

Figura B.15: Cálculo de la distribución estacionaria mediante eigenvector izquierdo en R para Percepción de Movilidad social.

```
=== VERIFICACIÓN DE SUMAS POR RENGLON DE LA M.P.T ===

  Superó el nivel educativo      Mismo nivel educativo No superó el nivel educativo
                        1                        1                        1

¿Es ergódica? (P^4 > 0): TRUE

=== MÉTODO: EIGENVECTOR IZQUIERDO ===

Vector estacionario (π):
Percepción: Mejor Percepción: Igual Percepción: Peor
          53.0           20.2           26.8

Suma: 1

Diferencia máxima: 5.551115e-17
```

Figura B.16: Solución del eigenvector izquierdo.

```

# =====
# GRÁFICA COMPARATIVA - Percepción Socioeconómica
# =====

# Datos de percepción de la población total (Cuadro 4.10)
percepcion_total <- c(56.8, 19.6, 23.6) # Mejor, Igual, Peor

# Vector estacionario (en porcentajes)
estacionaria_percep <- pi_percep * 100

# Crear matriz para barplot
datos_percep <- rbind(percepcion_total, estacionaria_percep)
colnames(datos_percep) <- c("Mejor", "Igual", "Peor")

# Gráfica de barras lado a lado
b <- barplot(datos_percep,
  beside = TRUE,
  names.arg = c("Mejor", "Igual", "Peor"),
  col = c("#FAAF0D", "#308A8F"),
  main = "Comparación: Percepción de Movilidad Socioeconómica vs Estacionaria",
  ylab = "Porcentaje",
  ylim = c(0, max(datos_percep) * 1.15),
  las = 1,
  cex.names = 0.9)

# Agregar los porcentajes en las barras
text(x = b,
  y = datos_percep + 1.5,
  labels = paste0(round(datos_percep, 1), "%"),
  cex = 0.8)

# Leyenda
legend("topright",
  legend = c("Distribución 2016", "Distribución Estacionaria"),
  fill = c("#FAAF0D", "#308A8F"))

```

Figura B.17: Código gráfica comparación: Percepción de Movilidad Socioeconómica vs Estacionaria.

```

> eigen_result_percep
eigen() decomposition
$values
[1] 1.00000000 0.16826344 0.04273656

$vectors
      [,1]      [,2]      [,3]
[1,] -0.8453104 -0.7652885  0.1235914
[2,] -0.3213497  0.1361687 -0.7607548
[3,] -0.4268311  0.6291198  0.6371634

```

Figura B.18: Valores y vectores propios para Percepción.

Bibliografía

- [1] Raymond Boudon. *Education, Opportunity and Social Inequality*. Wiley, New York, USA, 1974. Original work published as *L'inégalité des chances. La mobilité sociale dans les sociétés industrielles* (1973).
- [2] Instituto Nacional de Estadística y Geografía. *Módulo de Movilidad Social Intergeneracional (MMSI) 2016*. INEGI, México, 2016. Tabulados básicos - Educacion.
- [3] Instituto Nacional de Estadística y Geografía. *Módulo de Movilidad Social Intergeneracional (MMSI) 2016*. INEGI, México, 2016. Tabulados básicos - Empleo.
- [4] Instituto Nacional de Estadística y Geografía. *Módulo de Movilidad Social Intergeneracional (MMSI) 2016*. INEGI, México, 2016. Tabulados básicos - Percepción de movilidad social.
- [5] INEGI. Módulo de movilidad social intergeneracional 2016: Principales resultados y bases metodológicas. Technical report, Instituto Nacional de Estadística y Geografía, México, 2016.
- [6] INEGI. *Módulo de Movilidad Social Intergeneracional 2016. Informe Metodológico*. México, 2017.
- [7] INEGI. *Migración internacional. Estadísticas a propósito del día internacional del migrante*. México, 2021. Consulta: marzo 2026.
- [8] Graphviz Online. Dreampuf graphviz editor. <https://dreampuf.github.io/>. Consultado en marzo de 2026.
- [9] David Poole. *Álgebra lineal*. Cengage Learning, 2011.
- [10] Luis Rincón. *Introducción a los procesos estocásticos*, volume 63. UNAM, Facultad de Ciencias, 2012.
- [11] Luis Rincón. *Introducción a la probabilidad*. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ciencias, 2014.
- [12] Luis Rincón. *Introducción a los procesos estocásticos*, volume 63. UNAM, Facultad de Ciencias, México, 2012.

- [13] Héctor Ruiz Soria. Notas del curso de muestreo, 2022. Material de clase no publicado, UACM.
- [14] Héctor Ruiz Soria. Notas del curso de estadística multivariada con r, 2024. Material de clase no publicado, UACM.
- [15] Pitirim A. Sorokin. *Social and Cultural Mobility*. Free Press, New York, USA, 1959.
- [16] Erik Olin Wright. *Class Counts: Comparative Studies in Class Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1997.