

# UACM

Universidad Autónoma  
de la Ciudad de México

---

*Nada humano me es ajeno*

COLEGIO DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

LICENCIATURA EN INGENIERÍA EN SISTEMAS ELECTRÓNICOS  
INDUSTRIALES

**“Diseño y control digital de un brazo antropomórfico  
de tres grados de libertad”**

TRABAJO RECEPCIONAL  
PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADO EN  
INGENIERÍA EN SISTEMAS ELECTRÓNICOS INDUSTRIALES

PRESENTA:

**Víctor Alberto Casado Carranza**

Director del trabajo recepcional

**Ing. Amaranto de Jesús Dávila Jáuregui**

México D. F Junio, 2015

## SISTEMA BIBLIOTECARIO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN



## UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE LA CIUDAD DE MÉXICO COORDINACIÓN ACADÉMICA

### RESTRICCIONES DE USO PARA LAS TESIS DIGITALES

#### DERECHOS RESERVADOS<sup>©</sup>

La presente obra y cada uno de sus elementos está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor; por la Ley de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, así como lo dispuesto por el Estatuto General Orgánico de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México; del mismo modo por lo establecido en el Acuerdo por el cual se aprueba la Norma mediante la que se Modifican, Adicionan y Derogan Diversas Disposiciones del Estatuto Orgánico de la Universidad de la Ciudad de México, aprobado por el Consejo de Gobierno el 29 de enero de 2002, con el objeto de definir las atribuciones de las diferentes unidades que forman la estructura de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México como organismo público autónomo y lo establecido en el Reglamento de Titulación de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México.

Por lo que el uso de su contenido, así como cada una de las partes que lo integran y que están bajo la tutela de la Ley Federal de Derecho de Autor, obliga a quien haga uso de la presente obra a considerar que solo lo realizará si es para fines educativos, académicos, de investigación o informativos y se compromete a citar esta fuente, así como a su autor ó autores. Por lo tanto, queda prohibida su reproducción total o parcial y cualquier uso diferente a los ya mencionados, los cuales serán reclamados por el titular de los derechos y sancionados conforme a la legislación aplicable.

UACM4 T5791

# **Agradecimientos**

*Agradezco a mi Dios que es el Dios de Abraham, de Isaac, de Moisés, de David, de Israel; y a su hijo Jesucristo.*

*A mi madre Oralia Carranza y a mi abuelita María de Jesús por su fé, a mi tía Guadalupe Carranza por todo su apoyo, a mi tía Socorro Carranza y toda mi familia.*

*A mi novia Liliana Mora por motivarme.*

*Mis profesores Amaranto Dávila, Daniel Noriega, Adrian Castillo, René Sagredo, Luis Valdivia y todos los que a lo largo de mi carrera dejaron una enseñanza.*

*Los lectores Diana Aurora Cruz, Christian Vázquez, Daniel Noriega, Adrian Castillo.*

*Mis amigos y compañeros con los que compartí aulas, Noé Galicia, José López, Juan Vargas, David Rojas, Rosa Nava, Reyna Valle, Marlene Contreras, Vladimir Reyes, Miguel Feliciano.*

*Al SECITI el apoyo para la realización de este trabajo, como parte del proyecto: Robot móvil de servicio para vigilancia y prevención del delito (PI2011 -1R), del convenio UACM – SECITI 60-2013.*

*A la Universidad Autónoma de la Ciudad de México por el apoyo otorgado para la impresión del trabajo recepcional.*

*Dedicado a mi madre y mi abuelita; volveremos a reunirnos.*

# ÍNDICE

## Capítulo 1

1.1 Introducción.....	1
1.2 Planteamiento del problema.....	3
1.3 Justificación.....	3
1.4 Objetivo.....	4
1.5 Metodología.....	5
1.6 Alcances y limitaciones.....	5

## Capítulo 2 Antecedentes

2.1 Robótica.....	6
2.2 Anatomía humana.....	10

## Capítulo 3 Estructura mecánica

3.1 Descripción general.....	13
3.2 Dimensiones y peso del robot.....	25

## Capítulo 4 Sistema electrónico

4.1 Sistema electrónico de sensado.....	31
4.2 Unidad de procesamiento y adquisición de señales.....	34

4.3 Sistema de sensado.....	36
4.4 Adquisición y procesamiento de señales.....	39
4.5 Señal de control.....	42
4.6 Sistema de potencia.....	43

## **Capítulo 5** Implantación digital de controladores

5.1 Función de transferencia de controladores PID.....	49
5.2 Diseño de sistemas de control en tiempo discreto.....	50
5.2.1 La transformada z bilineal.....	52
5.2.2 Estructura canónica.....	53
5.3 Diagrama de flujo de la programación.....	56
5.4 Ajuste de las ganancias por rangos de operación.....	58

## **Capítulo 6** Modelo matemático del brazo

6.1 Cinemática directa.....	63
6.1.1 Algoritmos Denavit-Hartenberg.....	63
6.2 Cinemática inversa.....	67

## **Capítulo 7** Pruebas y análisis de resultados

7.1 Pruebas de trayectoria en estado estacionario sinusoidal.....	77
7.2 Respuesta al escalón.....	84

<b>Conclusiones</b> .....	91
---------------------------	----

# Capítulo 1

## Preliminares

En este proyecto se propone el diseño e implementación de un brazo robótico antropomórfico de tres grados de libertad, que pueda ser aplicado a un robot móvil de servicio lo que permitirá al robot interactuar con su entorno mediante la manipulación de objetos; se implementan los circuitos de control para los motores del brazo. El robot contará con la flexibilidad necesaria para que pueda ser utilizado también como herramienta didáctica en prácticas de laboratorio de las carreras de Ingeniería, con el fin de hacer visible para cualquier estudiante o usuario el principio de operación de estos sistemas.

### 1.1 Introducción

El desarrollo de las tecnologías de la información y de la comunicación, el progreso en el campo de la inteligencia artificial y la creación de la economía en línea configuran el escenario ideal para una tercera revolución industrial. El pronóstico es parte de un reciente estudio de Robert Manning, del instituto Atlantic Council, en el que asegura que en el año 2030 los robots podrían ayudar a los humanos en todos los quehaceres domésticos. Los androides participarán en la producción electrónica e incluso en la elaboración de productos alimenticios y bebidas. En la actualidad la mayoría de robots se utilizan en la producción industrial. Más del 70% se encuentran en plantas de montaje automotriz y en la industria electrónica (Actualidad RT, 2013).

Un robot es un sistema electromecánico que ha sido diseñado para realizar tareas específicas y que generalmente el humano quiere o debe evitar ya sea porque son riesgosas, repetitivas, tediosas o simplemente tareas o actividades que las

personas prefieren no hacer. Un robot puede ser definido como una máquina que puede sentir, pensar y actuar para lograr el objetivo para el que fue diseñado. Existe una gran variedad de aplicaciones en las que un robot puede incursionar, dependiendo del tipo de aplicación al que el robot estará destinado serán las especificaciones de diseño y control del robot.

Se tienen diferentes tipificaciones en las que pueden ser clasificados los diferentes robots y como se mencionó anteriormente su clasificación depende del diseño físico y su aplicación. En este trabajo hablaremos de brazos robóticos, los cuales pueden ser clasificados como robots manipuladores, éstos son sistemas electromecánicos destinados a realizar de forma automática determinados procesos de fabricación o manipulación, están constituidos por articulaciones y eslabones controlados que les permiten actuar con precisión. Dentro de las diversas aplicaciones de un robot manipulador se encuentran las de tipo industrial en donde el robot realiza tareas simples y repetitivas de manera automática con el propósito manufacturero reduciendo el riesgo para los humanos.

También se encuentran los manipuladores antropomórficos, que son brazos robóticos programables con características similares a las de un brazo humano. Estos manipuladores o brazos robóticos son usados para mover una herramienta (muñeca y/o efector final) o carga útil desde un lugar a otro. Este manipulador es manejado por un sistema de potencia, a través de un movimiento programado almacenado en el sistema de control. La muñeca, montada en el extremo del brazo, permite pequeños cambios de orientación del efector final. La interface entre el robot y la operación de manufactura es el efector final, la muñeca es considerada parte del conjunto de herramientas del extremo del brazo, ya puede ser tan especializada en su aplicación como el efector final. En la figura 1.1 se muestran las distintas piezas que forman parte de un robot industrial.

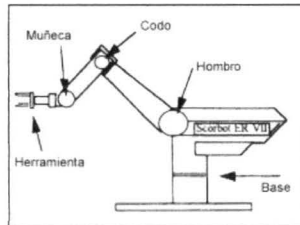


Figura 1.1. Brazo robótico

## 1.2 Planteamiento del problema

El desarrollo de los sistemas robóticos y su incursión en diversos campos como la mecatrónica, medicina, arte y en general en la vida cotidiana con los llamados robots de servicio, implica el diseño de sistemas electromecánicos que puedan ser controlados de forma óptima debido a la especialización y delicadeza de las tareas que puedan desempeñar estos sistemas y uno de los grandes retos es lograr imitar la anatomía humana así como sus movimientos, para que los sistemas robóticos puedan interactuar cada vez de mejor manera con los propios humanos y su entorno, lo cual resulta evidente en los robots de servicio como los de ayuda a discapacitados, los robots de asistencia en hospitales o los robots de vigilancia los cuales estarán presentes cada vez más en la vida del ser humano. Por ello, a diferencia de los sistemas industriales robotizados, los sistemas robóticos destinados a interactuar de cualquier manera con el ser humano deben ser diseñados de tal forma que puedan desempeñarse de manera similar a un ser humano con la finalidad de que la interacción sea lo más fácil y ergonómicamente adecuada para el ser humano que está interactuando con el robot.

## 1.3 Justificación

A nivel mundial se estima que los robots de servicio de uso personal cambiarán en gran medida las vidas en un futuro no muy lejano, estimaciones marcan que en el

año 2050 la industria de la robótica será tan importante o superior a la industria automotriz; la tendencia es muy clara: Un crecimiento exponencial en el mercado de los robots de servicio, lo cual está asociado al surgimiento de una industria de componentes y subsistemas, además de la de la gran cantidad de recursos humanos especializados que serán necesarios para mantener y programar a dichos sistemas, proporcionando un fuerte impulso económico e importante generación de empleos a quién invierta en investigación y desarrollo de tecnología en robótica. Los países que no inviertan en esta tecnología serán relegados a sufrir una fuerte dependencia tecnológica y a invertir millones en compra de tecnología extranjera.

En la UACM, el desarrollo de proyectos relacionados a la robótica, principalmente la de servicio de servicio permitirá mejorar la competitividad de la Ciudad de México además de generar profesionistas especializados que afrontarán con una ventaja competitiva estas nuevas tendencias ante una previsible y cercana invasión de una nueva industria que se muestra avasalladora.

La realización de este trabajo recepcional permitirá aplicar los conocimientos adquiridos en la carrera de Ingeniería en Sistemas Electrónicos Industriales, y forma parte del requisito para obtener el título de esta casa estudios (UACM) de la carrera ya mencionada, con la especialización en Robótica y automatización.

## **1.4 Objetivo**

Diseñar, construir y controlar un brazo antropomórfico de 3 grados de libertad el cual pueda ser aplicado a un robot móvil con la finalidad de que este último pueda interactuar con su entorno manipulando objetos.

## **1.5 Metodología**

- Diseño y construcción del robot antropomórfico basándose en las dimensiones medias de un brazo humano.
- Implementación digital de los controladores para cada una de las articulaciones del robot.
- Sintonización de controladores PID para cada actuador (articulación) por separado, crear un sistema de control para cada actuador.
- Sometimiento del sistema a señales de prueba para medir el desempeño de los controladores implementados.

## **1.6 Alcances y limitaciones**

En el presente proyecto se presenta el diseño de una estructura básica de un robot antropomórfico de tres grado de libertad para tratar de imitar movimientos más elementales como la retropulsión y la antepulsión del hombro, cada una de las articulaciones del robot serán controladas mediante la implementación de controladores digitales. Se realizarán pruebas básicas de funcionamiento para validar el diseño. Como trabajo futuro quedará el seguimiento de trayectorias y la implementación del brazo robótico en el robot móvil así como su interfaz de control.

# Capítulo 2

## Antecedentes

En este capítulo se revisan algunos antecedentes de robótica y anatomía humana, configuraciones de brazos robóticos, partes que constituyen el brazo humano, con el fin de dar soporte al diseño del brazo robótico antropomórfico.

### 2.1 Robótica

La palabra “Robot” proviene del checo *robota*, que significa servidumbre o trabajo forzado y el término “Robot” fue acuñado por Isaac Asimov, para nombrar a la ciencia que estudia a los robots, también elaboró tres Leyes de la Robótica que se enuncian a continuación:

*1.- Un robot no puede hacer daño a un ser humano o, por inacción, permitir que un ser humano sufra daño.*

*2.- Un robot debe obedecer las órdenes dadas por los seres humanos, excepto si estas órdenes entrasen en conflicto con la primera ley.*

*3.- Un robot debe proteger su propia existencia en la medida en que esta protección no entre en conflicto con la primera o segunda ley. (Asimov, 1989)*

Con el avance en esta ciencia se ha ido incorporando al robot en diversas tareas de tipo industrial y de manufactura en procesos donde la integridad física del ser humano se puede ver severamente afectada. Nacen asociaciones dedicadas a regular, estudiar, innovar y fomentar esta ciencia, y podemos encontrar definiciones acerca del concepto de robot que nos proporcionan estas organizaciones.

La Asociación de Industrias Robóticas (RIA) define el término de Robot Industrial como:

*Manipulador multifuncional reprogramable, capaz de mover materias, piezas, herramientas; o dispositivos especiales, según trayectorias variables, programadas para realizar tareas diversas. (<http://es.calameo.com>, 2015)*

La Federación Internacional de Robótica (IFR) posee una definición de robot industrial que es la siguiente:

*Por robot industrial de manipulación se entiende una máquina de manipulación, reprogramable y multifuncional con tres o más ejes que pueden posicionar y orientar materias, piezas, herramientas o dispositivos especiales para la ejecución de trabajos diversos en las diferentes etapas de la producción industrial, ya sea en una posición fija o en movimiento. (blogspot.mx, 2015)*

En la actualidad, un robot tiene aplicaciones que no solo se limitan al que hacer industrial, también se les ha incursionado en tareas de tipo doméstico, donde el desarrollo de algoritmos de programación y de sensores permiten la autonomía suficiente para la toma de decisiones que faciliten el trabajo doméstico y de servicio que usualmente es destinado a los seres humanos.

Robots manipuladores.- Este tipo de sistemas electromecánicos tienen el propósito de manipular objetos dentro de su espacio de trabajo, dependiendo de su construcción y sus características dinámicas se puede encontrar distintas configuraciones que los definen, en la figura 2.1 se muestran las configuraciones comúnmente encontradas en la industria:

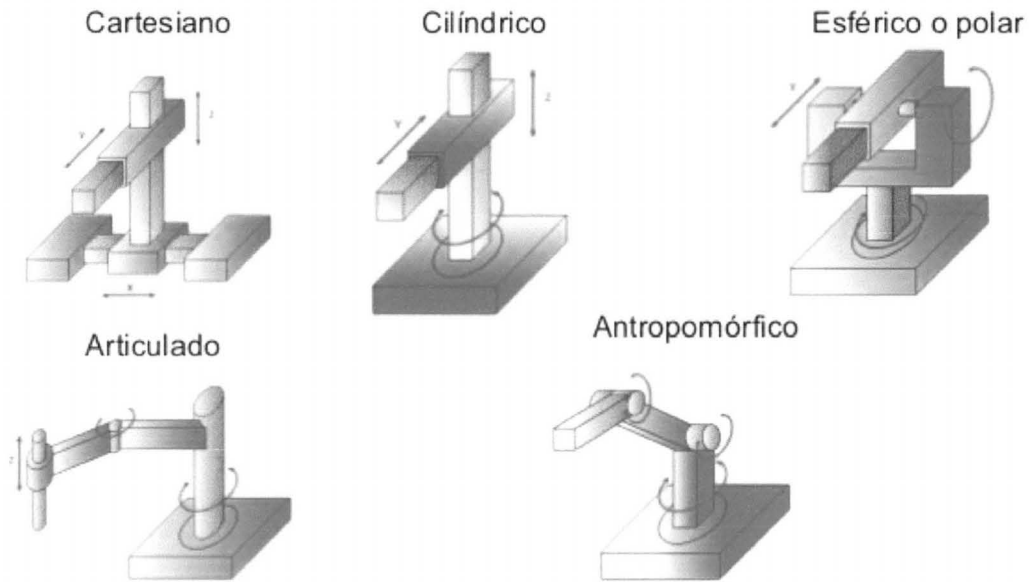


Figura 2.1. Tipos de robots industriales

Robot cartesiano.- Cada movimiento de una articulación se especializa a lo largo de un solo eje (x, y, z). Dotado de tres articulaciones este sistema tiene la capacidad de posicionar su efector final sobre cualquier punto en un espacio de trabajo tridimensional simulando un cubo.

Robot cilíndrico.- Los movimientos y alcances de sus eslabones simulan la forma de un cilindro debido a que en su base se monta un eje rotacional y sobre ese eje dos prismáticos: uno que se traslada sobre el eje z y otro se desplaza sobre el eje y.

Esférico o polar.- Sobre una base se monta un sistema con dos articulaciones rotacionales y una prismática. Los límites de su espacio de trabajo simulan la forma de una esfera.

La configuración articulado ó scara.- Sobre una base se monta un eslabón giratorio y solo posee una articulación que realiza movimientos en un plano. Hay un eje que se desliza en el extremo del brazo.

Configuración antropomórfica.- Son tres articulaciones rotacionales que intentan simular la dinámica de un brazo humano. Esta última configuración es de especial interés para este trabajo porque en ella se basará el diseño del brazo.

Robots móviles.- Desde los años sesenta se han diseñado este tipo de máquinas y se les han dado tareas industriales, estos robots son de tipo seguidores de línea que en la actualidad se siguen utilizando en la industria que dotados de sensores ópticos siguen una línea trazada en el piso. Desde los años setenta se vuelva a trabajar con esta clase de robots pero ahora dotándolos de mayor autonomía con condiciones de navegación que requieren de sistemas de percepción cada vez más complejas, como sensores que diferencian colores y fondos o distancias y técnicas en paralelo para el procesamiento de imágenes, cámaras de video, laser y sensores de ultrasonido son los dispositivos más empleados hoy en día para el auxilio en la percepción del entorno del robot.

Como el objetivo es crear robots que funcionen como herramientas autónomas, en el diseño de ellos se intenta imitar las características antropomórficas de las extremidades humanas y así imitar la dinámica del ser humano en la realización de tareas productivas.

De aquí deriva la inquietud por incursionar la robótica en otras áreas como el desarrollo de partes electromecánicas que obedezcan a señales bioeléctricas provenientes del ser humano y que tengan utilidad como sustitutos de extremidades del cuerpo humano, lo que ha quitado la limitante a esta ciencia de ser útil únicamente en los procesos industriales, sino que también sirvan de manera directa como facilitadores de tareas cotidianas de cualquier ser humano.

## 2.2 Anatomía humana.

La construcción de un brazo antropomórfico implica aplicar una mecánica que imite el movimiento del brazo humano. Al diseñar una parte electromecánica de este tipo se ha tomado en cuenta características siguientes:

- Peso de todas las piezas mecánicas del brazo no debe exceder el 15 o 20% del peso promedio de una persona de nacionalidad mexicana, según el INEGI en los varones es 74.8Kgr. y en las damas es de 68.7Kgr. Esto para no alterar de manera negativa el balance corporal de la persona. (INEGI, 2014).
- La longitud del brazo no debe exceder de la estatura promedio de un varón mexicano es de 1.64m y de una mujer es de 1.58m.

Si estamos hablando del brazo humano es necesario mencionar la composición física del mismo, cabe mencionar también que cada articulación del brazo puede exigir desde uno o más grados de libertad para poder imitar todos los movimientos como los hace la articulación humana en cuestión, la tabla 2.2.1 muestra la composición del hombro humano y la figura 2.2.1 los movimientos del hombro:

SEGMENTO	DEFINICIÓN
Tórax	Origen del sistema articulado (referencia)
Clavícula	Desde la articulación esterno-clavicular hasta la acromio-clavicular.
Húmero	Desde la articulación gleno-humeral hasta la articulación del codo.
Antebrazo	Desde el codo hasta la muñeca
Mano	A partir de la muñeca

Tabla 2.2.1. Definición de los segmentos del brazo humano.

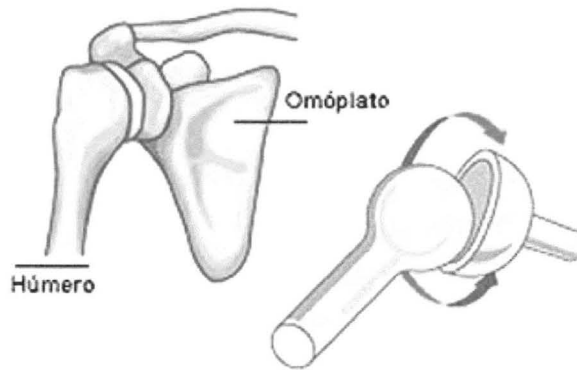


Figura 2.2.1. Ilustración del movimiento del hombro humano.

**Los brazos:** Su longitud total con los dedos de la mano extendidos llega hasta la mitad del muslo. La articulación del codo se queda en la tercera cabeza, (contando desde arriba) junto al ombligo y la muñeca queda justo donde termina el hueso de la cadera y empiezan los genitales.

**La clavícula:** siempre esta 1/3 de cabeza bajo la cabeza.

La figura 2.2.2 muestra las proporciones del cuerpo humano.

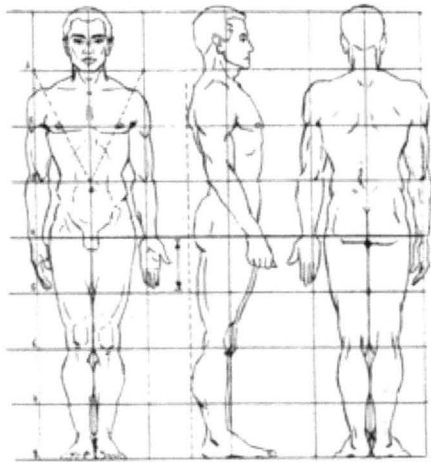


Figura 2.2.2: Proporcionalidades en el cuerpo humano.

En cuanto físicamente se refiere, la mujer solamente contiene unas cuantas diferencias con respecto al modelo masculino estudiado actualmente.

Por lo general se le aplica también un modelo de 8 cabezas de altura, pero se le cambia la anchura de hombros por la de 2 cabezas en vez de 2 cabezas y  $\frac{1}{3}$ . Esto es debido a que su caja torácica es un poco menos ancha.

Suele ser de menor altura media que el hombre, pero manteniendo la escala de 8 cabezas. Esto es debido al menor tamaño de todas sus partes.

El rasgo más distintivo es la mayor anchura de cadera y menor altura de esta con respecto al modelo masculino. (es.slideshare.net, 2015).

*Si abrimos las piernas hasta disminuir la altura en  $\frac{1}{4}$  y extendemos los brazos levantándolos de tal modo que los dedos medios estén al nivel de la parte superior de la cabeza el ombligo será el centro de un círculo del que los miembros extendidos tocan su circunferencia. El espacio entre las piernas formará un triángulo equilátero (Marco Vitruvio, 1847, así se muestra en la figura 2.2.3.*

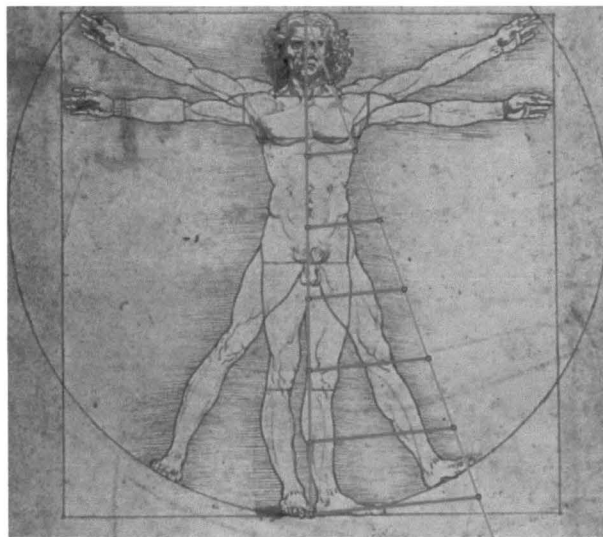


Figura: 2.2.3. El hombre de Vitrubio 1847.

# Capítulo 3

## ESTRUCTURA MECANICA

En este capítulo se describen las consideraciones tomadas en cuenta para el diseño de la estructura mecánica del brazo robótico, así mismo se detallan las características de los sistemas electromecánicos utilizados.

### 3.1. Descripción General.

Cuando se desea diseñar una estructura mecánica que tenga la capacidad de imitar todos los movimientos de un brazo humano y que cada eslabón pueda posicionarse en cualquier punto del espacio de trabajo como lo hace el brazo humano se requiere una estructura de 7gdl ó 9gdl. Como se ha mencionado, este trabajo contempla el diseño de una estructura antropomórfica simplificada de 3gdl por lo se deben seleccionar las articulaciones indispensables que permitan realizar movimientos para una labor sencilla y práctica que imite hasta cierto grado las capacidades de movimiento del bazo humano. Se ha decidido utilizar las articulaciones del hombro y codo para dotar al brazo mecánico de los movimientos básicos que realiza el brazo humano.

La pieza mecánica diseñada para imitar la articulación del hombro tiene 2 actuadores electromecánicos (motoreductores). Estos actuadores están basados en motores de corriente directa, éste tipo de motores son actuadores muy potentes que giran a demasiada velocidad como para poder utilizarlos en muchas aplicaciones robóticas que requieren de movimientos a baja velocidad y mucha precisión. Por esa razón se emplean los reductores de velocidad que

generalmente están diseñados utilizando diferentes tipos de engranes que permiten reducir la velocidad de la flecha del motor y aumentar su torque.

Los reductores ó motorreductores son apropiados para el accionamiento de toda clase de máquinas y aparatos que necesitan reducir su velocidad y aumentar su voltaje en una forma segura y eficiente. Toda máquina cuyo movimiento sea generado por un motor (ya sea eléctrico, de explosión u otro) necesita que la velocidad de dicho motor se adapte a la velocidad necesaria para el buen funcionamiento de la máquina. Además de esta adaptación de velocidad, se deben contemplar otros factores como la potencia mecánica a transmitir, la potencia térmica, rendimientos mecánicos (estáticos y dinámicos).

Al emplear reductores o motorreductores se obtiene una serie de beneficios sobre otras formas de reducción. Algunos de estos beneficios son:

Buena regulación tanto en la velocidad como en la potencia transmitida.

Una mayor eficiencia en la transmisión de la potencia suministrada por el motor.

Mayor seguridad en la transmisión, reduciendo los costos en el mantenimiento.

Menor espacio requerido y mayor rigidez en el montaje.

Menor tiempo requerido para su instalación.

Para la articulación del hombro del brazo robótico se utilizaron motorreductores con las siguientes características de operación descritas en la tabla 3.1:

Tensión nominal	12 volts DC
Reducción en la caja de engranes	131:1
Material de construcción	Metálico
Velocidad del eje actuador sin	80 RPM

carga	
Consumo de corriente sin carga	300mA
Torque	18Kg.-cm

Tabla 3.1.1: Características del actuador utilizado en el hombro

La figura 3.1.1 muestra una imagen del actuador y su montaje, este actuador cuenta con un motor de corriente directa y su caja de engranes.

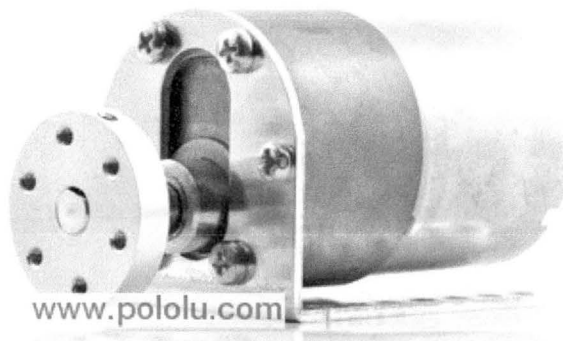


Figura 3.1.1. Motoreductor. Actuador para un grado de libertad.

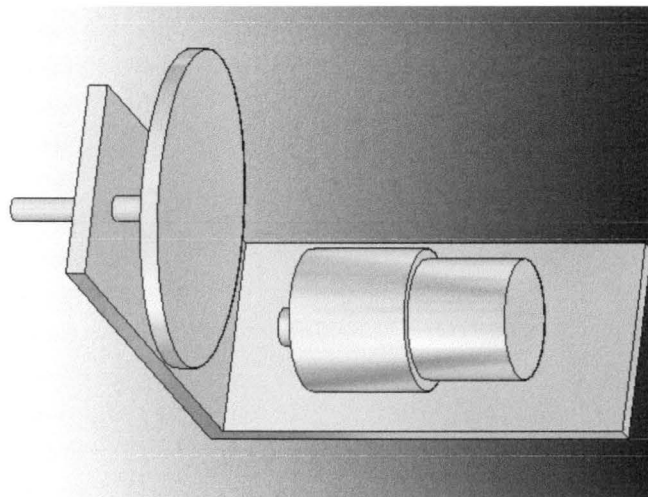


Figura 3.1.2. Primer grado de libertad de la estructura mecánica correspondiente al hombro.

La figura 3.1.2. muestra el primer grado de libertad del hombro, esta primera articulación a la que llamaremos M1 (actuador 1) posee la capacidad de imitar los movimientos de retropulsión y antepulsión del hombro (ver figura 4). Esta pieza está compuesta por un motoreductor colocado sobre una base de aluminio sobre la que se monta otra pieza en forma vertical en la orilla de la base horizontal para formar una L con estas dos piezas. En la base vertical se monta una estrella de acero con un cople de aluminio sobre la cual se coloca una pieza de nylamid para formar la articulación, la figura 3.1.3 se muestran los movimientos que imitará el eslabón 1 (motor 1).

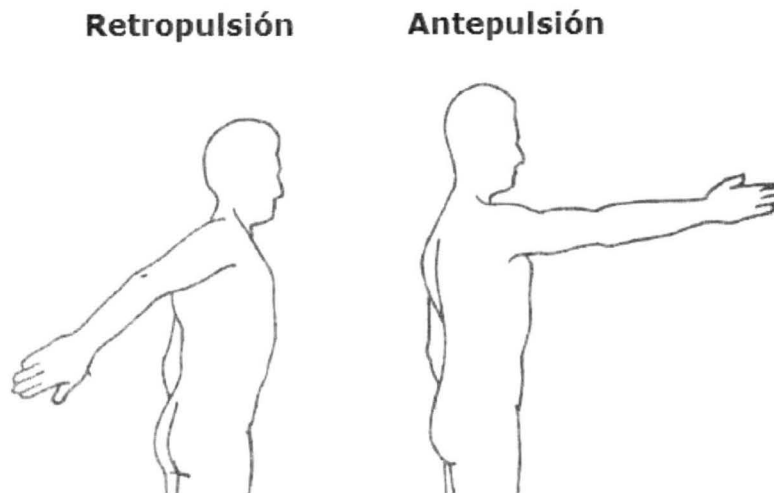


Figura 3.1.3. Movimientos de retropulsión y antepulsión del hombro.

Sobre el eje del motoreductor se fija una estrella de 10 dientes con una cadena transmisora hacia una estrella de acero de 36 dientes para aumentar el torque y disminuir la velocidad. La relación de los pasos que hay entre la estrella fijada al eje del motor y la estrella más grande en la que está el efecto del par torsional es:

$$\text{Relacion de pasos para } M1 = \frac{\text{pasos estrella de efecto}}{\text{pasos estrella en el eje}} = \frac{36}{10} = 3.6 \dots (x)$$

$$\therefore \text{la reduccion} = 3.6:1$$

Si tomamos en cuenta que la caja de engranes ya tenía una reducción de 131:1, se multiplica la reducción obtenida en (x) por la reducción que ya había en la caja de engranes, obteniendo un total de reducción para el eslabón 1 o M1 de:

$$(131)(3.6) = 471.6 \quad \therefore \text{la reducción total en } M1 = 471.6 : 1$$

Finalmente se obtiene el par torsional que hay en este eslabón 1 ó M1:

$$\tau_{M1} = \frac{(\text{Relacion de pasos actual})(\text{Torque anterior})}{\text{Relacion de pasos anterior}} = \frac{(471.6)(18\text{Kg} \cdot \text{Cm})}{131} = 64.8\text{Kg} \cdot \text{Cm}$$

Como se mencionó anteriormente, se desea que el brazo robótico antropomórfico tenga la capacidad de ubicar al hombro de manera similar al humano, por lo que se debe agregar un segundo grado de libertad con la que garantizamos completar la imitación del movimiento del hombro como se muestra en la fig 3.1.4.

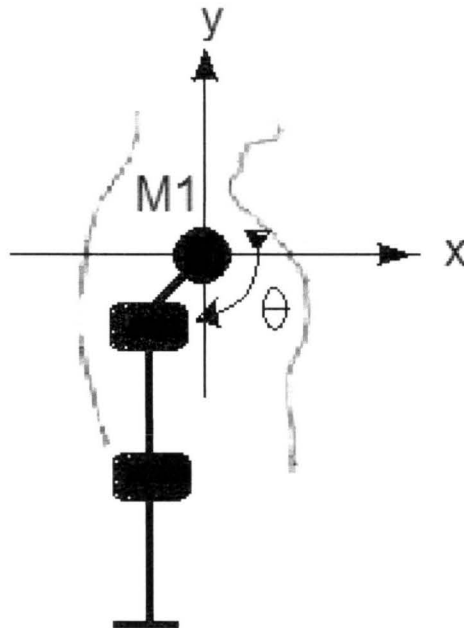


Figura 3.1.4: Diagrama de movimiento de la primera articulación correspondiente al hombro.

El siguiente movimiento a imitar tiene como nombre Abducción, que es “Movimiento lateral con separación de la línea media del tronco. Por ejemplo, la elevación horizontal de los brazos o de las piernas hacia un lado.” (g-se.com, 2013), este movimiento se ilustra en la figura 3.1.5. Este movimiento será efectuado mediante el actuador M2, el cual tiene las mismas características que el motorreductor anterior.

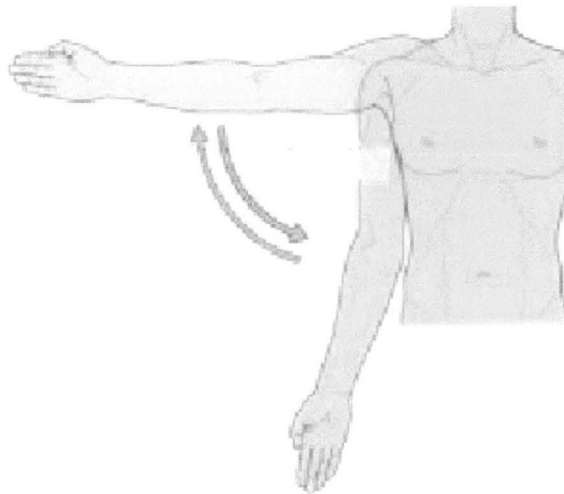


Figura 3.1.5: Movimiento de abducción

La siguiente articulación correspondiente al actuador 2 ó M2 (figura 3.1.6) tiene la tarea de imitar el movimiento de abducción en el hombro.

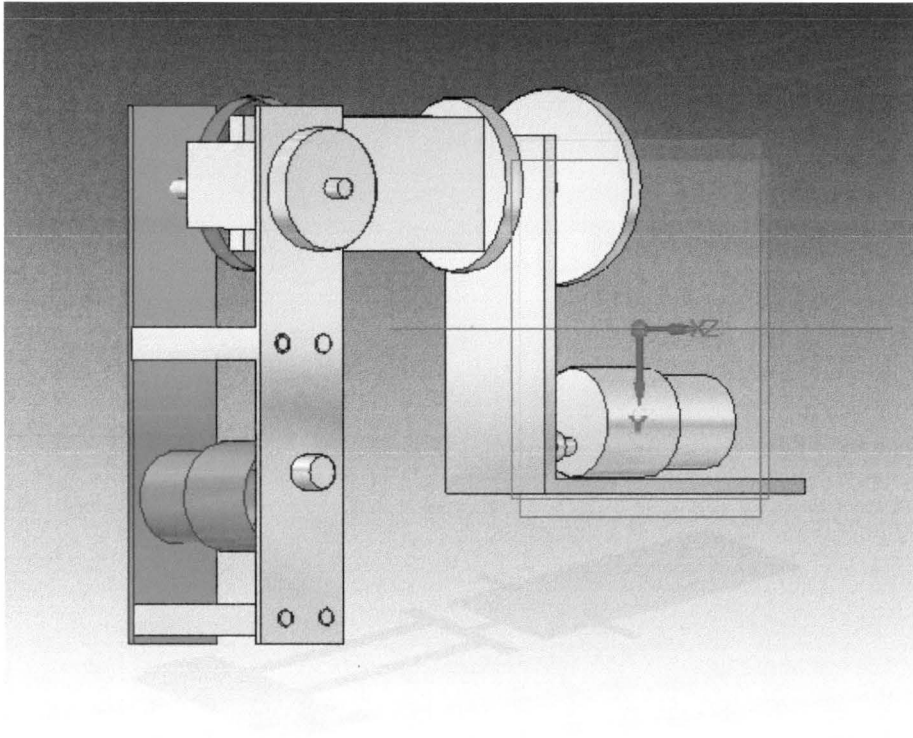


Figura 3.1.6: Articulaciones para el movimiento del hombro completo.

Esta articulación le da la capacidad al robot de hacer el movimiento de abducción, cuenta con un actuador de las mismas características que la articulación anterior y se encuentra instalado sobre el segmento del brazo entre el codo y el hombro (en el húmero) con una banda endientada transmisora de la fuerza desde ese punto hasta un engrane que completa el par de torsión para jalar y levantar el segmento del robot que corresponde al húmero.

$$\text{Relacion de pasos para } M2 = \frac{\text{pasos engrane de efecto}}{\text{pasos engrane en el eje}} = \frac{72}{20} = 3.6 \dots (Y)$$

$$\therefore \text{la reduccion} = 3.6:1$$

Si tomamos en cuenta que la caja de engranes ya tenía una reducción de 131:1, se multiplica la reducción obtenida en (Y) por la reducción que ya había en la caja de engranes, obteniendo un total de reducción para el eslabón 2 o M2 de:

$$(131)(3.6) = 471.6$$

∴ la reducción total en M2 = 471.6:1

Finalmente se obtiene el par torsional que hay en este eslabón 2 ó M2:

$$\tau_{M2} = \frac{(\text{Relacion de pasos actual})(\text{Torque anterior})}{\text{Relacion de pasos anterior}} = \frac{(471.6)(18\text{Kg} \cdot \text{Cm})}{131} = 64.8\text{Kg} \cdot \text{Cm}$$

En el siguiente esquema figura 3.1.7 se muestra el movimiento que tendrá el brazo robótico agregando este grado de libertad.

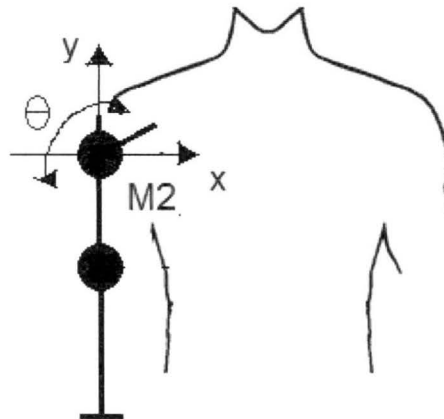


Figura 3.1.7: Diagrama de movimiento de la segunda articulación para el hombro

Esta articulación posee un peso de:

$$\text{Hombro} = 0.58\text{Kg} = 580\text{gr.}$$

La figura 3.1.8 muestra el montaje del actuador 2.

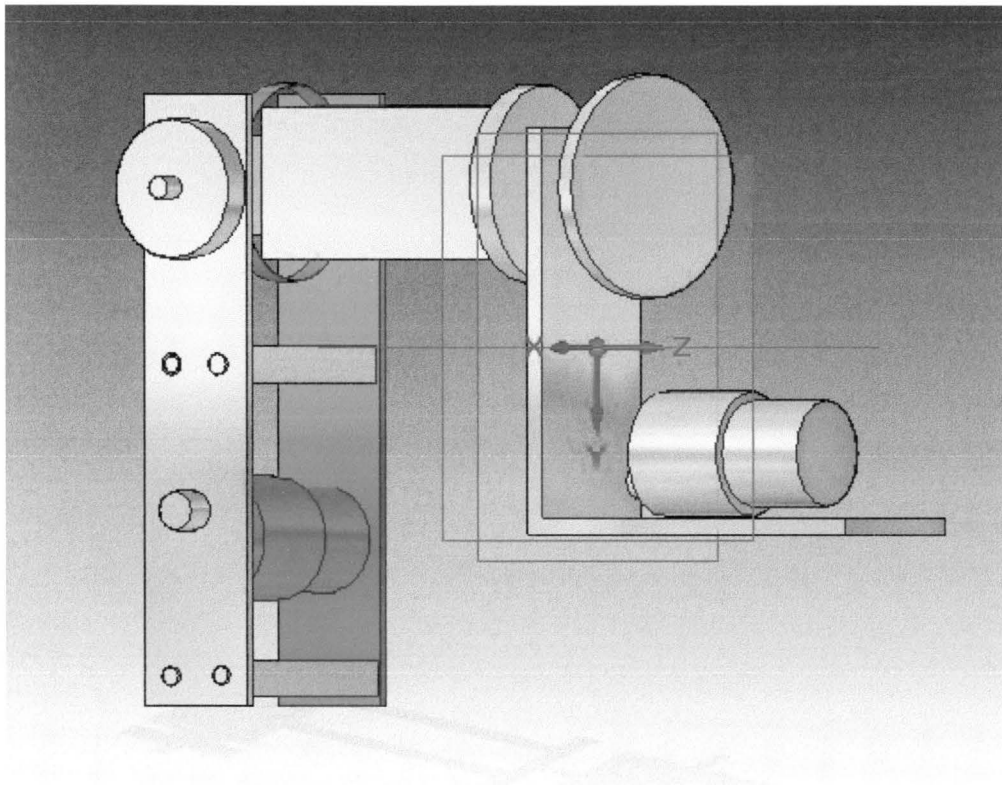


Figura 3.1.8: Actuadores instalados en el húmero.

El último actuador que le llamaremos M3 será destinado para el codo. El actuador es un motor reductor con las siguientes características mostradas en la tabla 3.1.2:

Motoreductor Planetario	
Modelo	B0-P6
Relación de reducción	1:120
Rango de voltaje	6 a 18Vdc

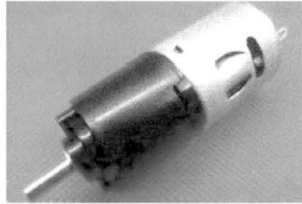
Voltaje de operación recomendado	12V DC
Consumo de corriente y velocidad angular sin carga	1540mA/48 rpm
Torque máximo y consumo de corriente con carga (con 12V de suministro)	23.76KgF*cm/1.34 <sup>a</sup>
Peso del actuador	78g

Tabla 3.1.2: Características del motoreductor usado en el codo.

La figura 3.1.9 se muestran las dimensiones del actuador 3:

**(planetary gearbox)**

OUTPUT: 1.0W~35W (APPROX)	WEIGHT: 78g
Typical applications: Consumer Electronic Products Personal Care Product Office Automation Equipments Toys and Models	Household Appliances Massager / Vibrator Power Tools



Model	Gear ratio	Voltage (V)	No Load		Max Efficiency (%)			Max Ouput (W)			Stall	
			Speed (rpm)	Current (A)	Speed (rpm)	Current (A)	Torque (kgf.cm)	Speed (rpm)	Current (A)	Torque (kgf.cm)	Torque (kgf.cm)	Current (A)
BP6-N12R360-14280D	120	12.0	48	0.15	39	0.38	4.66	24.0	0.70	11.88	23.76	1.34

For Reference Only

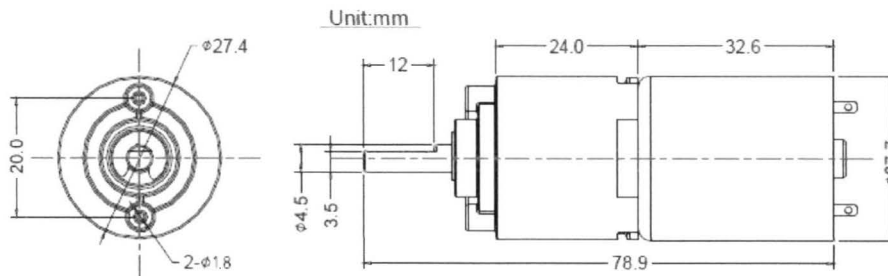


Figura 3.1.9: Dimensiones del tercer actuador.

El siguiente esquema figura se muestra el grado de libertad para M3 o actuador 3, correspondiente al movimiento del codo humano:

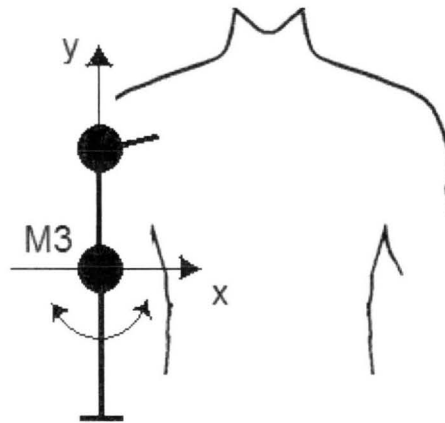


Figura 3.1.10: Diagrama de movimiento para la tercera articulación correspondiente al codo.

Esta articulación tiene la capacidad de hacer flexiones de  $0^\circ$  a  $-180^\circ$  según el esquema anterior (con vista de frente al cuerpo humano).

La figura 3.1.11 muestra la articulación para el codo, donde tendrá el efecto de palanca que produce el actuador 3 con la transmisión:

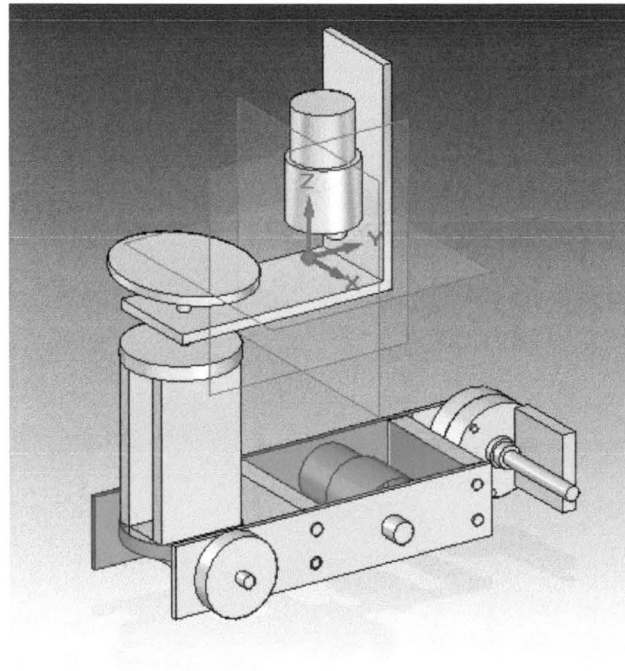


Figura 3.1.11: Articulación para el codo.

El actuador está ubicado en el antebrazo y también posee una banda dentada para hacer la transmisión de la energía mecánica hasta el punto de la articulación que tiene un engrane donde tendrá efecto el par torsional.

$$\text{Relacion de pasos para } M3 = \frac{\text{pasos engrane de efecto}}{\text{pasos engrane en el eje}} = \frac{44}{17} = 2.588 \dots (Z)$$

$$\therefore \text{la reduccion} = 2.58 : 1$$

Si tomamos en cuenta que la caja de engranes ya tenía una reducción de 120:1, se multiplica la reducción obtenida en (Z) por la reducción que ya había en la caja de engranes, obteniendo un total de reducción para el eslabón 3 o M3 de:

$$(120)(2.588) = 310.56$$

$$\therefore \text{la reduccion total en } M3 = 310.56 : 1$$

Finalmente se obtiene el par torsional que hay en este eslabón 3 ó M3:

$$\tau_{M3} = \frac{(\text{Relacion de pasos actual})(\text{Torque anterior})}{\text{Relacion de pasos anterior}} = \frac{(310.56)(23.76\text{Kg}\cdot\text{Cm})}{120} = 61.49\text{Kg}\cdot\text{Cm}$$

La figura 3.1.12 muestra la ubicación del tercer actuador en el eslabón 3:

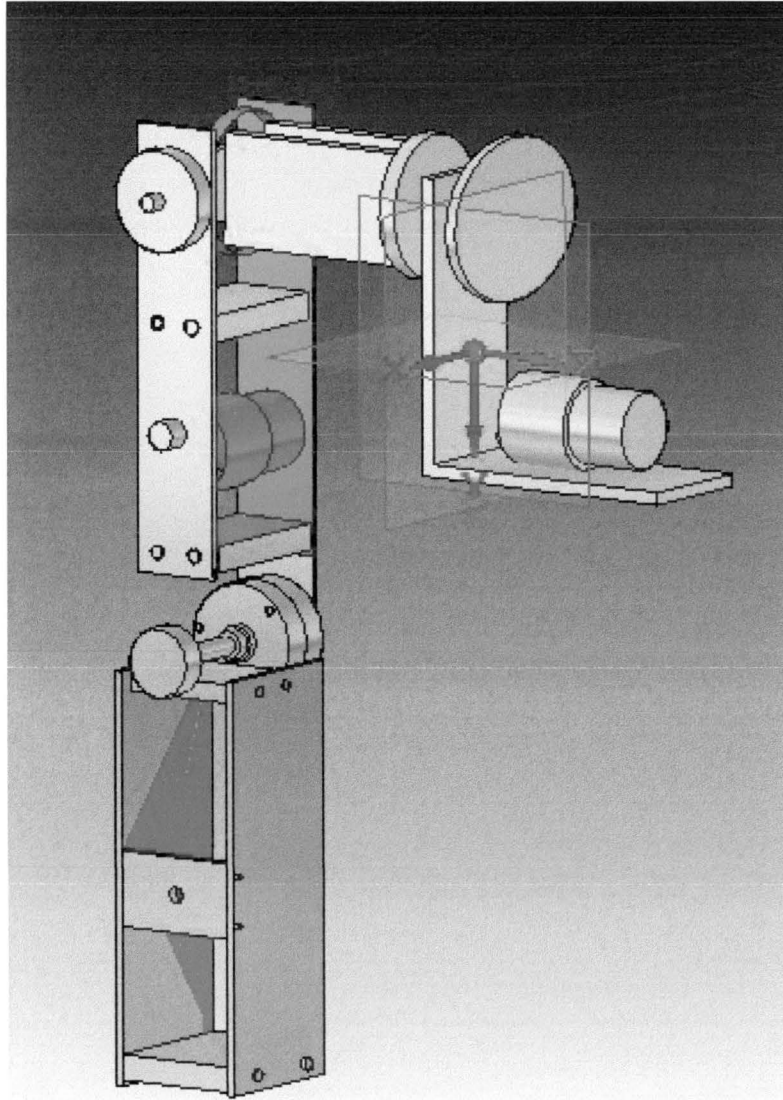


Figura 3.1.12: Ubicación para el tercer actuador M3.

### 3.2. Dimensiones y peso del robot.

Las dimensiones de los eslabones que componen el brazo medidos de articulación a articulación se muestran en la siguiente figura:

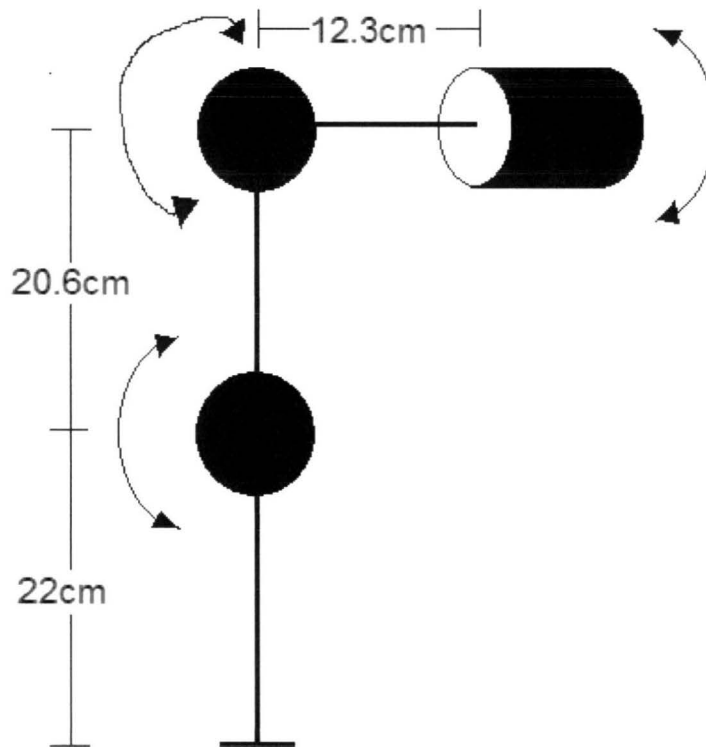


Figura 3.2.1: Dimensiones del brazo robótico.

Una vista frontal del brazo robótico se muestra en la siguiente figura 3.2.2, el diseño fue hecho en el software Solid Edge:

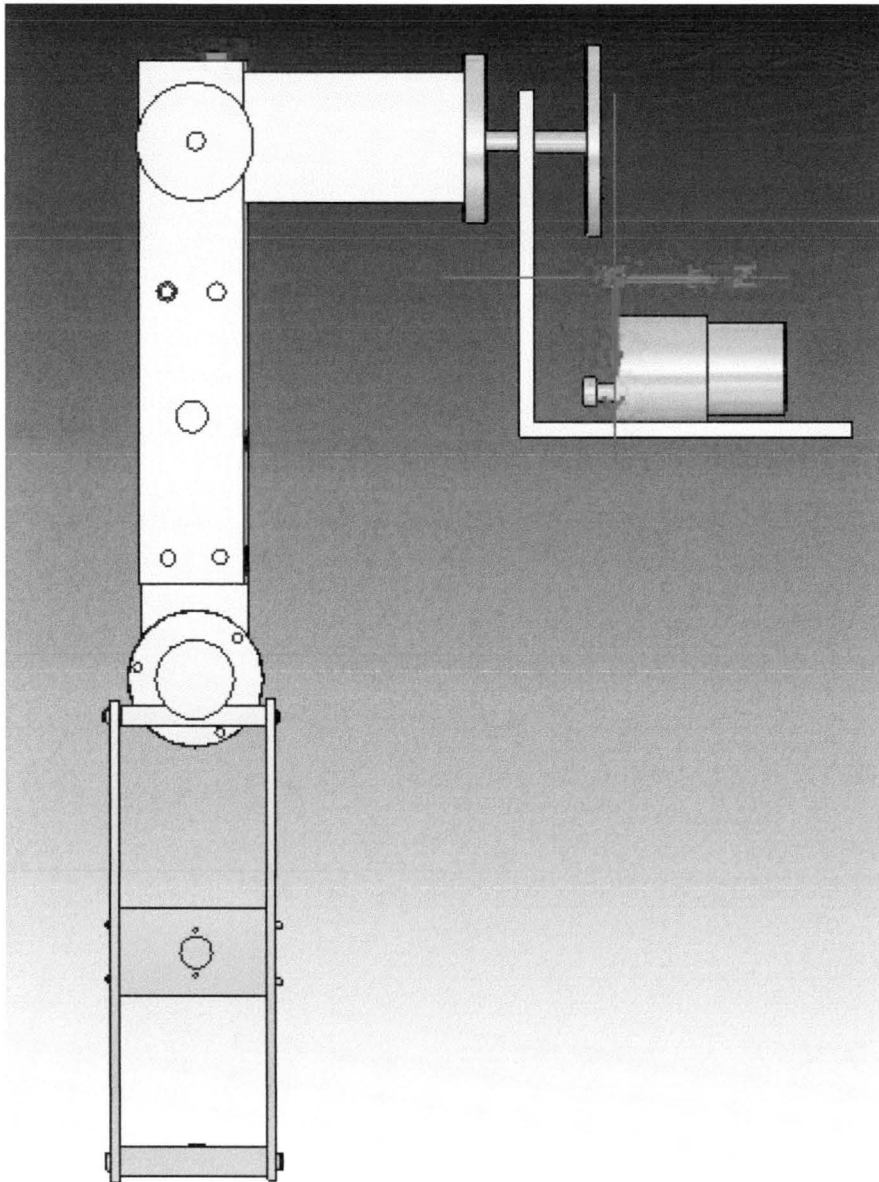


Figura 3.2.2: Vista frontal

Una vista de lo que se puede considerar parte trasera del brazo robótico se muestra a continuación en la figura 3.2.3:

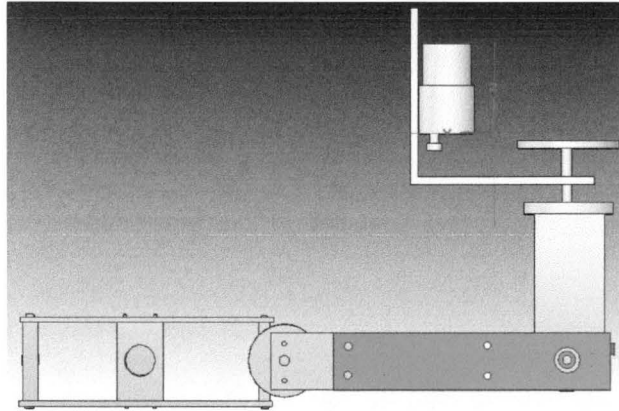


Figura 3.2.3: Vista trasera

La siguiente figura intenta mostrar el brazo robótico a  $\frac{3}{4}$  de vista, detallando en cada una de sus piezas, eslabones y articulaciones de manera completa en la figura 3.2.3:

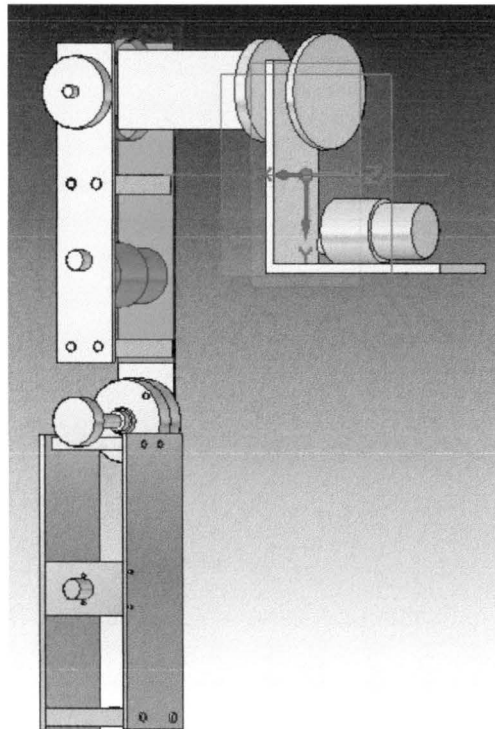


Figura 3.2.3: Brazo completo

Otra vista más detallada aprovechando una de las opciones en el software Solid Edge que profundiza el detalle de las piezas ensambladas en la figura 3.2.4:

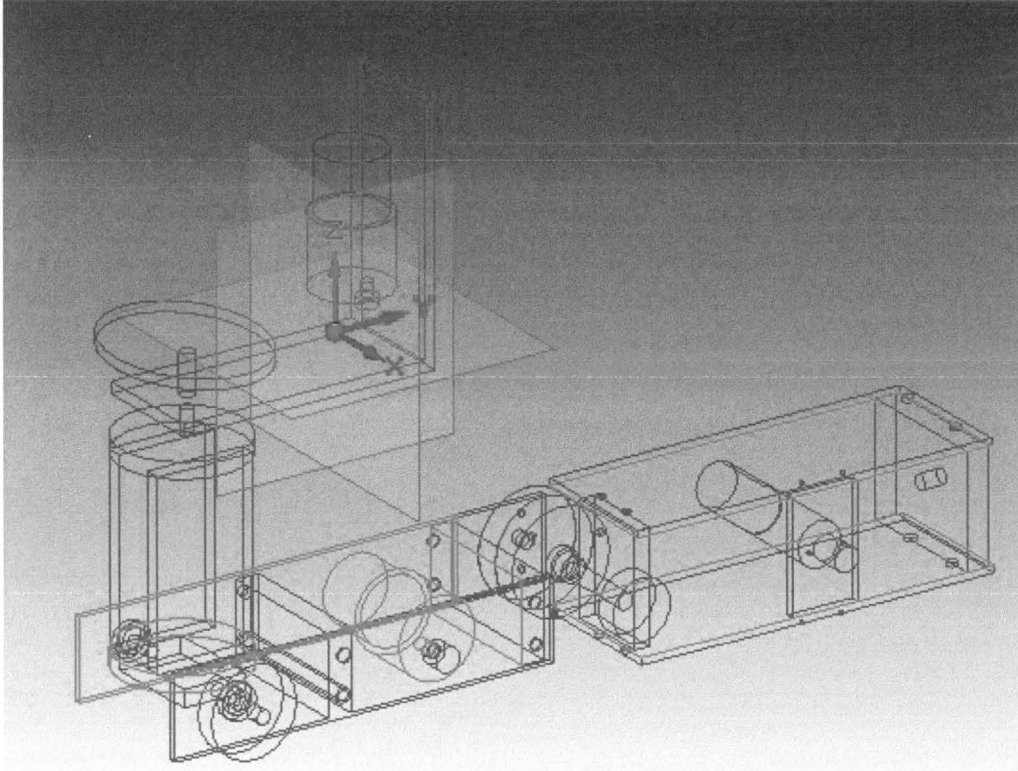


Figura 3.2.4: Brazo completo, vista detallada

Peso total del brazo sin carga:

$$Peso\ total = Peso\ del\ hombro + Peso\ del\ brazo\ y\ antebrazo = 580gr + 1180gr = 1760gr = 1.76Kg$$

# Capítulo 4

## SISTEMA ELECTRÓNICO

El sistema electrónico del brazo robótico está subdividido en múltiples etapas que se describen en este capítulo. La circuitería diseñada para este sistema electromecánico requiere de dispositivos que conviertan la variable de posición de las articulaciones en variables eléctricas, de una etapa de adquisición de los diferentes niveles de tensión que arrojen los dispositivos y otra etapa que procese la información adquirida y a partir de ella se realice un control.

Una última etapa es la de potencia donde se reciban las señales de control y se amplifiquen para tener la capacidad de mover una articulación.

### 4.1. Sistema electrónico de sensado.

Cada articulación tiene conectado un potenciómetro lineal alimentado con 5v de CD, la terminal del potenciómetro que arroja diferentes niveles de voltaje (en rango de 0v a 5v) está en función del ángulo de la posición de la articulación y está conectado al pin RA2 del microcontrolador PIC 16F886, este pin es configurado para que reciba señales analógicas y las convierta en señales digitales. Utilizando el convertidor analógico - digital del microcontrolador se adquieren las señales de tensión correspondientes a la posición de cada articulación y sean convertidas digitalmente para que tomen valores de 0 a 1023 niveles e internamente se generan las señales de control para el giro de la articulación.

Sistema electrónico de control:

Las señales de control se envían a través de los pines de los puertos RB4 y RB6 que van hacia las terminales del dispositivo puente H modelo L298 In1 e In2 el cual está alimentado con 12v de CD, estas terminales reciben las señales digitales control de giro en combinaciones In1=0, In2=0 paro; In1=1, In2=0 giro en un sentido; In1=0, In2=1 giro en sentido contrario; In1=In2=1, paro; el dispositivo las recibe y se acciona para enviar señales hacia el actuador y gire hacia un sentido o en otro. Además una tercera señal de control se genera por medio del pin RC2 y es un PWM, esta es la que controla la dinámica de velocidad y fuerza, y la respuesta transitoria con la que se mueva el brazo robótico y es recibida por el dispositivo puente H a través de su terminal Enable.

Diagrama de bloques de etapas del brazo robótico por articulación.

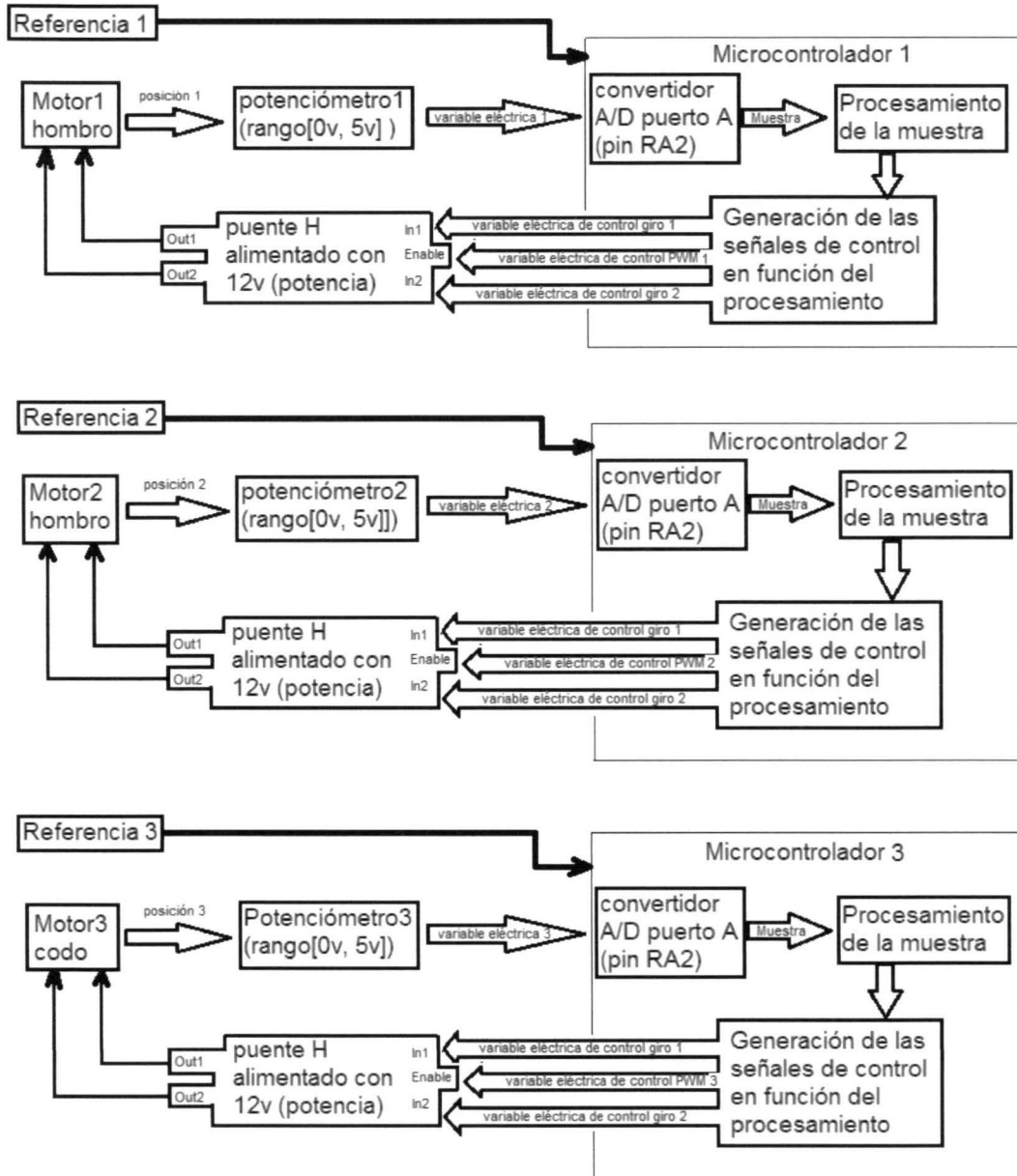


Diagrama 4.1.1: Sistema electrónico del brazo robótico

## 4.2 Unidad de procesamiento y adquisición de las señales.

Se ha elegido un dispositivo microcontrolador PIC 18F886 de la marca Microchip de 28 pines, que posee memoria para datos e instrucciones separadas esto permite la ejecución de instrucciones en modo *pipeline* que significa que las instrucciones las va a ejecutar en modo segmentado, esto permite procesar una instrucción mientras busca la siguiente instrucción a ejecutar, todas las instrucciones se ejecutan en un solo ciclo de instrucción excepto las de salto que tardan dos ciclos.

En la siguiente tabla (4.2.1) se muestra este que dispositivo contiene a grandes rasgos las siguientes características:

Oscilador interno	8 MHz
Módulo PWM	Con frecuencia máxima de 20KHz
Convertidor analógico-digital	10 bits de resolución
Número de Entradas y salidas	24
Pines de entrada para el convertidor A/D	11
Voltaje de alimentación	5 volts
Arquitectura de la microcomputadora	Harvard
Set de instrucciones	RISC

Tabla 4.2.1: Características generales del microcontrolador PIC16F886 de Microchip.

Se diseñó un circuito PCB en el programa DipTrace. Este es un software especializado en el diseño de circuitos impresos. EL circuito que a continuación se muestra es el del microcontrolador PIC 16F886 de microchip, donde se desarrollan la mayoría de las etapas del sistema robótico, como son la adquisición de las señales analógicas que arroja el potenciómetro, la conversión A/D de estas

señales, el procesamiento de las señales adquiridas y la generación de las señales de control a través de sus puertos. El circuito PCB cuenta con pines de entrada acoplados con headers para las interfases del microcontrolador, también cuenta con header tipo macho conectados a los pines de alimentación del microcontrolador, a los pines RE3/MCLR de reset, y los pines de ICSPDAT e ICSPCLK de transmisión de datos. Estos pines se utilizan para programar el microcontrolador desde la computadora PC utilizando un PICKIT como interfaz de comunicación entre el microcontrolador y la PC.

La siguiente ilustración (figura 4.2.2) muestra el circuito PCB diseñado en Dip Trace para el PIC16F886:

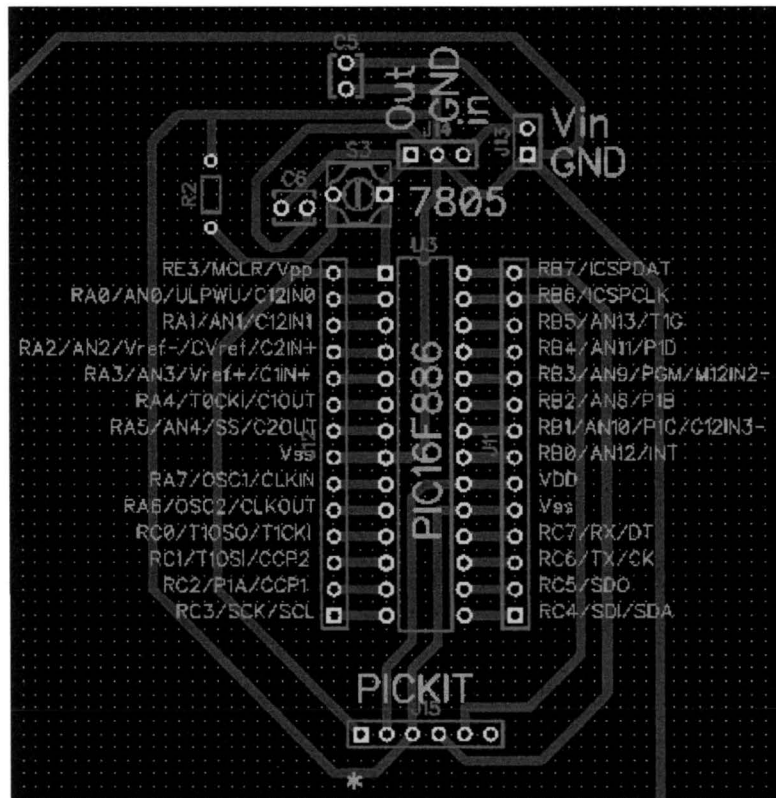


Figura 4.2.2: Diagrama impreso de la tarjeta para PIC16F886.

### **4.3 Sistema de Sensado.**

Cada articulación tiene conectado un potenciómetro lineal (figura 4.2.1) de  $10K\Omega$  configurado como divisor de voltaje y energizado con 0 y 5[V], el voltaje de salida del potenciómetro está en función de la posición en la que se encuentra la articulación. La señal es enviada al pin RA2 del microcontrolador PIC 16F886, este pin está asociado al módulo de conversión analógico digital del microcontrolador.

Se coloca uno en cada articulación con coples de aluminio y prisioneros para que roten conforme se aplica el movimiento rotacional en las articulaciones. El ángulo máximo de vuelta hasta que el potenciómetro llegue a su tope mecánico es de  $315^\circ$ .

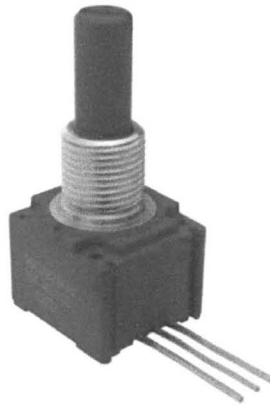


Figura 4.2.1: Potenciómetro de  $10K\Omega$

A determinado ángulo de rotación el potenciómetro arrojará un valor a la tensión en un rango entre  $[0,5]$  volts. Esta lectura será tomada por el convertidor analógico-digital que está integrado en el microcontrolador 16F886 de Microchip.

La lectura de las diferentes tensiones que arroja el potenciómetro con respecto al ángulo en que se encuentre posicionada la articulación M1 o motor 1 (o el eslabón) se muestra a continuación (tabla 4.3.1):

Ángulo	Tensión arrojada por el potenciómetro
-90°	80 mV,
-80°	357 mV
-70°	576 mV
-50°	710 mV
-40°	1.10 V
-30°	1.243 V
-20°	1.352 V
-10°	1.430 V
0°	1.6 V
10°	1.836v
20°	2v
30°	2.1872v
40°	2.3v
50°	2.51v
60	2.714v
70°	2.8896v
80°	3.1652v
90°	3.241v

Tabla 4.3.1: Niveles de tensión del potenciómetro para M1.

La ecuación que determina los niveles de tensión en función de la posición para M1 es:

$$\text{voltaje} = 0.017561\text{posicion} + 1.6$$

La lectura de las diferentes tensiones que arroja el potenciómetro con respecto al ángulo en que se encuentre posicionada la articulación M2 o motor 2 (o el eslabón) se muestra a continuación (tabla 4.3.2):

Ángulo (en grados)	Tensión arrojada por el potenciómetro
180°	330 mV
-170° (190°)	420 mV
-160° (200°)	657 mV
-150° (210°)	839 mV
-140° (220°)	1.057 V
-130° (230°)	1.337 V
-120° (240°)	1.523 V
-110° (250°)	1.79 V
-100° (260°)	1.943 V
-90° (270°)	2.110 V
-80° (280°)	2.404 V

Tabla 4.3.2: Niveles de tensión del potenciómetro para M2.

La ecuación que determina los niveles de tensión en función de la posición para M2 es:

$$\text{voltaje} = 0.022\text{posicion} + 4.139$$

Tomando los valores de los ángulos del cuarto al tercer cuadrante (negativos).

La lectura de las diferentes tensiones que arroja el potenciómetro con respecto al ángulo en que se encuentre posicionada la articulación M3 o motor 3 (o el eslabón) se muestra a continuación (Tabla 4.3.3):

Ángulo (en grados)	Tensión arrojada por el potenciómetro
-90°	2.632 V
-80°	2.786 V
-70°	3.16 V
-60°	3.249 V
-50°	3.460 V
-40°	3.651 V
-30°	3.915 V
-20°	4.1 V
-10	4.31 V

Tabla 4.3.3: Niveles de tensión del potenciómetro para M3.

La ecuación que determina los niveles de tensión en función de la posición para M3 es:

$$\text{voltaje} = 0.020975 \text{ posicion} + 4.5$$

#### **4.4 Adquisición y procesamiento de las señales.**

Se hace uso del convertidor Analógico-digital del microcontrolador para obtener muestras de la señal de voltaje que entreguen los potenciómetros colocados en las articulaciones del brazo, por lo que periódicamente el microcontrolador tomará esa muestra para saber la posición en la que se encuentra el eslabón.

Se utilizará el cristal interno (oscilador interno) del microcontrolador. El registro que gobierna el módulo del oscilador interno del microcontrolador 16F886 es el OSCCON.

El ciclo de instrucción del microcontrolador es igual a 4 veces el periodo de la frecuencia de oscilación:

$$F_{osc}/4$$

Esto último por que el microcontrolador utiliza parte de la frecuencia de oscilación en tareas como el ciclo Fetch como cualquier computadora.

**REGISTER 4-1: OSCCON: OSCILLATOR CONTROL REGISTER**

U-0	R/W-1	R/W-1	R/W-0	R-1	R-0	R-0	R/W-0
—	IRCF2	IRCF1	IRCF0	OSTS <sup>(1)</sup>	HTS	LTS	SCS
bit 7							bit 0

Se configura el oscilador interno a 8MHz con los bits siguientes del registro:

bit 6-4      **IRCF<2:0>**: Internal Oscillator Frequency Select bits  
 111 = 8 MHz  
 110 = 4 MHz (default)  
 101 = 2 MHz  
 100 = 1 MHz  
 011 = 500 kHz  
 010 = 250 kHz  
 001 = 125 kHz  
 000 = 31 kHz (LFINTOSC)

para utilizar el oscilador interno se configuran los bits SCS (bit 0) y OSTS (bit 3) del registro de control OSCCON

bit 3      **OSTS**: Oscillator Start-up Time-out Status bit<sup>(1)</sup>  
 1 = Device is running from the external clock defined by FOSC<2:0> of the CONFIG1 register  
 0 = Device is running from the internal oscillator (HFINTOSC or LFINTOSC)

bit 0            **SCS:** System Clock Select bit  
 1 = Internal oscillator is used for system clock  
 0 = Clock source defined by FOSC<2:0> of the CONFIG1 register

El convertidor analógico-digital tiene una resolución de 10 bits, es decir:

$$\text{Niveles de cuantización} = 2^{10} - 1 = 1023$$

Por lo que el rango del convertidor va de [0, 1023].

Si consideramos que se están utilizando las referencias internas de voltaje. La resolución del convertidor es de 4.88 milivolts.

El módulo TMR0 (Timer 0).

El modulo TIMER0 es un contador de 8 bits que genera una interrupción al procesador cuando se desborda, este TIMER se configuró para generar una interrupción cada 4 milisegundos, este tiempo corresponde al periodo de muestreo con el que se tomarán las lecturas del potenciómetro a través del puerto ya configurado para recibir la señal analógica y procesarla en el convertidor analógico/digital del PIC.

A través de el registro OPTION REGISTER se puede configurar que se utilizará el reloj interno de 8MHz.

Nombre	Bit 7	Bit 6	Bit 5	Bit 4	Bit 3	Bit 2	Bit 1	Bit0
OPTION_REGISTER	$\overline{RBPU}$	INTEDG	T0CS	T0SE	PSA	PS2	PS1	PS0

Según hojas de especificaciones a la entrada del TMR0 tendremos:

$$F(\text{entrada}) = F_{osc} / 4$$

$$F_{(entrada)} = \frac{F_{OSC}}{4} = \frac{8MHz}{4} = 2000000$$

El *tiempo de instrucción* es el tiempo en que el microcontrolador se tarda en ejecutar una instrucción, y se calcula de la siguiente manera:

$$T_{CY} = (F_{OSC} / 4)^{-1} = \frac{1}{F_{(entrada)}} = 0.5\mu Seg$$

Configurando el pre escalador a 1:32 y configurando el OPTION REGISTER. Para el PIC16F886 la tabla Prescaler Rate Select.

Por lo tanto el periodo de muestreo será el tiempo de desborde del Timer 0, que se calcula de la siguiente manera:

$$Tiempo\ de\ desborde = 256 \times T_{CY} \times preescalador$$

$$Tiempo\ de\ desborde = 256 \times 0.5\mu Seg \times 32 = 4.096mSeg$$

Por lo que el periodo de muestreo es:

$$T = 4.096mSeg$$

En el software de programación genera una *interrupción* cada periodo para que el convertidor A/D tome una muestra de la señal de tensión del potenciómetro que hay en ese momento.

#### **4.5 Señal de control.**

Un aspecto muy importante es el control del movimiento de los eslabones, que se puede traducir en velocidad angular con la que se mueve el actuador, y la posición que debe mantener obedeciendo a una señal de referencia que entra al sistema de control.

Dicha dinámica será gobernada por una señal PWM. Es una señal con características digitales, es decir, que toma solo dos valores o niveles de tensión TTL, 0 volts y 5 volts; posee una frecuencia constante (o el recíproco, periodo constante). Su utilidad radica en la variación del periodo en que permanece su nivel en alto. A esto último se le llama “Ciclo de trabajo” ó “Duty cycle” del PWM, típicamente descrito en porcentaje.

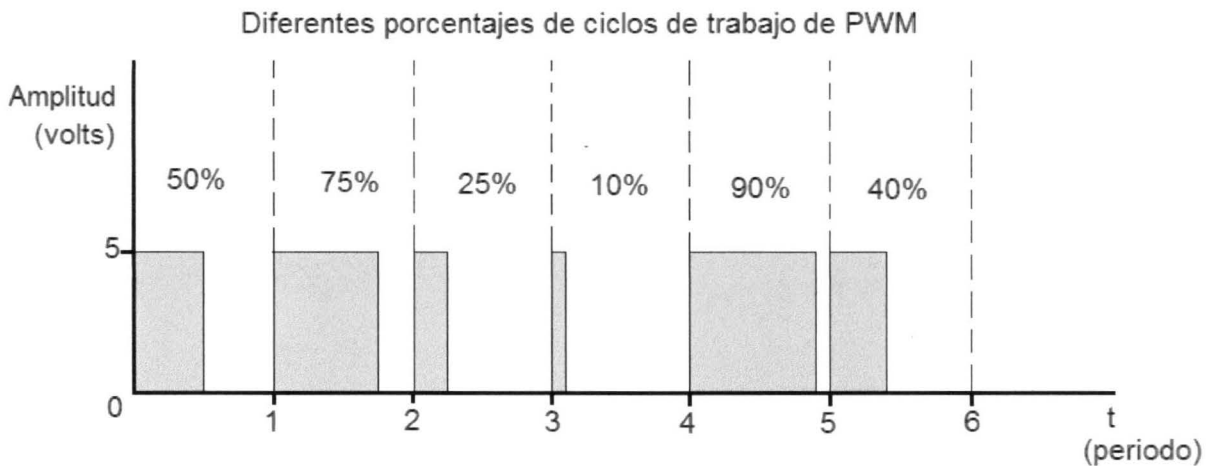


Figura 4.5.1: Ejemplos de diferentes ciclos de trabajo que puede tener un PWM

El área sombreada de la gráfica 4.5.1 es lo que se conoce como “Ciclo de trabajo” o ciclo en alto. Este tipo de señal será la que entrará por el pin “EnableX” del puente H, generado por el microcontrolador y que será el que gobierne la velocidad angular del actuador variando el ciclo de trabajo, ya que el ciclo de trabajo estará en función de la señal de “error2” procesada por las ecuaciones digitales.

## 4.6 Sistema de potencia.

El circuito de potencia y control para activar a los actuadores es un puente H modelo L298 que es un encapsulado que contiene 2 puentes H, alimentado con 12

volts DC. Este circuito integrado permite ser alimentado hasta por 46 volts DC y provee hasta 4 Amperes de corriente de salida.

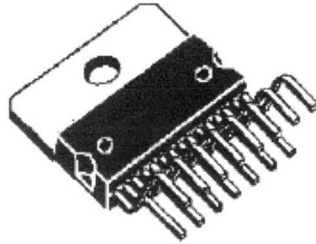


Figura 4.6.1: Encapsulado del puente H L298 dual.

Su diagrama esquemático es el siguiente:

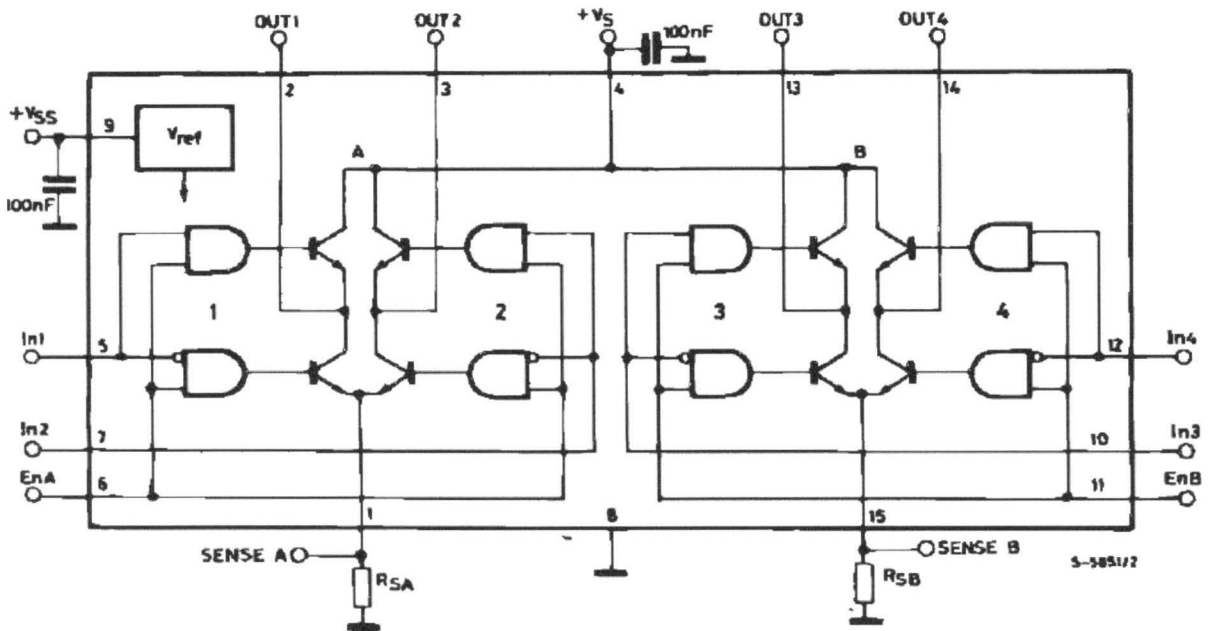


Figura 4.6.2: Diagrama L298

Cada dispositivo puente H está compuesto por 4 transistores como se muestra en el diagrama, posee 2 salidas OUT1 y OUT2 por donde sale la corriente hacia el

motor, son las terminales o pines a los que se conecta el motor. Este dispositivo posee también dos entradas (por puente H) In1 e In2 que son por donde entran las señales de control para direccionar la corriente entre los transistores del puente H y así gobernar el sentido del giro del motor. Adicionalmente posee también una entrada que se encuentra conectada a tierra, este pin se denomina Enable (EnA y EnB), esquemáticamente controla el paso de la corriente hacia la tierra, o en otras palabras enciende o apaga el dispositivo. Para este trabajo las entradas (EnA y EnB) son utilizadas como receptor del PWM que controlará la dinámica del movimiento del motor.

El siguiente cuadro se describe los niveles de tensión y corriente máximos de entrada para los pines del dispositivo:

Symbol	Parameter	Value	Unit
$V_S$	Power Supply	50	V
$V_{SS}$	Logic Supply Voltage	7	V
$V_i, V_{en}$	Input and Enable Voltage	-0.3 to 7	V
$I_O$	Peak Output Current (each Channel)		
	- Non Repetitive ( $t = 100\mu s$ )	3	A
	- Repetitive (80% on -20% off; $t_{on} = 10ms$ )	2.5	A
	-DC Operation	2	A
$V_{sens}$	Sensing Voltage	-1 to 2.3	V
$P_{tot}$	Total Power Dissipation ( $T_{case} = 75^\circ C$ )	25	W
$T_{op}$	Junction Operating Temperature	-25 to 130	$^\circ C$
$T_{stg}, T_j$	Storage and Junction Temperature	-40 to 150	$^\circ C$

Tabla 4.6.1: Niveles máximos de operación del L298.

El siguiente cuadro muestra el tipo y el estado de las entradas en las que se deben encontrar para gobernar el sentido de giro del motor:

Inputs		Function
$V_{en} = H$	$C = H ; D = L$	Forward
	$C = L ; D = H$	Reverse
	$C = D$	Fast Motor Stop
$V_{en} = L$	$C = X ; D = X$	Free Running Motor Stop

L = Low

H = High

X = Don't care

Tabla 4.6.2: Control y habilitación del giro para puente H de los motores.

C= InA, Pin de entrada InA

D= InB, pin de entrada InB

A través de los pines RB4 y RB6 del PIC16F886 se envían señales digitales de control del sentido de giro del actuador. Estos pines van directamente conectados a los pines del puente H correspondientes a InA e InB.

Se genera una señal PWM a través del pin RC2 del PIC, y su ciclo de trabajo depende del error de control según el diagrama de bloques del sistema de control que se implementa para cada actuador.

*Sistema de control para los actuadores.*

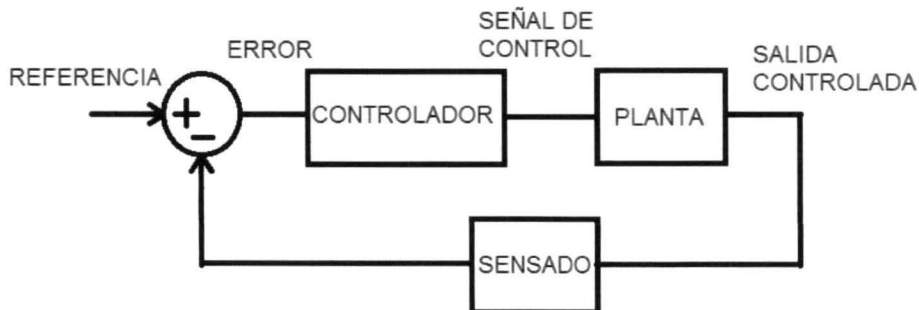


Figura 4.6.3: Diagrama del sistema de control para cada actuador.

A continuación se describe cada una de las etapas de este diagrama de bloques, haciendo énfasis que este sistema de control se aplica para cada una de las articulaciones por separado del robot:

Referencia.- Es un nivel dentro del rango  $[0, 1023]$  que se le puede otorgar via software o hardware si hay alguna otra señal (previa configuración de otro puerto del microcontrolador para recibir y hacer la conversión A/D de esta segunda señal analógica) y después comparar con la lectura que hay en el convertidor A/D del nivel de tensión que arroja el potenciómetro y que se sensa cada cierto período de tiempo dado por la interrupción que se explicó al final de la sección 4.3.

Error.- Es la diferencia que existe entre el nivel de Sensado y Referencia. Se hace de manera interna vía programación en el microcontrolador.

Controlador.- Es el filtro o ecuación digitalizada de la función de transferencia de un PID internamente implementada en el microcontrolador.

Planta.- Se refiere al actuador (motor de CD) que está conectado a las salidas Out1 y Out2 del dispositivo puente h, L298. Este motor (o actuador) tiene acoplado el sistema de engranes y bandas que van hacia la articulación que tiene un potenciómetro conectado y al provocar giro a esta articulación el potenciómetro también gira y arroja distintos niveles de tensión para cada posición de la articulación.

Señal (o señales) de control.- Se refiere a la señal PWM generada en el pin RC2 del microcontrolador y a las señales de giro que se generan por los pines y los pines RB4 y RB6 del mismo microcontrolador que se conectan a las terminales In1 e In2 del puente h que a su vez este dispositivo tiene conectado el actuador y que gobernarán la dinámica del mismo.

Señal controlada.- Se refiere a la señal analógica de tensión (nivel entre 0 y 5 volts) que arroja el potenciómetro al momento de la lectura del convertidor A/D.

Sensado.- Se refiere al circuito del potenciómetro y al procesamiento de la señal que arroja este dispositivo, procesamiento de conversión A/D que lleva a cabo el microcontrolador.

La alimentación de la circuitería está a cargo de una fuente de computadora CA/CC marca KMEX de 450watts con salidas de 5v a 2.5A y 12v a 20A de CC.

# Capítulo 5

## IMPLANTACIÓN DIGITAL DE CONTROLADORES

Con el desarrollo de los microprocesadores y la electrónica digital, se ha reemplazado la tecnología analógica, en gran parte del campo tecnológico por tecnología digital, debido a que esta tecnología reduce costos, ocupa mucho menor espacio, tiene gran inmunidad al ruido.

### 5.1 Función de transferencia de controladores PID.

Un controlador es una ecuación que al ser implementada en un sistema de control tiene el efecto o el objetivo de minimizar o hacer cero el error  $e(t)$  que hay entre una respuesta de un sistema o salida  $y(t)$  del sistema y la señal excitadora de entrada llamada referencia  $r(t)$ .

Aunque la gran mayoría de los sistemas son expresados matemáticamente en el dominio del tiempo y transformados al dominio de Laplace, el controlador típicamente es expresado de forma Laplaciana para obtener su función de transferencia.

Una función de transferencia es un modelo matemático en el dominio de Laplace que relaciona la respuesta de un sistema dinámico con la señal excitadora o de entrada.

La expresión:

$$C_{PID}(S) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i S} + T_d S \right)$$

En donde:

$K_p = \text{Ganancia proporcional}$

$T_i = \text{Tiempo integral}$

$T_d = \text{Tiempo derivativo}$

Es la función de transferencia de un controlador PID; usando la propiedad de linealidad de la transformada esta ecuación se puede desarrollar de la siguiente manera:

$$C_{PID}(S) = K_p + \frac{K_p}{T_i S} + K_p T_d S$$

Esta expresión es la que usualmente se implementa en diagramas de bloques. Si continuamos desarrollando se logra una expresión como la que se muestra a continuación:

$$C_{PID}(S) = \frac{T_i S K_p + K_p + T_i S K_p T_d S}{T_i S} = \frac{T_i T_d K_p S^2 + T_i K_p S + K_p}{T_i S}$$

Si descomponemos el polinomio de segundo orden en factores de primer orden y factorizando las constantes de tiempo  $T_i$ ,  $T_d$  y de ganancia proporcional  $K_p$ , tenemos:

$$C_{PID}(S) = \frac{K_p (S + \alpha)(S + \beta)}{S} \dots (\Omega)$$

En donde  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $K_p$  son constantes que engloban a  $T_i$ ,  $T_d$  y de ganancia proporcional  $K_p$ .

Con esta F. T. puedo basarme para sintonizar el controlador PID adecuado para implementarlo en el microcontrolador PIC16F886 de Microchip.

## **5.2. Diseño de sistemas de control en tiempo discreto.**

Sea el sistema de control en lazo cerrado como el que se muestra a continuación, el diagrama de bloques a implementar:

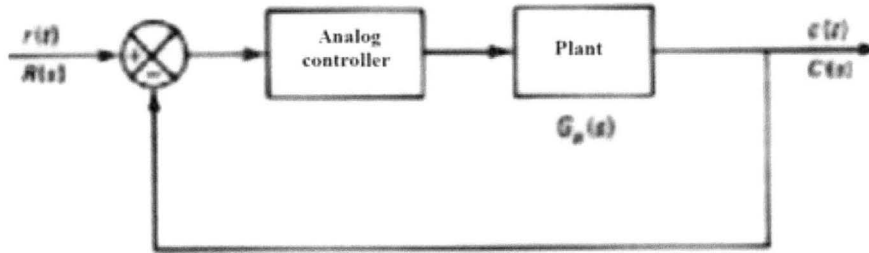


Figura: Sistema de control en tiempo continuo.

El controlador analógico puede ser reemplazado por un controlador digital, el siguiente diagrama de bloques muestra como implementarlo:

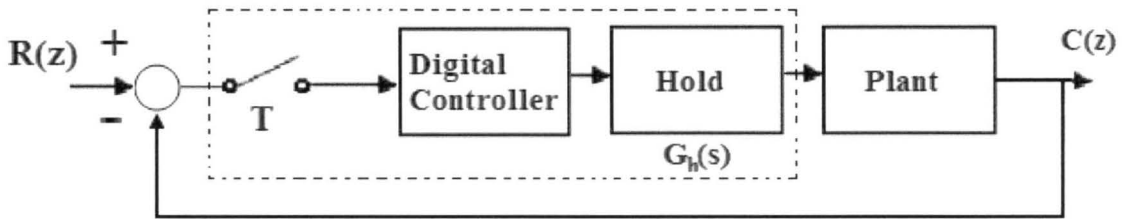


Figura: Sistema de control digital.

Existen diversos métodos para llevar a cabo la transformación en la etapa ilustrada como  $G_h(s)$  en el diagrama de bloques del sistema de control digital:

- 1.- Retraso de diferencia
- 2.- Adelanto de diferencia
- 3.- Transformada bilineal
- 4.- Transformada bilineal con frecuencia
- 5.- Impulso invariante
- 6.- Escalón invariante
- 7.- Mapeo polo-zero emparejado

El método de interés que se aplicará en este trabajo es la Transformada z bilineal.

## 5.2.1 La transformada Z bilineal.

Un filtro discretizado puede obtenerse de la siguiente manera:

$$C_{PID}(Z) = C_{PID}(S) \Bigg|_{S = \frac{2(Z-1)}{T(Z+1)}}$$

Aplicando esta transformación a la ecuación ( $\Omega$ ), se tiene:

$$C_{PID}(Z) = \frac{K_P \left( \frac{2(Z-1)}{T(Z+1)} + \alpha \right) \left( \frac{2(Z-1)}{T(Z+1)} + \beta \right)}{\frac{2(Z-1)}{T(Z+1)}}$$

Desarrollando:

$$C_{PID}(Z) = \frac{K_P \left( \frac{2(Z-1) + \alpha T(Z+1)}{T(Z+1)} \right) \left( \frac{2(Z-1) + \beta T(Z+1)}{T(Z+1)} \right)}{\frac{2(Z-1)}{T(Z+1)}}$$

$$C_{PID}(Z) = \frac{K_P \left( \frac{2(Z-1) + \alpha T(Z+1)}{T(Z+1)} \right) \left( \frac{2(Z-1) + \beta T(Z+1)}{T(Z+1)} \right)}{\frac{2(Z-1)}{T(Z+1)}} = \frac{K_P \left( \frac{2Z-2 + \alpha TZ + \alpha T}{TZ+T} \right) \left( \frac{2Z-2 + \beta TZ + \beta T}{TZ+T} \right)}{\frac{2Z-2}{TZ+1}}$$

$$C_{PID}(Z) = \frac{\frac{K_P}{2} \left( \frac{4Z^2 - 4Z + 2\beta TZ^2 + 2\beta TZ - 4Z + 4 - 2\beta TZ - 2\beta T + 2\alpha TZ^2 - 2\alpha TZ + \alpha\beta T^2 Z^2 + \alpha\beta T^2 Z + 2\alpha TZ - 2\alpha T + \alpha\beta T^2 Z + \alpha\beta T^2}{(Z+1)(Z+1)} \right)}{\frac{Z-1}{Z+1}}$$

$$C_{PID}(Z) = \left( \frac{K_P}{2} \right) \left( \frac{\left( (4 + 2\beta T + 2\alpha T + \alpha\beta T^2) Z^2 + (-4 + 2\beta T - 4 - 2\beta T - 2\alpha T + \alpha\beta T^2 + 2\alpha T + \alpha\beta T^2) Z + (4 - 2\beta T - 2\alpha T + \alpha\beta T^2) \right)}{(Z+1)(Z+1)} \right) \frac{Z-1}{Z+1}$$

$$C_{PID}(Z) = \left( \frac{K_p}{2} \right) \left( \frac{\left( (4+2\beta T + 2\alpha T + \alpha\beta T^2)Z^2 + (-4+2\beta T - 4-2\beta T - 2\alpha T + \alpha\beta T^2 + 2\alpha T + \alpha\beta T^2)Z + (4-2\beta T - 2\alpha T + \alpha\beta T^2) \right)}{\frac{(Z^2 + 2Z + 1)}{\frac{Z-1}{Z+1}}} \right)$$

$$C_{PID}(Z) = \left( \frac{K_p}{2} \right) \left( \frac{\left( (4+2\beta T + 2\alpha T + \alpha\beta T^2)Z^2 + (-4+2\beta T - 4-2\beta T - 2\alpha T + \alpha\beta T^2 + 2\alpha T + \alpha\beta T^2)Z + (4-2\beta T - 2\alpha T + \alpha\beta T^2) \right)}{(Z+1)(Z-1)} \right)$$

$$C_{PID}(Z) = \left( \frac{K_p}{2} \right) \left( \frac{\left( (4+2\beta T + 2\alpha T + \alpha\beta T^2)Z^2 + (-4+2\beta T - 4-2\beta T - 2\alpha T + \alpha\beta T^2 + 2\alpha T + \alpha\beta T^2)Z + (4-2\beta T - 2\alpha T + \alpha\beta T^2) \right)}{(Z^2 - 1)} \right)$$

Se observa que los coeficientes del polinomio son constantes, entonces se puede resumir la ecuación en:

$$C_{PID}(Z) = \left( \frac{K_p}{2} \right) \left( \frac{\delta Z^2 + \varphi Z + \rho}{(Z^2 - 1)} \right) \cdot \dots \quad (\mu)$$

### 5.2.2 Estructura canónica.

Para continuar discretizando la función de transferencia del controlador se expresa en términos de  $Z^{-1}$ .

$$C_{PID}(Z^{-1}) = \left( \frac{K_p}{2} \right) \left( \frac{\delta Z^2 + \varphi Z + \rho}{(Z^2 - 1)} \right) \left( \frac{Z^{-2}}{Z^{-2}} \right) = \left( \frac{K_p}{2} \right) \left( \frac{\delta + \varphi Z^{-1} + \rho Z^{-2}}{1 - Z^{-2}} \right)$$

Factorizando a nos queda una expresión:

$$C_{PID}(Z^{-1}) = \left( \frac{K_p \delta}{2} \right) \left( \frac{1 + \frac{\varphi}{\delta} Z^{-1} + \frac{\rho}{\delta} Z^{-2}}{1 - Z^{-2}} \right)$$

Si agrupamos todas las constantes y a cada una le damos un nombre de un solo caracter como a continuación se escribe:

$$k_p = \frac{K_p \delta}{2}$$

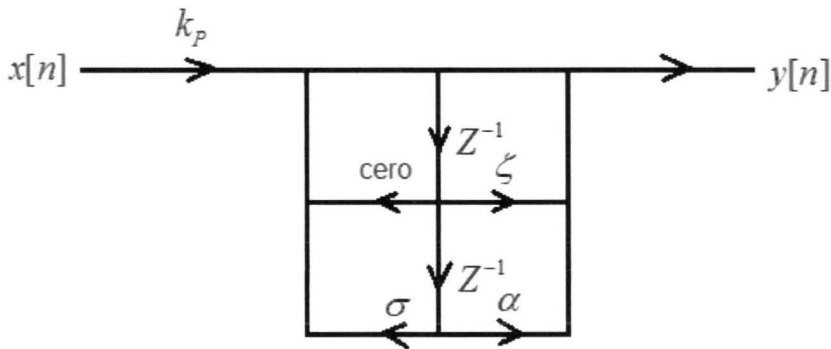
$$\zeta = \frac{\varphi}{\delta}$$

$$\alpha = \frac{\rho}{\delta}$$

Entonces la expresión queda escrita de la siguiente manera:

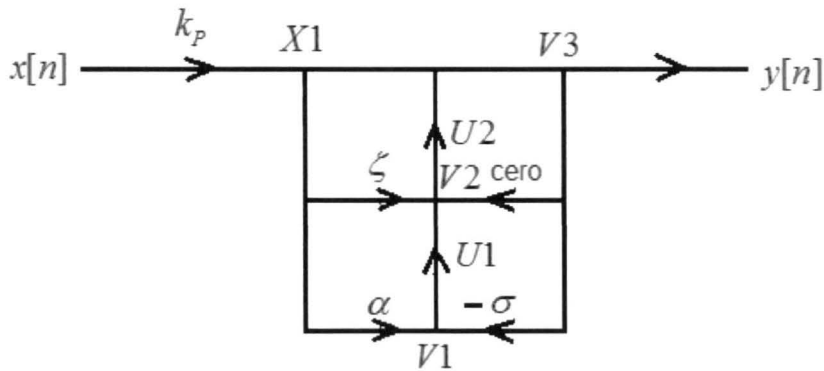
$$C_{PID}(Z^{-1}) = (k_p) \left( \frac{1 + \zeta Z^{-1} + \alpha Z^{-2}}{1 - \sigma Z^{-2}} \right)$$

Esta expresión es la función de transferencia de un controlador PID pero en el dominio Z. El esquema de retardos con los coeficientes de la ecuación se construye a continuación:



Esquema 5.1.1. Esquema de retardos.

El esquema transpuesto es:



Esquema 5.1.2. Esquema transpuesto de retardos.

Entonces las ecuaciones digitales del controlador PID a implementar son:

$$\text{error} = \text{referencia} - \text{conversion}$$

$$\text{error} = x[n]$$

$$X1 = k_p x[n]$$

$$V1 = \alpha X1 - \sigma V3$$

$$U1 = V1$$

$$V2 = \zeta X1 + U1$$

$$U2 = V2$$

$$V3 = X1 + U2$$

$$y[n] = V3$$

$$\text{error2} = y[n]$$

En donde:

*referencia* = es un valor numérico que se asigna en el código de la programación y que tiene un rango de [0, 1023] a 10 bits.

*conversión* = es el valor de la muestra que se encuentra en ese momento el convertidor analógico/digital del microcontrolador.

Con estas ecuaciones se sintoniza el controlador PID para cada uno de los actuadores, es decir, aplicamos estas ecuaciones al error que arroja la salida y la entrada para ser procesada dentro de la programación. Se hacen variar los valores de los coeficientes en tanto se observa el movimiento angular de los actuadores y los eslabones.

### **5.3 Diagrama de flujo de la programación**

A continuación se presenta el diagrama de flujo de la programación en el que se desarrolla el algoritmo de control en general para los actuadores del robot. El lenguaje de programación utilizado es de alto nivel ó lenguaje C.

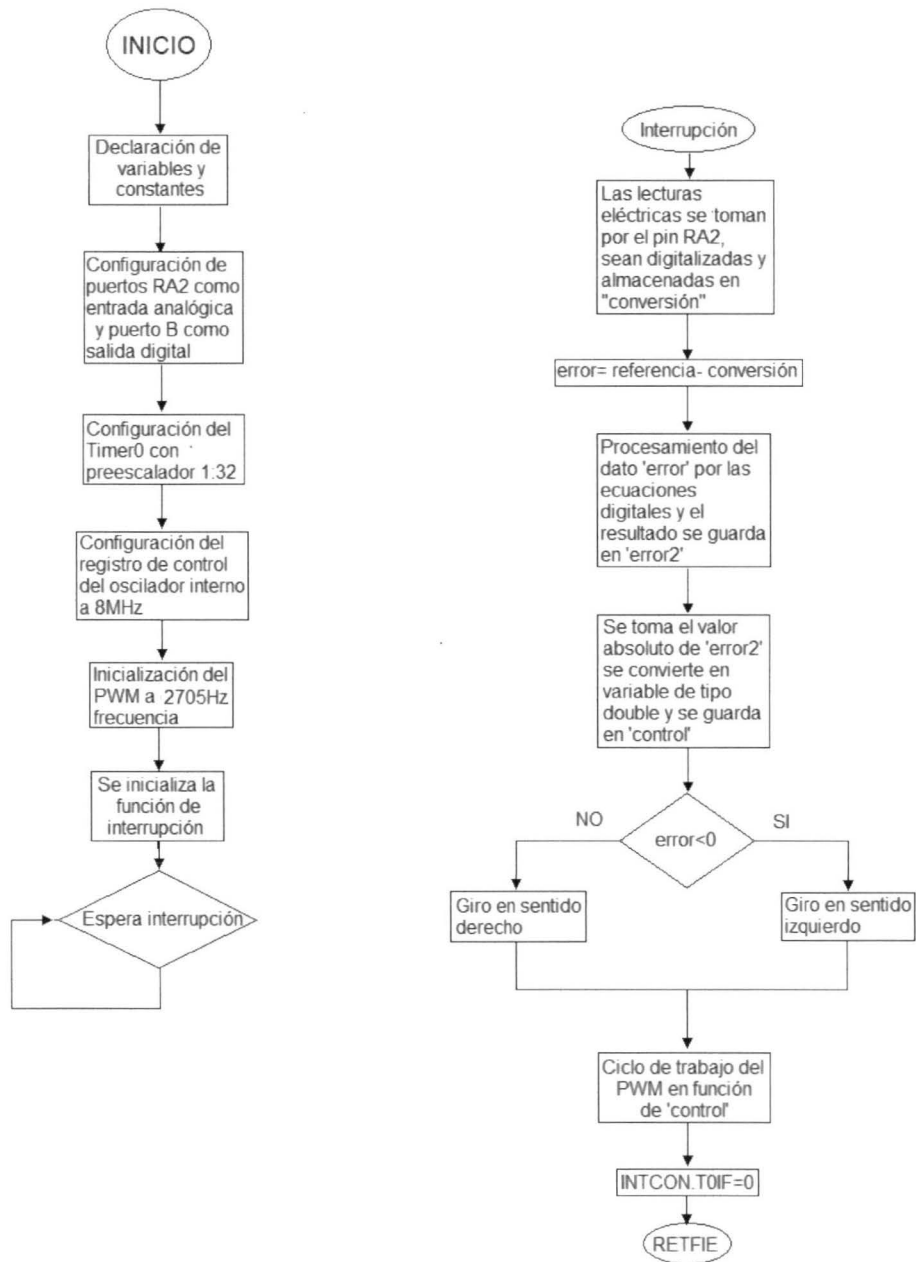


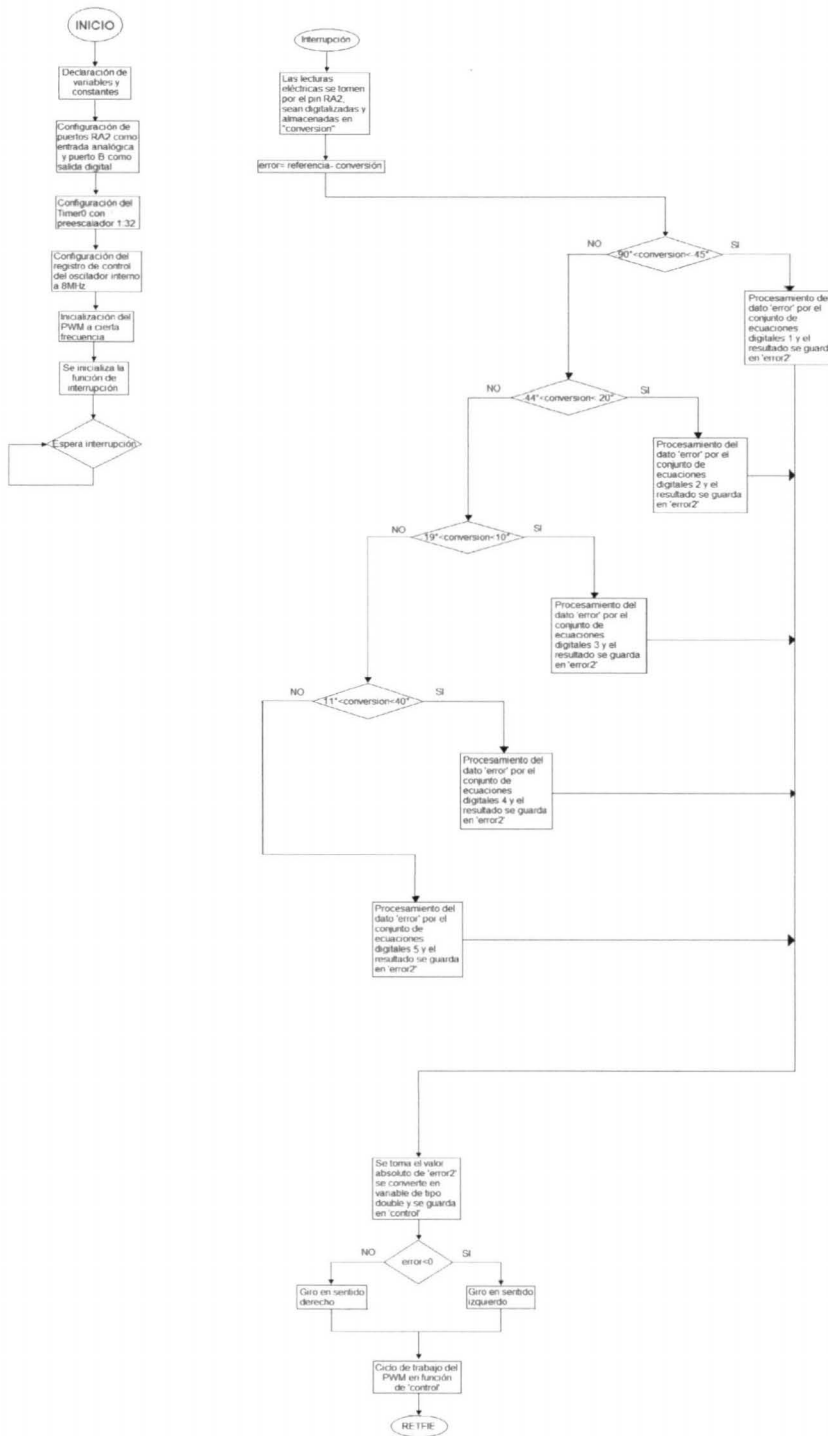
Figura 5.3.1: Diagrama de flujo de la programación en Mikro C para el PIC.

## **5.4 Ajuste de las ganancias por rangos de operación.**

Debido a que la dinámica del brazo robótico se va modificando dependiendo del conjunto de ángulos en los que está trabajando en el espacio, se van modificando los parámetros de su dinámica y por lo tanto se necesita de un control que responda a esos cambios, la alternativa es sintonizar distintos controladores PID que se adapten a esos cambios y entren en acción de manera automática cuando lo requieran.

Por medio de la programación se crea un algoritmo que aplica el controlador PID que responde a la necesidad del actuador en movimiento en función del ángulo o rango de ángulos en los que está trabajando. Para el actuador M1 se han identificado cinco rangos para los que se les va cambiando los parámetros de la ecuación PID y se va aplicando por medio de condicionantes *if* en la programación dependiendo de la lectura que tenga el convertidor analógico-digital en cada lapso de muestreo que ya se había mencionado de 4mseg.

A continuación se muestra el diagrama de flujo programado para el actuador M1:



Esquema 5.4.1: Diagrama de flujo de programación del control para M1.

Para la siguiente articulación o actuador M2 se tienen identificados cuatro rangos de posiciones del brazo para los cuales hay que modificar los parámetros de las ecuaciones del controlador PID, de la misma manera que con M1 se crea un algoritmo de control en programación por medio de condicionantes que se van aplicando dependiendo del rango donde se encuentre operando el actuador M2. El siguiente es el diagrama de flujo de la programación:

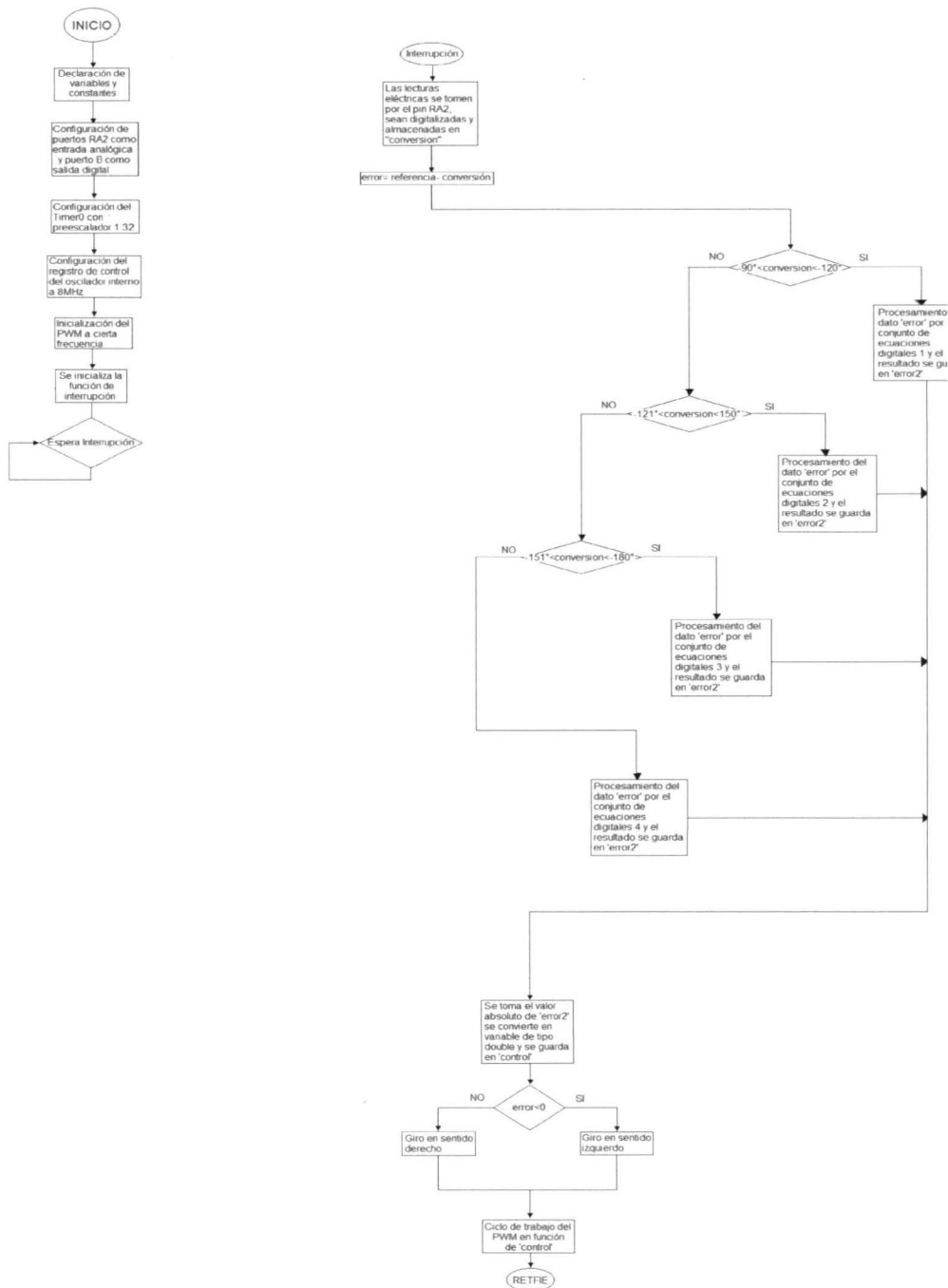


Diagrama 5.4.2.: Diagrama de flujo de programación del control para el actuador M2.

Para la siguiente articulación o M3 se sintonizaron dos conjuntos de ecuaciones del controlador PID, cabe recordar que esta articulación es la que carga menos peso del brazo:

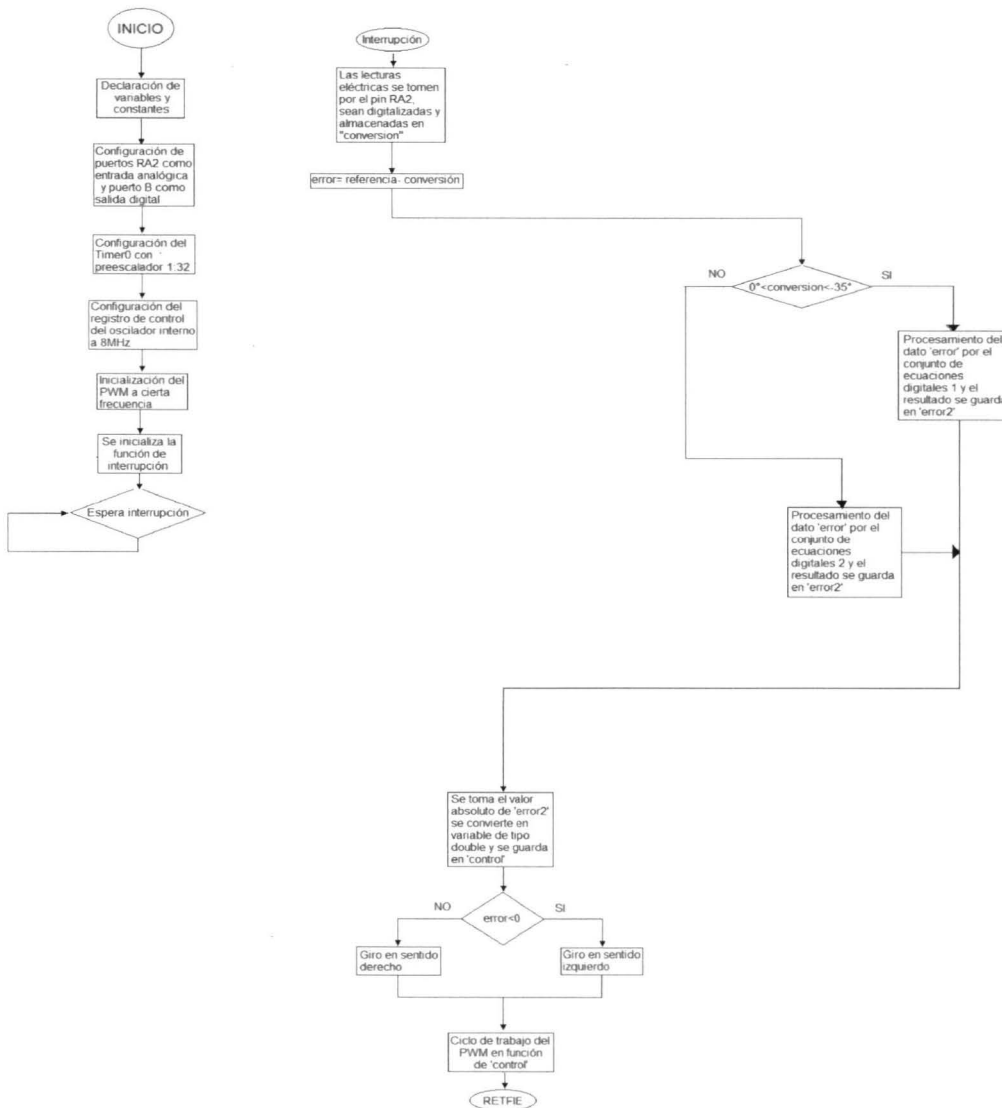


Figura 5.4.3: Diagrama de flujo de la programación del control para M3.

# Capítulo 6

## MODELO MATEMÁTICO DEL BRAZO

### 6.1 Cinemática directa

La cinemática es la ciencia que trata el movimiento sin considerar las fuerzas que lo ocasionan. Dentro de la cinemática se estudian la posición, velocidad, aceleración, y todas las derivadas de mayor orden de las variables de posición (respecto al tiempo o a cualquier otra variable). Por ende el estudio de la cinemática de los manipuladores se refiere a todas las propiedades del movimiento, las geométricas y las basadas en el tiempo

Los manipuladores consisten en vínculos casi rígidos, los cuales están conectados por articulaciones que permiten el movimiento relativo de los vínculos adyacentes. Estas articulaciones generalmente se instrumentan con sensores de posición, los cuales permiten medir la posición relativa de los vínculos adyacentes.

Un problema muy básico en el estudio de la manipulación mecánica se conoce como Cinemática Directa, que es el problema geométrico estático de calcular la posición y orientación del efector final del manipulador. Específicamente dado un conjunto de ángulos articulares, el problema de la cinemática directa es calcular la posición y orientación de la trama de la herramienta relativa a la trama base (Craig, 2002).

#### 6.1.1 Algoritmos Denavit-Hartenberg

Es un conjunto de pasos diseñado para el cálculo de la posición y orientación del efector final con respecto a un sistema de coordenadas base.

Primer paso.- Enumerar los eslabones móviles de la cadena comenzando con el número 1 el primer eslabón móvil y terminando con  $n$  (que en este caso es 3) el último eslabón móvil de la cadena y dando como número 0 la base del robot.

Segundo paso.- Enumerar las articulaciones del robot

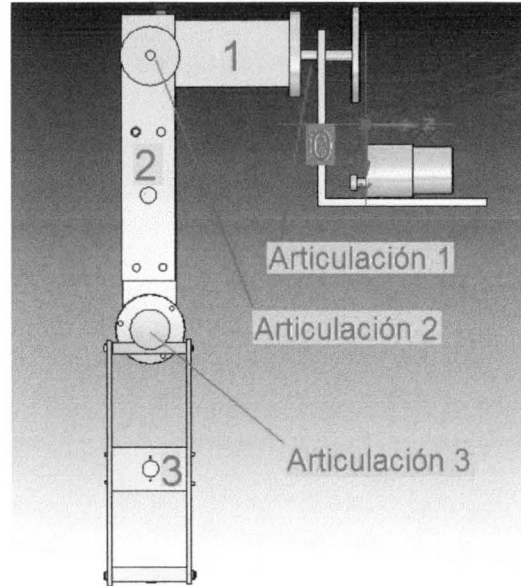
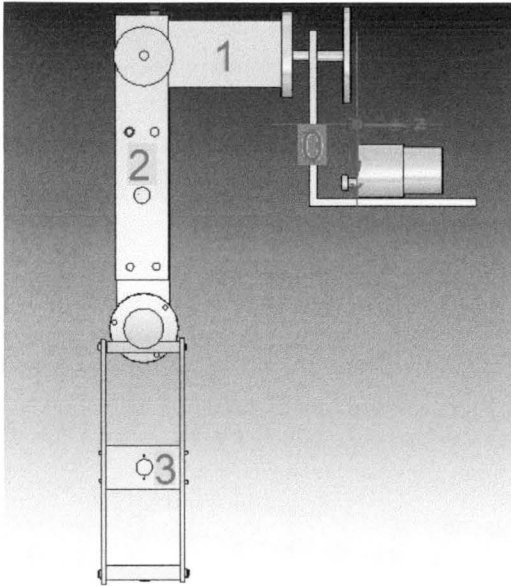


Figura 6.1.1.1: Enumeración de los eslabones.

Figura 6.1.1.2: Enumeración de las articulaciones

Tercer paso.- Localizar el eje de cada articulación. Si la articulación es rotacional, el eje será el eje de giro.

Cuarto paso.- Situar los ejes  $Z_i$  sobre los ejes de articulación.

Para este caso  $Z_1$  y  $Z_0$  coinciden solo que desplazados uno del otro sobre el mismo eje.

Quinto paso. Situar el origen del sistema en cualquier parte del eje  $Z_0$ . Los ejes  $X_0$  y  $Y_0$  se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con  $Z_0$ .

Sexto paso. Para  $i$  de 1 a  $n-1$ , situar el sistema ( $S_i$ ) (solidario al eslabón  $i$ ) en la intersección del eje  $Z_i$  con la línea normal común a  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ . Si ambos ejes se cortasen se situaría ( $S_i$ ) en el punto de corte. Si fuesen paralelos ( $S_i$ ) se situaría en la articulación  $i+1$ .

Séptimo paso. Situar  $X_i$  en la línea normal común a  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$

Octavo paso. Situar  $Y_i$  de modo que forme un sistema dextrógiro con  $X_i$  y  $Z_i$ .

Noveno paso. Situar el sistema ( $S_n$ ) en el extremo del robot de modo que  $Z_n$  coincida con la dirección de  $Z_{n-1}$  y  $X_n$  sea normal a  $Z_{n-1}$  y  $Z_n$ .

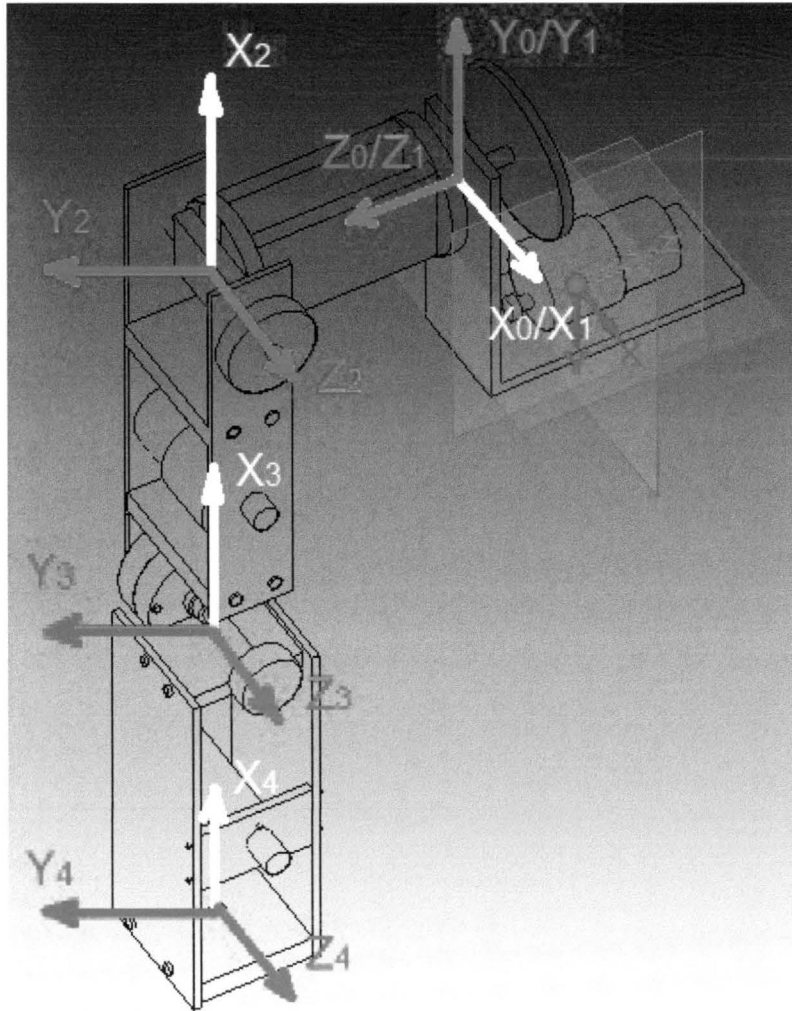


Figura 6.1.1.3: Sistemas dextrógiros en cada articulación.

Décimo paso. Obtener  $\theta_i$  como el ángulo que hay que girar en torno a  $Z_{i-1}$  para que  $X_{i-1}$  y  $X_i$  queden paralelos.

Onceavo paso. Obtener  $d_i$  como la distancia, medida a lo largo de  $Z_{i-1}$ , que habría que desplazar ( $S_{i-1}$ ) para que  $X_i$  y  $X_{i-1}$  quedasen alineados.

Doceavo paso. Obtener  $a_i$  como la distancia medida a lo largo de  $X_i$  (que ahora coincidiría con  $X_{i-1}$ ) que habría que desplazar el nuevo ( $S_{i-1}$ ) para que su origen coincidiese con ( $S_i$ ).

Treceavo paso. Obtener  $a_i$  como el ángulo que habría que girar entorno a  $X_i$  (que ahora coincidiría con  $X_{i-1}$ ), para que el nuevo ( $S_{i-1}$ ) coincidiese totalmente con ( $S_i$ ).

Catorceavo paso. Obtener las matrices de transformación  ${}^{i-1}A_i$ .

Quinceavo paso. Obtener la matriz de transformación que relaciona el sistema de la base con el del extremo del robot  $T = {}^0A_1, {}^1A_2 \dots {}^{n-1}A_n$ .

Articulación	$\theta$	D	$a$	$\alpha$
1	0 ó Q1	0	0	0°
2	-90°	$d_0$	0	-90°
3	0°	$d_1$	$d_1$	0
4	0°	$d_2$	$d_2$	0

Donde:

$$d_0 = 0.123m$$

$$d_1 = 0.206m$$

$$d_2 = 0.22m$$

Dieciseisavo paso. La matriz T define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base en función de las n coordenadas articulares.

Se calcula la matriz de transformación para cada una de las articulaciones:

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \text{Cos}(0) & -\text{Cos}(0)\text{Sen}(0) & \text{Sen}(0)\text{Sen}(0) & 0 \\ \text{Sen}(0) & \text{Cos}(0)\text{Sen}(0) & -\text{Sen}(0)\text{Cos}(0) & 0 \\ 0 & \text{Sen}(0) & \text{Cos}(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} \text{Cos}(-90) & -\text{Cos}(-90)\text{Sen}(-90) & \text{Sen}(-90)\text{Sen}(-90) & 0 \\ \text{Sen}(-90) & \text{Cos}(-90)\text{Sen}(-90) & -\text{Sen}(-90)\text{Cos}(-90) & 0 \\ 0 & \text{Sen}(-90) & \text{Cos}(-90) & d_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} \text{Cos}(0) & -\text{Cos}(0)\text{Sen}(0) & \text{Sen}(0)\text{Sen}(0) & 0 \\ \text{Sen}(0) & \text{Cos}(0)\text{Sen}(0) & -\text{Sen}(0)\text{Cos}(0) & 0 \\ 0 & \text{Sen}(0) & \text{Cos}(0) & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3A_4 = \begin{bmatrix} \text{Cos}(0) & -\text{Cos}(0)\text{Sen}(0) & \text{Sen}(0)\text{Sen}(0) & d_2\text{Cos}(0) \\ \text{Sen}(0) & \text{Cos}(0)\text{Sen}(0) & -\text{Sen}(0)\text{Cos}(0) & d_2\text{Sen}(0) \\ 0 & \text{Sen}(0) & \text{Cos}(0) & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

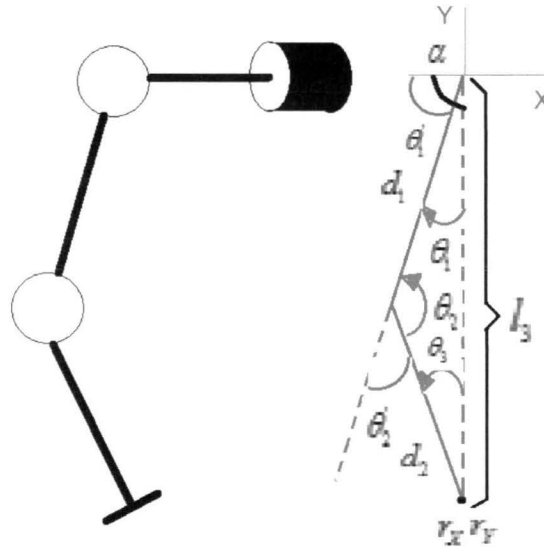
Por lo tanto la matriz de transformación del sistema es:

$${}^0T_4 = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 {}^3A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -0.426 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0.123 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## 6.2 Cinemática Inversa

La manera de obtener los ángulos de posicionamiento de cada eslabón a partir de un punto en el espacio de trabajo es resolviendo el problema cinemático inverso del robot. Se parte del efector final y en este caso se resolverá por método geométrico. Utilizando el esquema siguiente como auxiliar para aplicar el método geométrico y utilizar propiedades trigonométricas se encuentran los siguientes

parámetros a medir, hay que recordar que el objetivo es encontrar los ángulos de posicionamiento de los eslabones a partir de un punto dado (x,y, z) (Craig, 2002) :



Esquema 6.2.1: proyecciones para la cinemática inversa.

Donde:

$$d_1 = 0.206m$$

$$d_2 = 0.220m$$

Para las proyecciones de los eslabones 2 y 3 en un plano xy se busca obtener las expresiones en función del punto o coordenada dado por  $r_x, r_y$  para lo cual

utilizamos el teorema de los cosenos  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\lambda$ :

$$l_3^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2\cos\theta_2 \dots (A)$$

Por otro lado:

$$l_3^2 = r_x^2 + r_y^2 \dots (B)$$

$$\cos\theta_2 = \cos(180^\circ - \theta_2') = \cos 180^\circ \cos\theta_2' + \text{sen} 180^\circ \text{sen}\theta_2'$$

Igualando (A) con (B):

$$r_x^2 + r_y^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \cos \theta_2$$

Siendo:

$$\theta_2 = 180^\circ - \theta_2' \Rightarrow -\theta_2' = \theta_2 - 180^\circ \Rightarrow \theta_2' = 180^\circ - \theta_2$$

$$r_x^2 + r_y^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \cos(180^\circ - \theta_2')$$

Utilizando la propiedad:

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) \text{ entonces:}$$

$$r_x^2 + r_y^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \cos(180^\circ)\cos(\theta_2') + \sin(180^\circ)\sin(\theta_2')$$

$$r_x^2 + r_y^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2(-1)\cos(\theta_2') + 0$$

$$r_x^2 + r_y^2 = d_1^2 + d_2^2 + 2d_1d_2 \cos(\theta_2')$$

Despejando:

$$\cos \theta_2' = \frac{r_x^2 + r_y^2 - d_1^2 - d_2^2}{2d_1d_2} \dots (D)$$

$$\arccos\left(\frac{r_x^2 + r_y^2 - d_1^2 - d_2^2}{2d_1d_2}\right) = \theta_2'$$

Para resolver el problema cinemático inverso de codo arriba codo abajo:

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

Si sabemos que:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

El seno en función del coseno:

$$\sin \theta_2' = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_2'} \dots (E)$$

$$\tan \theta_2' = \frac{\text{sen} \theta_2'}{\cos^2 \theta_2'}$$

Sustituyendo en (C); (D) y (E):

$$\text{Tan} \theta_2' = \frac{\pm \sqrt{1 - \text{Cos}^2 \theta_2'}}{\text{Cos} \theta_2'}$$

Por lo tanto se obtiene el ángulo de la articulación en función de los puntos:

$$\text{Tan} \theta_2' = \frac{\pm \sqrt{1 - \left( \frac{r_x^2 + r_y^2 - d_1^2 - d_2^2}{2d_1 d_2} \right)^2}}{\left( \frac{r_x^2 + r_y^2 - d_1^2 - d_2^2}{2d_1 d_2} \right)^2}$$

$$\theta_2' = \tan^{-1} \left( \frac{\pm \sqrt{1 - \left( \frac{r_x^2 + r_y^2 - d_1^2 - d_2^2}{2d_1 d_2} \right)^2}}{\left( \frac{r_x^2 + r_y^2 - d_1^2 - d_2^2}{2d_1 d_2} \right)^2} \right)$$

Ahora obtenemos el otro ángulo correspondiente a la tercera articulación:

$$\tan \alpha = \frac{r_y}{r_x} \Rightarrow \alpha = \arctan \left( \frac{r_y}{r_x} \right)$$

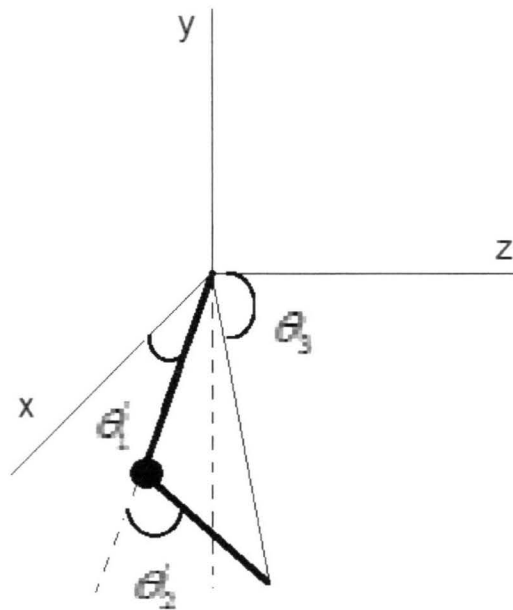
Y también sabemos que:

$$\tan \theta_1' = \frac{r_y}{r_x} \Rightarrow \theta_1' = \text{arcTan} \left( \frac{r_y}{r_x} \right)$$

Y del triángulo que se forma podemos ver que:

$$\theta_1' = \text{arcTan}\left(\frac{r_y}{r_x}\right) - \text{arcTan}\left(\frac{\pm \sqrt{1 - \left(\frac{r_x^2 + r_y^2 - d_1^2 - d_2^2}{2d_1^2 d_2^2}\right)^2}}{\left(\frac{r_x^2 + r_y^2 - d_1^2 - d_2^2}{2d_1^2 d_2^2}\right)^2}\right)$$

Para el primer ángulo que corresponde a la proyección en el eje Z hay que auxiliarse en el diagrama siguiente donde se puede visualizar los tres ángulos y el tercero en función de los dos ya calculados:



Esquema 6.2.2: Proyecciones hacia el eje z. Cinemática inversa para calcular  $\theta_3$  correspondiente a la articulación 1.

El ángulo  $\theta_3$  puede proyectarse sobre el eje Z como una suma de los ángulos calculados anteriormente:

$$\theta_3 = \theta_1' + \theta_2'$$

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left( \frac{r_x}{r_y} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{\pm \sqrt{1 - \left( \frac{r_x^2 + r_y^2 - d_1^2 - d_2^2}{2d_1^2 d_2^2} \right)^2}}{\left( \frac{r_x^2 + r_y^2 - d_1^2 - d_2^2}{2d_1^2 d_2^2} \right)^2} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{\pm \sqrt{1 - \left( \frac{r_x^2 + r_y^2 - d_1^2 - d_2^2}{2d_1^2 d_2^2} \right)^2}}{\left( \frac{r_x^2 + r_y^2 - d_1^2 - d_2^2}{2d_1^2 d_2^2} \right)^2} \right)$$

Si la distancia entre dos puntos se describe:

$$distancia = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Entonces tenemos la proyección en el plano xy, pero el ángulo de interés que se muestra en la ilustración puede ser calculado utilizando un tercer punto en el espacio tridimensional, que es el punto sobre el eje z:

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{r_x^2 + r_y^2}}{r_z} \right)$$

## Capítulo 7

### RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Existen parámetros que pueden cuantificarse y con base a ellos obtener un diagnóstico o conclusión sobre el desempeño del sistema. A continuación se describen.

Error en estado estable.- Uno de los objetivos en la mayoría de los sistemas de control es que la respuesta de la salida del sistema siga una señal de referencia específica en forma exacta en estado estable. La diferencia entre la salida y la referencia en estado estable se define como **error en estado estable** (Kuo, 1996)

Error en estado estable de sistemas de control lineales en tiempo continuo.- Los sistemas de control lineales están sujetos a errores en estado estable por causas diferentes a la de los sistemas no lineales, aunque la razón es que el sistema aún no “ve” el error, y no genera ningún esfuerzo correctivo. En general los errores en estado estable de sistemas de control lineales dependen del tipo de la señal de referencia y del tipo de sistema (Kuo, 1996).

En general el error en estado estable se puede definir como una diferencia entre la señal de referencia  $r(t)$  y la salida del sistema  $y(t)$ :

$$e(t) = r(t) - y(t)$$

Las pruebas se llevan a cabo utilizando una tarjeta de adquisición de datos modelo NI DAQ USB-6009 de la marca National Instruments mostrada en la figura 7.1 con las siguientes características:

Entradas/salidas Digitales	12
Salidas analógicas	2

Entradas analógicas	8
Tasa de muestreo de las entradas analógicas	48kS/s
Resolución en las entradas analógicas	14 bits de forma diferencial 13 bits de forma terminal singular
Resolución en el Convertidor analógico-digital	12 bits
Nivel de tensión de salida máximo	5volts

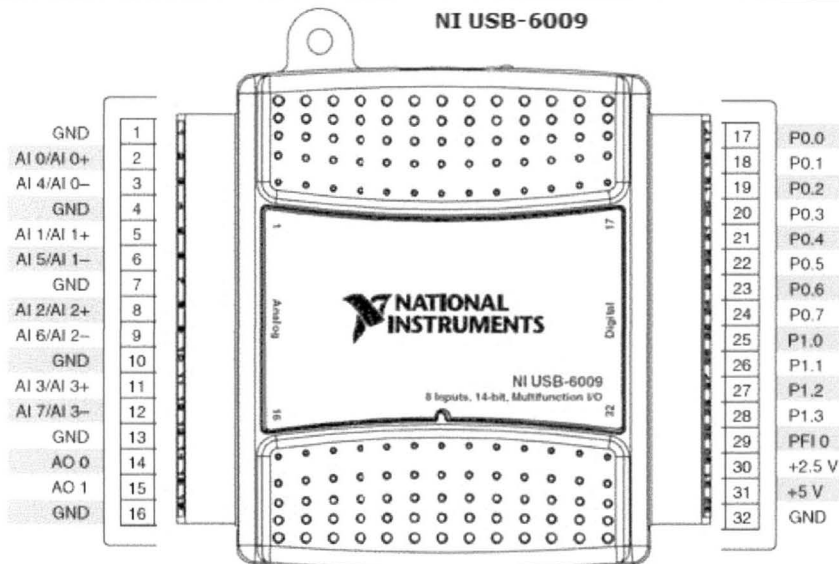


Figura 7.1: Tarjeta de adquisición de datos NI USB DAQ 6009

Conexiones y programación.

Por medio del software de LabView 2009 se diseña un panel gráfico y se programa para que la tarjeta de adquisición de datos genere una onda sinusoidal con voltaje máximo pico a pico de 5 volts en una de sus salidas analógicas. La salida analógica elegida es la AO1. También se programa y configura la entrada

analógica AI1 para que se puedan tomar las lecturas de las pruebas y poder observar los resultados a través de la PC (figura 7.2).

La salida analógica AO1 se conecta al Pin RA0 del microcontrolador previamente configurado para recibir señales analógicas, estas son adquiridas por el convertidor analógico.digital interno del microcontrolador, esta señal será la señal de referencia que deberá seguir el sistema de control.

La entrada AI1 de la tarjeta de adquisición de datos se conecta al potenciómetro del actuador del brazo robótico en prueba mediante la cual se lee el voltaje del potenciómetro y se grafica la la respuesta del actuador o eslabón en prueba (figura 7.3).

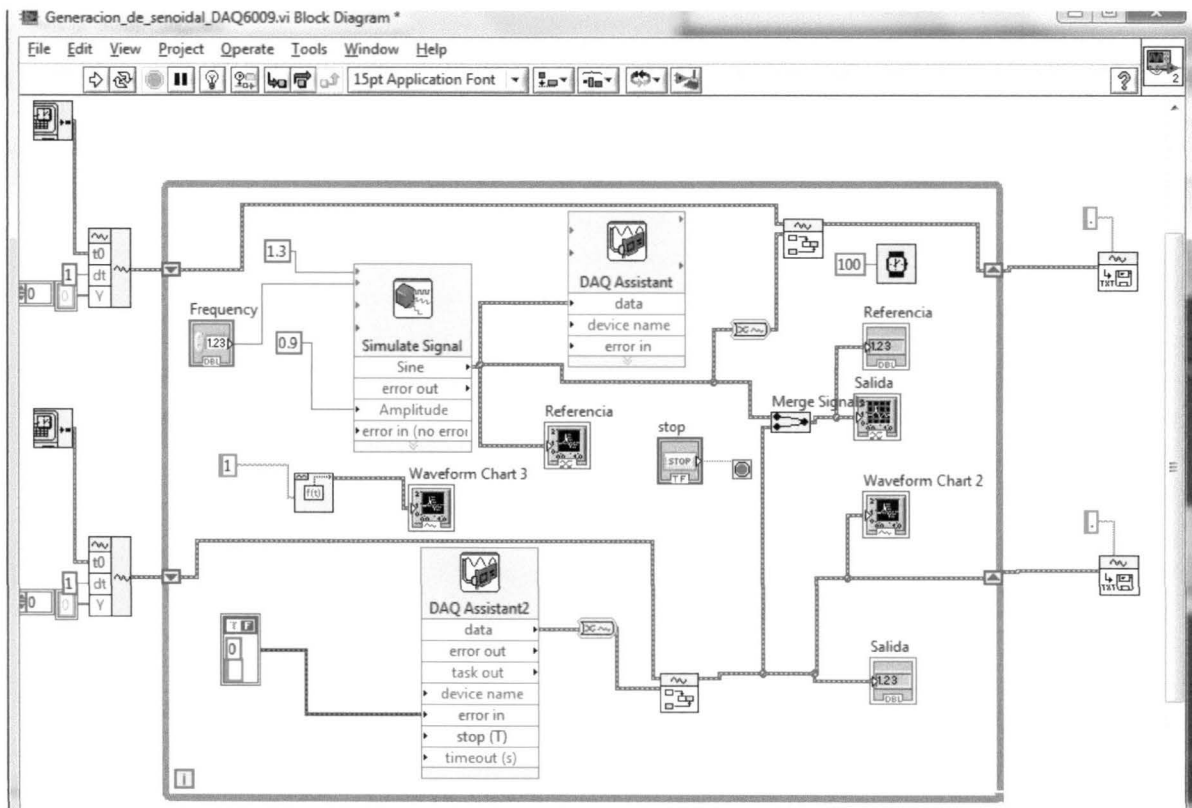


Figura 7.2: Ambiente de programación en bloques de la generación y lectura de señales en LabView.

Con la ayuda del DAQ Assistant se configuran las entradas y salidas analógicas ya mencionadas.

Los resultados de las pruebas son exportados en un archivo con extensión .xls que se pueden consultar y graficar en una hoja de cálculo de Excel.

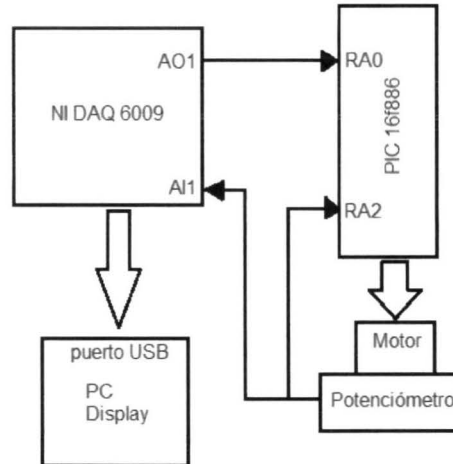


Figura 7.3: Diagrama de bloques de conexión de los dispositivos para las pruebas.

Ahora el sistema de control tendrá como referencia una señal proveniente de la tarjeta de adquisición de datos y el sistema de control deberá responder a esa señal. Nos interesa observar y cuantificar que tan fielmente el sistema de control sigue a dicha señal de referencia.

### **7.1 Prueba de trayectoria en estado estacionario sinusoidal.**

La tarjeta NI DAQ 6009 genera una onda senoidal al sistema de control como lo muestra el diagrama de bloques siguiente (figura 7.1.1):

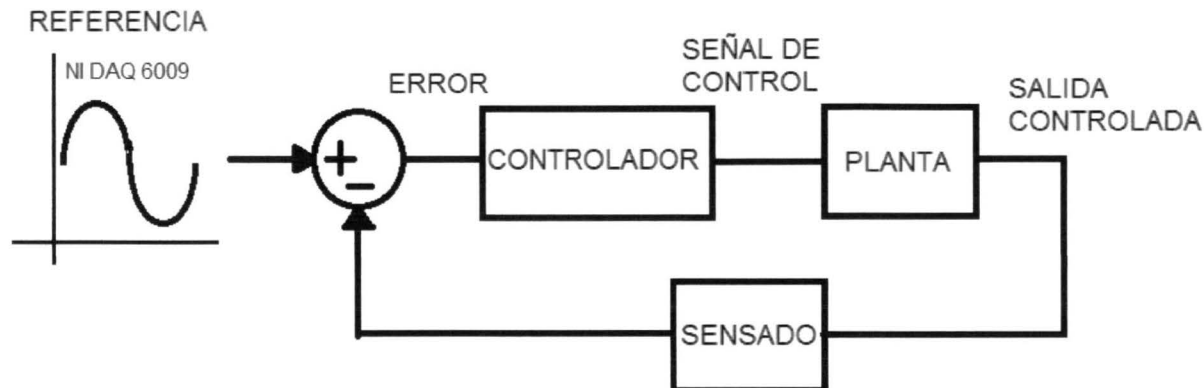


Figura 7.1.1: Diagrama de bloques del sometimiento a prueba de los actuadores. La señal de prueba para el motor M1 (articulación del hombro) es una senoidal que se muestra a continuación:

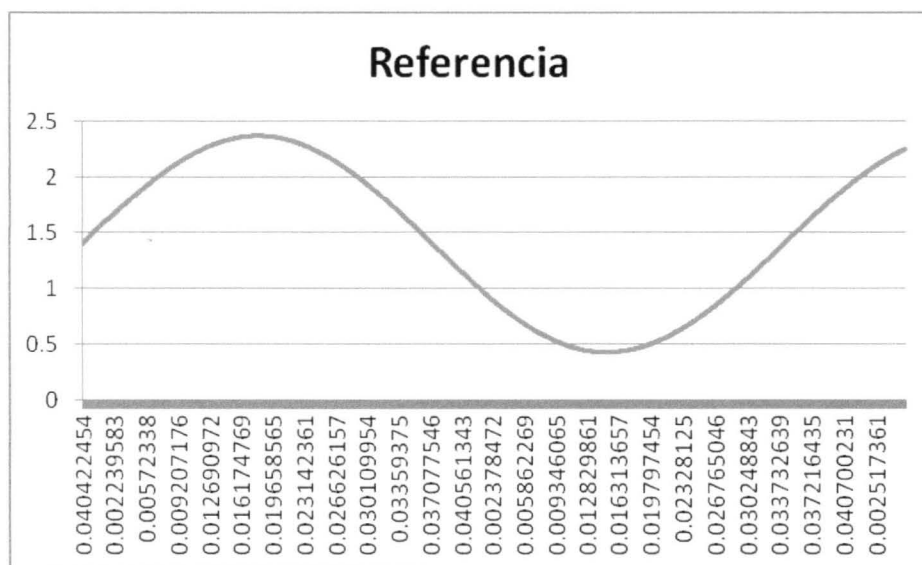


Figura 7.1.2: Gráfica de la onda de referencia para M1.

Desde LabView se exportan los datos numéricos de la respuesta del sistema y se muestran a continuación:

Gráficamente se puede desplegar la forma de onda de la respuesta del sistema de control:

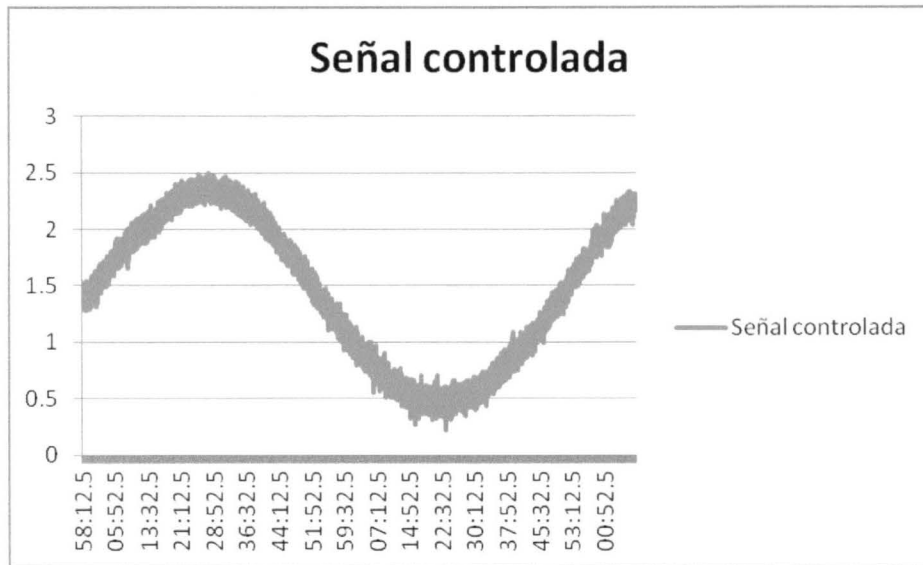


Figura 7.1.3: Gráfica de la respuesta del sistema de control para M1.

Si graficamos en un mismo plano la referencia y la respuesta del sistema:

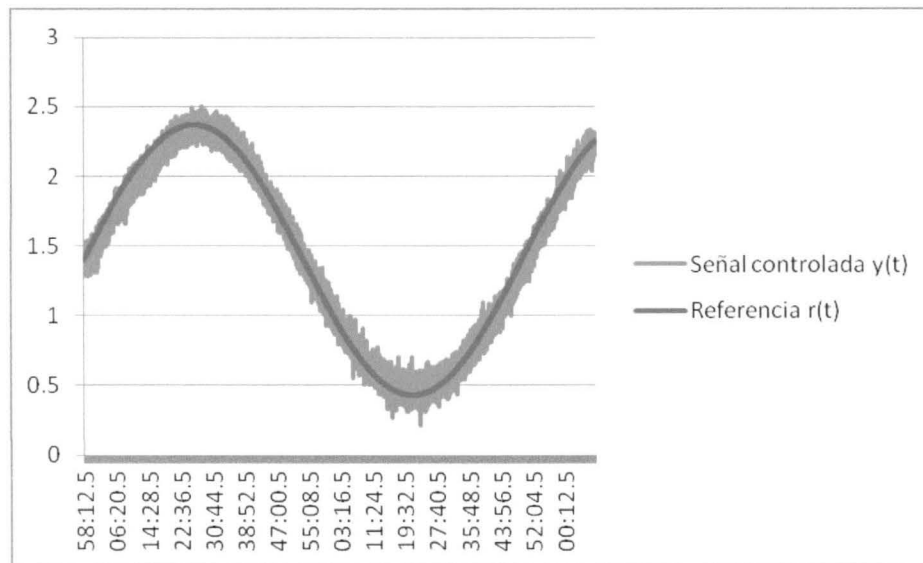


Figura 7.1.4: Gráfica de la referencia y la respuesta del sistema de control.

Con los datos numéricos obtenidos se hace el cálculo del error de seguimiento en esta prueba, dando como resultado:

$$\text{porcentaje de error de seguimiento} = 3.771559667\%$$

Esta misma prueba se aplica al actuador 2 ó M2. La señal sinusoidal que se aplica como referencia es la siguiente:

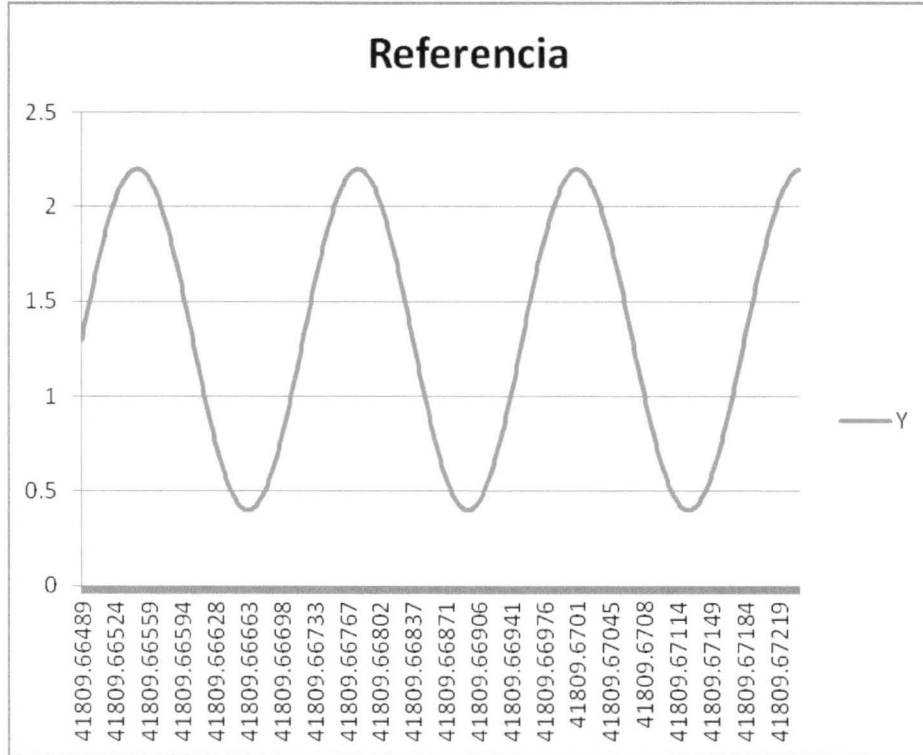


Figura 7.1.5: Señal de referencia para la prueba de seguimiento en M2.

La respuesta del sistema de control señalado en el diagrama de bloques es la siguiente:

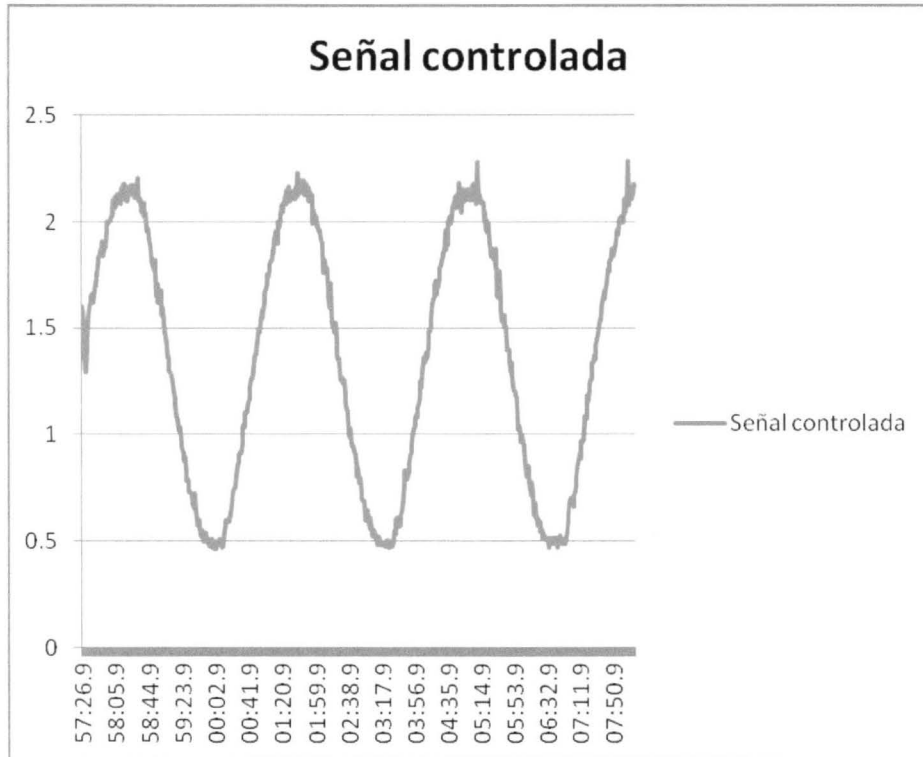


Figura 7.1.6: Respuesta del sistema de control al someterlo a la prueba de seguimiento de trayectoria para M2.

Si se grafica en un mismo plano la señal de referencia  $r(t)$  contra la salida del sistema de control (señal controlada)  $y(t)$  en un mismo plano:

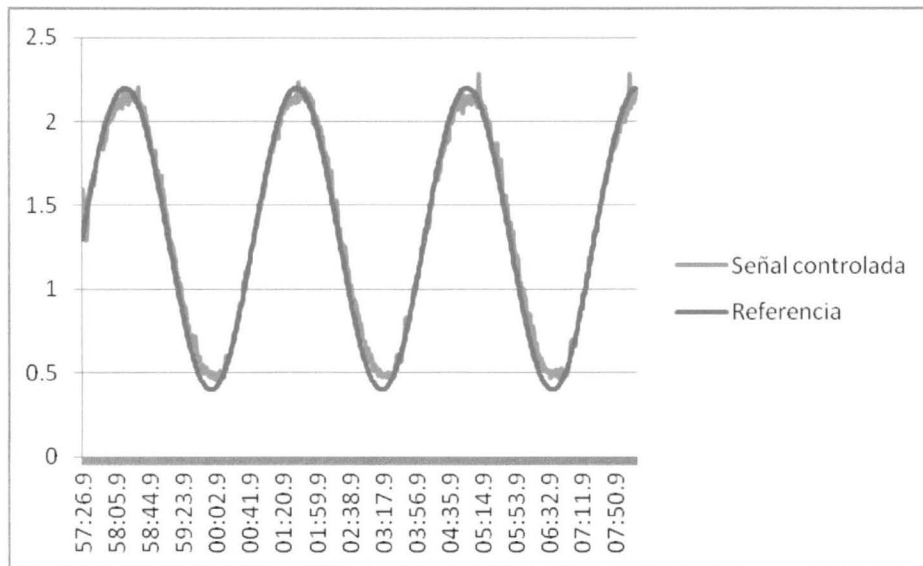


Figura 7.1.7: Respuesta del sistema de control a una señal de referencia sinusoidal para la prueba de seguimiento de M2.

Con los datos numéricos obtenidos se calcula el error de seguimiento:

$$\text{porcentaje de error de seguimiento} = 1.51044621\%$$

La prueba de seguimiento de trayectoria en estado estacionario sinusoidal también se aplica para el actuador 3 ó M3, con el mismo diagrama de bloques se coloca la señal de referencia y se monitorea la respuesta del sistema de control.

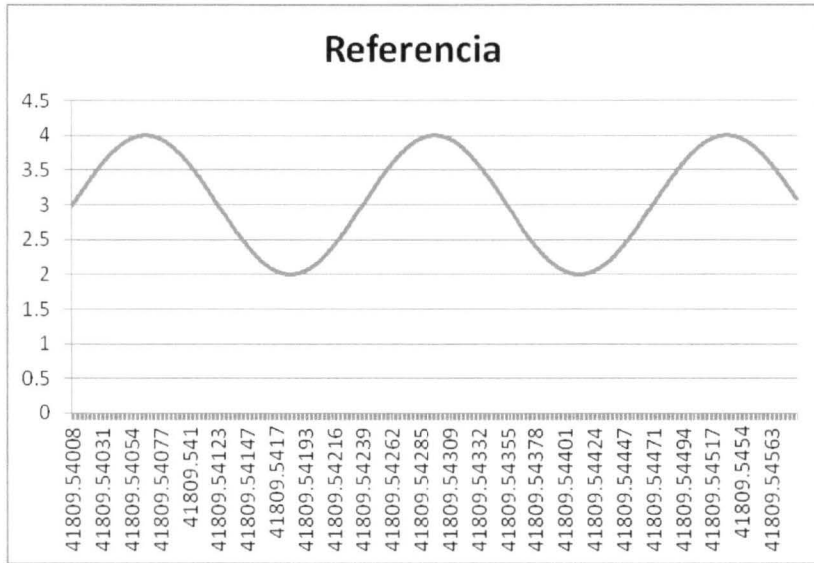


Figura 7.1.8: Señal de referencia para la prueba de seguimiento de trayectoria para M2.

La respuesta del sistema de control cuando se somete a una señal de referencia  $r(t)$  como la anterior, es la siguiente:

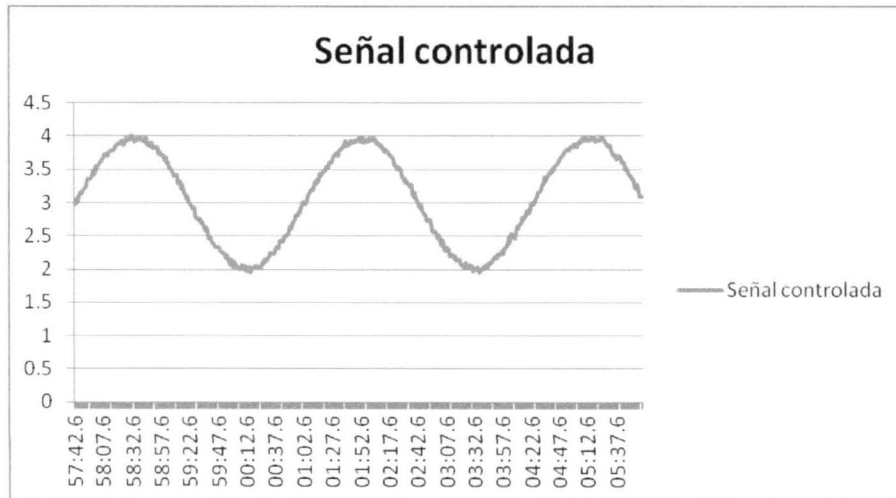


Figura 7.1.9: Respuesta del sistema de control a la prueba de seguimiento de trayectoria para M3.

Si se grafica en un mismo plano ambas señales  $r(t)$  y  $y(t)$  se puede hacer una comparación visual entre ambas señales:

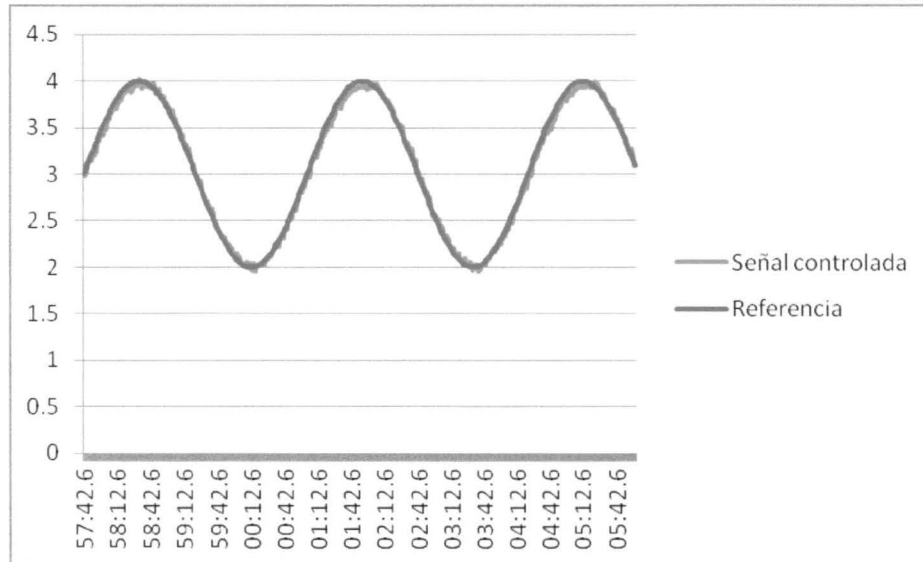


Figura 7.1.10: Gráfica de la señal de referencia y del sistema de control para la prueba de seguimiento de trayectoria para M3.

Con los datos numéricos obtenidos se hace el cálculo del error de seguimiento de trayectoria:

$$\text{porcentaje de error de seguimiento} = 0.42647935\%$$

## 7.2. Respuesta al escalón.

En muchos casos prácticos, las características de desempeño deseadas del sistema de control se especifican en términos de cantidades del dominio del tiempo. Los sistemas que pueden almacenar energía no responden instantáneamente y presentan respuestas transitorias cada vez que están sujetos a entradas o perturbaciones.

Con frecuencia las características de desempeño de un sistema de control se especifican en términos de la respuesta transitoria para una entrada escalón unitario, puesto que es más fácil de generar y suficientemente drástica. (Si se conoce la respuesta de un sistema a una entrada escalón, es matemáticamente posible calcular la respuesta para cualquier entrada).

Por conveniencia al comparar respuestas transitorias de varios sistemas es una práctica común usar la condición inicial estándar de que el sistema está inicialmente en reposo (Ogata, Ingeniería de control moderna 4a edición, 2003).

Error en estado estable en función de la configuración del sistema de control.- Cuando el sistema tiene realimentación unitaria, el error es simplemente (Kuo, 1996):

$$e(t) = r(t) - y(t)$$

Donde:

$r(t)$  = señal de referencia

$y(t)$  = salida del sistema

También se define como:

$$e_{ss}(t) = \lim_{S \rightarrow \infty} e(t)$$

Se utiliza nuevamente LabView para generar una señal escalón y se aplique a los sistemas de control de cada actuador colocado en las articulaciones del brazo, formando el siguiente diagrama de bloques:

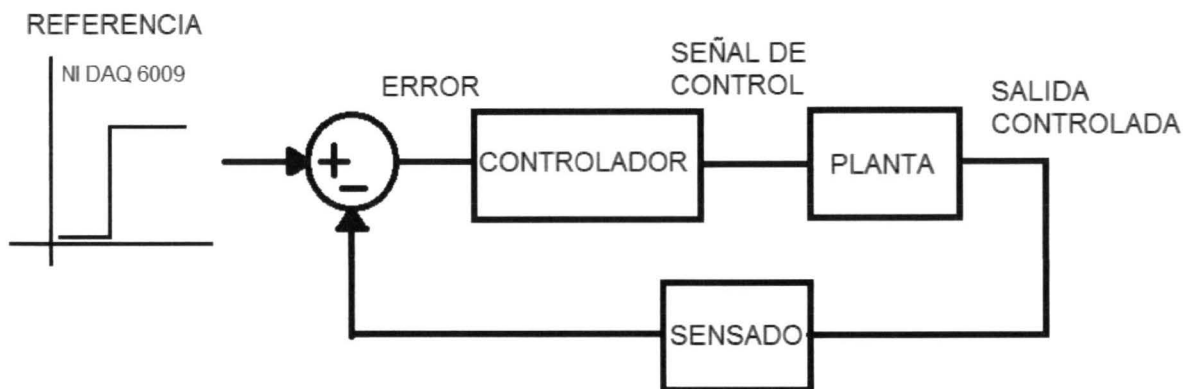


Figura 7.2.1: Diagrama de bloques para la prueba de respuesta al escalón.

Se ingresa el siguiente escalón al sistema de control:

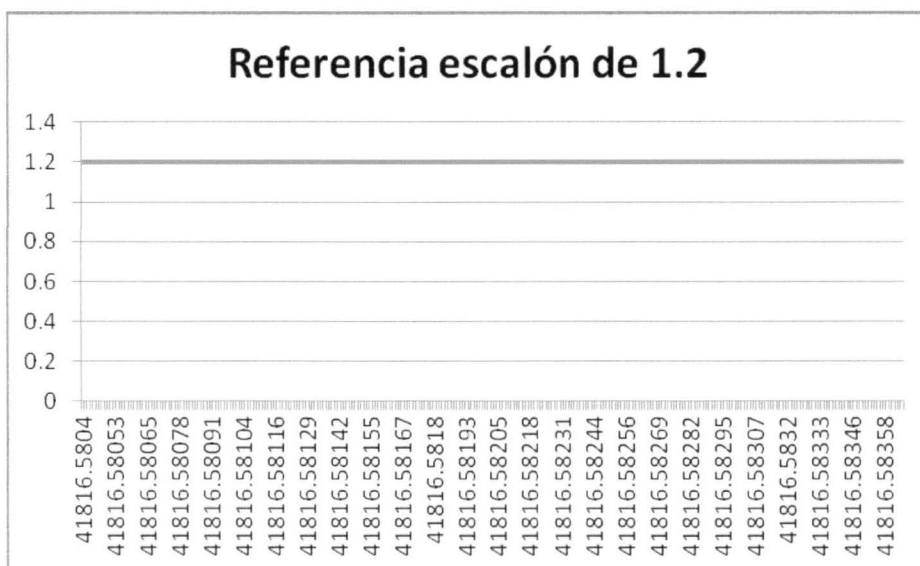


Figura 7.2.2: Escalón de referencia para el sistema de control de M1.

La respuesta obtenida para el actuador 1 ó M1 es la que se muestra a continuación:



Figura 7.2.3: Respuesta del sistema de control a una entrada escalón para M1.

Si se coloca ambas gráficas en un mismo plano para hacer un comparativo visual, tenemos:

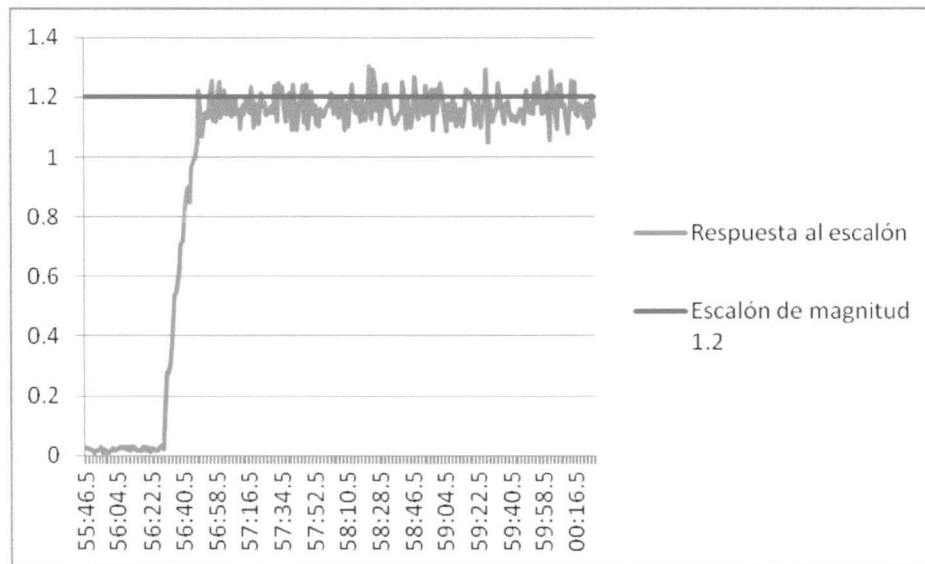


Figura 7.2.4: Entrada escalón y respuesta del sistema de control para M1.

Con los datos numéricos obtenidos se calcula el valor del estado permanente de la respuesta del sistema de control:

$$y(t) = 1.1249135$$

Con los datos numéricos obtenidos se hace el cálculo para el error en porcentaje en estado estacionario con un criterio de  $\pm 5\%$  del valor en estado estacionario:

$$\%error = 6.25720833\%$$

El tiempo de levantamiento en un criterio de 5% al 95% del valor en estado estacionario es:

$$t_r = 210mSeg$$

Esta misma prueba se aplica al actuador 2 ó M2, generando un escalón a través de la tarjeta de adquisición de datos como se muestra a continuación:

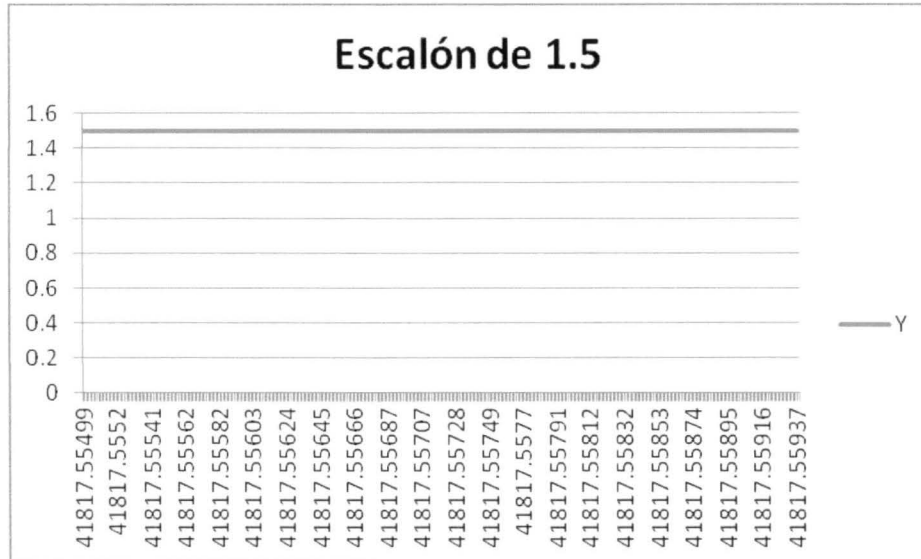


Figura 7.2.5: Señal de referencia escalón.

Y la salida del sistema de control:

Si se pone en un mismo plano ambas gráficas de la referencia  $r(t)$  y la salida controlada (o respuesta del sistema de control)  $y(t)$  para M2, tenemos:

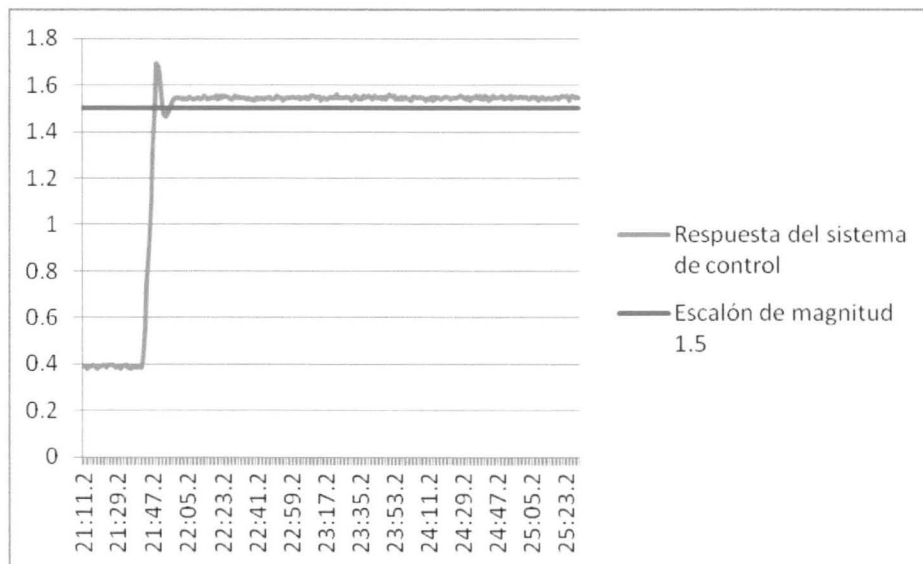


Figura 7.2.6: Gráficas de la respuesta del sistema de control y la referencia escalón para M2.

El valor del estado estacionario es:

$$y(t) = 1.542681$$

Con los datos numéricos se calcula el porcentaje de error promedio en estado estacionario.

$$\%error = 2.8454\%$$

El tiempo de asentamiento aplicando un criterio de  $\pm 5\%$  del valor en estado estacionario es:

El máximo sobre paso:

$$\%M_s = 100 - \left( \frac{1.694249(100)}{y(t)} \right)$$

$$\%M_s = 100 - \left( \frac{1.694249(100)}{1.542681} \right) = 9.82\%$$

El tiempo pico:

$$t_p = 14mSeg$$

El tiempo de levantamiento en un criterio de 5% al 95% del valor en estado estacionario es:

$$t_r = 11mSeg$$

Se repite la misma prueba para M3, ingresando una señal escalón como la que se muestra a continuación:

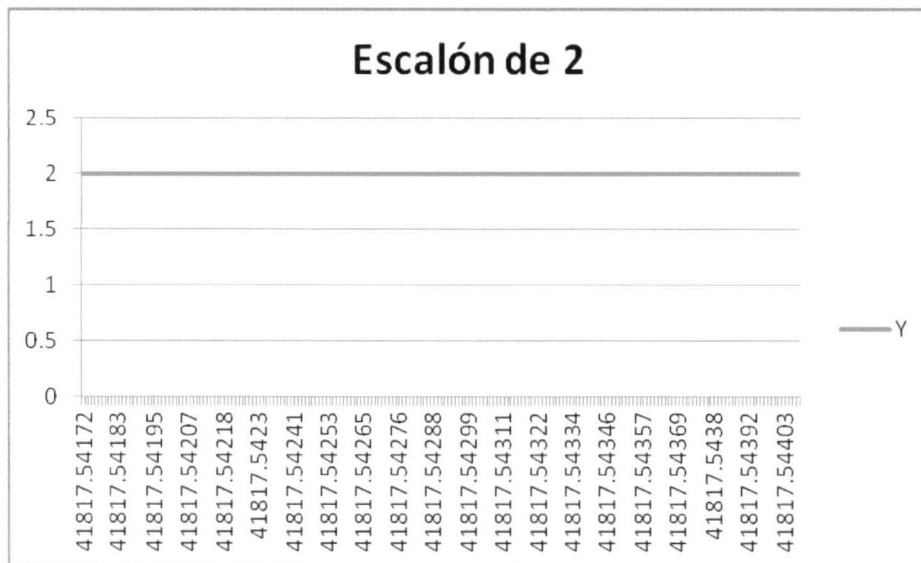


Figura 7.2.7: Señal de referencia escalón.

Usando el mismo diagrama de bloques utilizando en las dos pruebas anteriores, se obtuvo la siguiente respuesta:

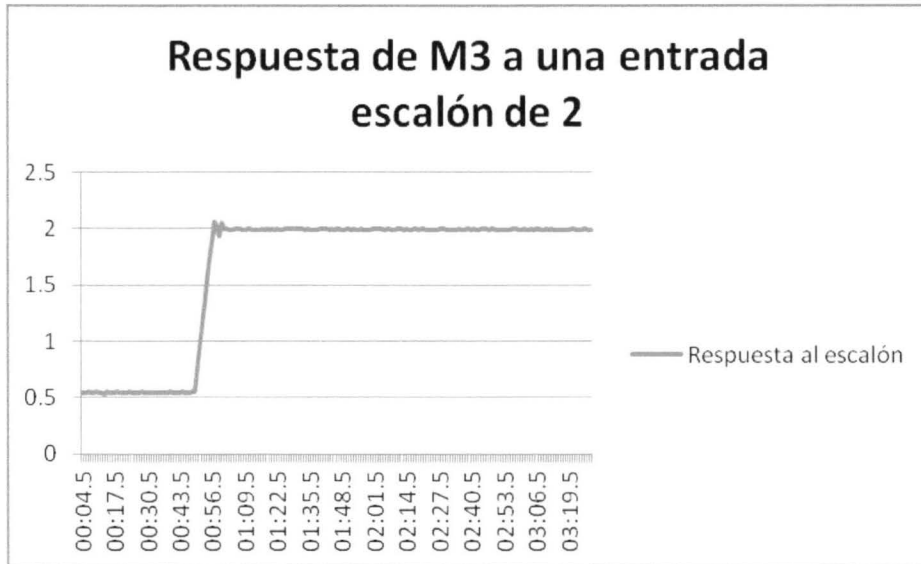


Figura 7.2.8: Respuesta de M3 a la prueba de señal escalón

Si graficamos ambas señales  $y(t)$  y  $r(t)$  en un mismo plano, tenemos:

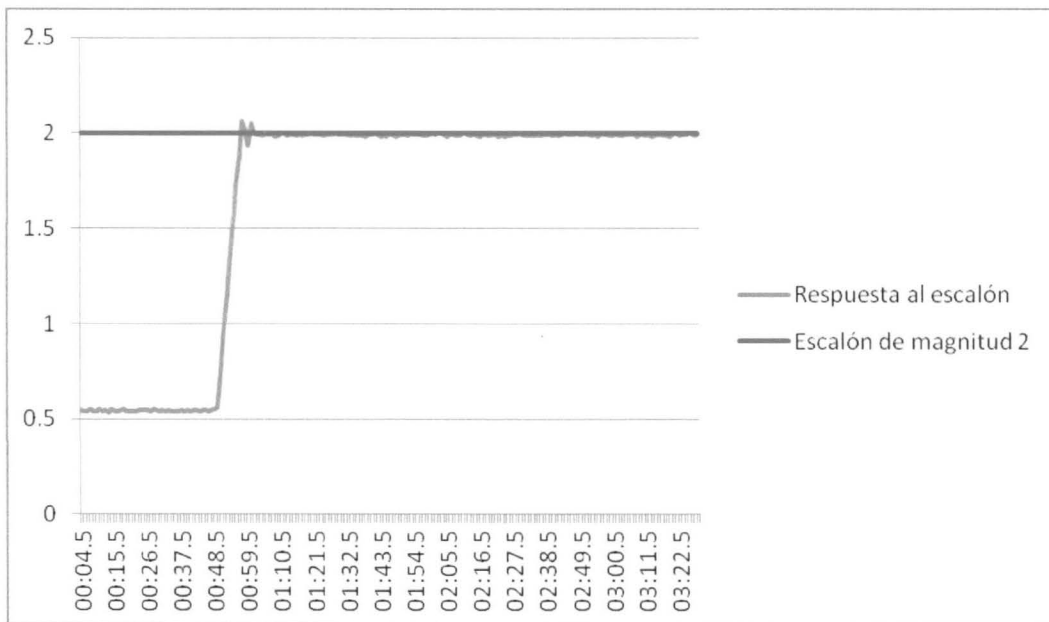


Figura 7.2.9: Gráficas de la respuesta del sistema de control y la referencia escalón para M2.

El valor en estado estacionario es:

$$y(t) = 1.9871955$$

Con los datos numéricos obtenidos se hace el cálculo del error en estado estacionario:

$$\%e_{ee} = 0.640225\%$$

Se tiene un porcentaje de sobre paso máximo (con respecto al valor en estado estacionario de  $y(t)$ ) de:

$$\%\mu_s = 3.84564579\%$$

El tiempo pico es de :

$$t_p = 70mSeg$$

El tiempo de levantamiento a un criterio del 5% al 95% del valor en estado estacionario es:

$$t_r = 50mSeg$$

El tiempo de asentamiento a un criterio de  $\pm 5\%$  del valor en estado estacionario, es:

$$t_s = 100mSeg$$

## **CONCLUSIONES**

Se obtuvo un primer diseño de la estructura mecánica de un brazo robótico antropomórfico de tres grados de libertad controlado digitalmente utilizando sistemas embebidos.

Considerando que para imitar los movimientos que realiza el humano es necesario tener al menos siete grados de libertad, el diseño propuesto utilizando sólo tres grados de libertad es adecuado ya que permite imitar los movimientos de antepulsión y retropulsión así como abducción de un brazo humano, y realizar tareas básicas de manipulación de objetos.

La implantación de los controladores digitales independientes, utilizando un sistema embebido de gama media para cada actuador permite que el procesamiento de datos sea eficiente, ya que cada microcontrolador se encarga de procesar las señales para un solo actuador y un sensor, distribuyendo la carga de procesamiento, además de permitir que el sistema sea más robusto y menos propenso a fallas.

El uso de la transformada bilineal para la digitalización de los controladores permitió obtener ecuaciones digitales adecuadas a las capacidades de procesamiento de los microcontroladores PIC16F886 que son de gama media ya que las expresiones solo contienen multiplicaciones y sumas.

Sintonizar el controlador de manera automática dependiendo del rango de operación en el que se encuentra el actuador permite que el sistema de control responda ante los cambios en la dinámica del sistema y a las perturbaciones que se presenten.

Los resultados obtenidos en las pruebas del brazo se consideran aceptables ya que el porcentaje de error es bajo, por lo que es posible aplicarlo en la manipulación básica de objetos.

La estructura diseñada y los dispositivos electrónicos no superan un gasto de 3000 pesos mexicanos en comparación con diseños similares que llegan a superar 10 veces ese gasto con las mismas aplicaciones.

Se deja como antecedente un estudio de cinemática directa e inversa para un sistema de control para todo el brazo para aplicaciones futuras.

## Bibliografía:

Asimov, I. (1989). Los robots. En I. Asimov, *Los robots*. Barcelona.

*blogspot.mx*. (6 de junio de 2015). Recuperado el 6 de junio de 2015, de <http://nato280510.blogspot.mx/2012/02/inteligencia-artificial.html>

Craig, J. (2002). Robótica. En J. Criag, *Robótica* (págs. 4-6). Pearson Prentice Hall.

*es.slideshare.net*. (05 de marzo de 2015). Recuperado el 5 de marzo de 2015, de <http://es.slideshare.net/rurenagarcia/anatoma-y-proporcioin-humana-8346898>

*g-se.com*. (17 de mayo de 2013). Recuperado el 17 de mayo de 2013, de <http://g-se.com/es/biomecanica/wiki/los-movimientos-basicos-del-ser-humano>

<http://es.calameo.com>. (6 de junio de 2015). Recuperado el 06 de junio de 2015, de <http://es.calameo.com/books/000925624de3ebc8e64d6>

INEGI. (05 de marzo de 2014). *esmas.com*. Recuperado el 05 de marzo de 2014, de [esmas.com: http://www2.esmas.com/salud/401393/estatura-y-peso-del-mexicano-promedio/](http://www2.esmas.com/salud/401393/estatura-y-peso-del-mexicano-promedio/)

Kuo, B. C. (1996). Sistemas de control automático 7a edic. En B. C. Kuo, *Sistemas de control automático* (pág. 367). traducción en México: Pearson Prentice Hall.

Ogata, K. (2003). Ingeniería de control moderna 4a edición. En K. Ogata, *Ingeniería de control moderna 4a edición* (pág. 229). Madrid: Pearson Prentice Hall.

Ogata, K. (2003). Ingeniería de control moderna 4a edición. En K. Ogata, *Ingeniería de control moderna 4a edición* (pág. 229). Madrid: Pearson Prentice Hall.





**tesis**  
**master digital**  
libros • diseño gráfico • imprenta en general

**Ana Quijano**  
Diseñadora

• REPUBLICA DE CUBA No. 99 DESP 24 TEL. 5512-9493 • TEL. 5512-3032  
CENTRO HISTORICO, D.F. E-MAIL: masterdigital06@hotmail.com  
CEL. 55 3354-9222